

**IZDAVAČ / (PUBLISHER):**

Savez građevinskih inženjera Srbije  
Beograd, Kneza Miloša 9/I, Tel/Faks: (011) 3241 656  
E-mail: sgisrbije@open.telekom.rs

**PROGRAMSKI ODBOR / (PROGRAMME COMMITTEE):**

**PRESEDNIK / (CHAIRMAN):**

Prof.dr Radomir FOLIĆ (Srbija)

**POTPREDSEDNIK / (VICE CHAIRMAN):**

Prof. dr Petar ANAGNOSTI (Srbija)

**ČLANOVI / (MEMBERS):**

Prof. dr Mihailo TRIFUNAC, (SAD)  
Acad. Prof. dr Miha TOMAŽEVIČ, (Slovenija)  
Prof. dr Uwe DORKA, (Nemačka)  
Prof. dr Danilo RISTIĆ, (Makedonija)  
Branko DRAGIČEVIĆ, (Srbija)  
Prof. dr Asterios LIOLIOS, (Grčka)  
Prof. dr Valeriu STOIAN, (Rumunija)  
Prof. dr Branislav GLAVATOVIĆ, (Crna Gora)  
Prof. dr Stanko BRČIĆ, (Srbija)  
Prof. dr Đorđe LAĐINOVIĆ, (Srbija)  
Prof. dr Srđan JANKOVIĆ, (Crna Gora)  
Doc. dr Damir ZENUNOVIĆ, (Bosna i Hercegovina)  
Doc. dr Zoran BRUJIĆ, (Srbija)  
Dr Milutin VUČINIĆ, (Crna Gora)  
Dr Radan IVANOV, (Bugarska)  
Dr Nenad ŠUŠIĆ, (Srbija)

**EDITOR / (Editor in Chief):** Prof.dr Radomir FOLIĆ

**TEHNIČKI UREDNIK / (Editor):** Aleksandar ĐUKIĆ

*Svi radovi u ovom zborniku radova su recenzirani. Stavovi izneti u ovoj publikaciji ne odražavaju nužno i stavove izdavača, naučnog komiteta ili editora.*

**TIRAŽ (Circulation):** 150

**ŠTAMPA:** Akademska izdanja, Zemun

CIP - Каталогизација у публикацији  
Народна библиотека Србије, Београд

624.042.7(082)

699.841(082)

550.34(082)

МЕЂУНАРОДНО научно-стручно саветовање Земљотресно инжењерство и инжењерска сеизмологија (4 ; 2014 ; Борско језеро) Zbornik radova = Conference Proceedings / Четврто међународно научно-стручно саветovanje Zemljotresno inženjerstvo i inženjerska seizmologija, Borsko jezero, 19.-21. maj 2014. godine = Fourth International Conference Seismic Engineering and Engineering Seismology ; [organizatori] Savez građevinskih inženjera Srbije ... [et al.] ; editor Radomir Folić. - Beograd : Savez građevinskih inženjera Srbije, 2014 (Zemun : Akademska izdanja). - X, 484 str. : ilustr. ; 24 cm  
Radovi na srp. i engl. jeziku. - Tiraž 150. - Str. X: Predgovor / Radomir Folić, Aleksandar Đukić. - Bibliografija uz svaki rad. - Abstrakti ; Abstracts.

ISBN 978-86-88897-05-1

1. Фолић, Радомир [уредник] [аутор додатног текста] 2. Савез грађевинских инжењера Србије (Београд)  
а) Сеизмичке конструкције - Зборници б) Земљотреси - Зборници

COBISS.SR-ID 207161612

## ЕКВИВАЛЕНТНИ ПРЕСЕК И ПОЈАВА НЕЛИНЕАРНОСТИ КОД ОБЈЕКТА ФУНДИРАНИХ НА ШИПОВИМА

Борис Фолић\*, Младен Тосић\*\*, Ђорђе Лађиновић\*\*\*,  
Радомир Фолић\*\*\*

\* *Innovation Center of Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Serbia, (e-mail: boris.folic@gmail.com)*

\*\* *докторант на Грађевинском факултету Универзитета у Београду, Марка  
Милановића 17, 15300 Лозница*

\*\*\* *Faculty of Technical Science, University of Novi Sad, Serbia*

### РЕЗИМЕ

У овом раду приказани су неки случајеви примене еквивалентног пресека код прорачуна проблема стабилности и динамике конструкција објеката фундираних на шиповима. Приказане су и неке појаве нелинеарности у систему интеракције конструкција-темељ-гло.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: САП2000, везни елементи, пластични зглобови, еквивалентни пресек стуба и шипа.

## EQUIVALENT CROSS-SECTION AND PHENOMENON NONLINEARITY ABOUT STRUCTURES FOUNDED ON PILES

### ABSTRACT

This paper shows some cases of the applications equivalent cross-section due calculate models of buckling and dynamics construction on the objects founded on piles. Shows are some phenomena of nonlinearity in the soil-pile-structure system interaction.

KEY WORDS: SAP2000, link element, plastic hinges, equivalent cross-section of column and piles.

### УВОД

Сеизмичка анализа објеката фундираних на шиповима може се обавити на више модела различитог степана сложености. Уколико се обави декомпозиција система конструкција-темељ-гло, ове делимично независне целине се могу привремено посматрати одвојено, и ако се у интегралном моделу ови елементи налазе у интеракцији. Интеракција у моделу може бити остварена крутим или комплексним еласто-пластичним везама, са или без елемената пригушења.

Линеарност може поједностављено бити приказна, кроз три области у линеаризованој теорији конструкција, то су тзкв: материјална, геометријска и статичка нелинеарност/линеарност.

Претпоставка којом се уводи линеарно понашање материјала, односно линеарна веза између напона и деформација, као и температуре и деформације, што је претстављено почетним (иницијалним) Јанговим модулом еластичности, преко Хуковог закона. То је ткзв. материјална (физичка) линеарност. Код армирано-бетонских конструкција сматра се да је линеарност задовољена у области радних напона, а то је од 30% до 50% напона слома. Тло се често претставља као еластични хомоген бесконачан полупростор и ако је тло у суштини изразито нелинеарно порозна трокомпонентна средина, са мањим или већим степеном анизотропије.

Претпоставка да су померања нападних тачака сила у односу на димензије носача мале те се једначине равнотеже могу исписати на недеформисаном носачу назива се статичка линеарност.

Претпоставка да су дилатације и закривљености пресека мале величине знатно мање од 1, те се њихови производи и изводи вишег реда могу занемарити назива се геометријска линеарност.

Прорачун АБ пресека у стању лома, заснива се на Бернулијевој претпоставци од равним пресецима, Хуковом закону исл, дакле прорачун АБ пресека у стању лома осим једначина равнотеже, заснива се на следећим претпоставкама:

Дијаграм дилатација пресека је линеаран по висини пресека  
 Радни дијаграм (напон-дилатација) бетона се састоји од параболе и праве.  
 Радни дијаграм челика је билинеаран.

Дакле присутна је материјална нелинеарност бетона и челика.

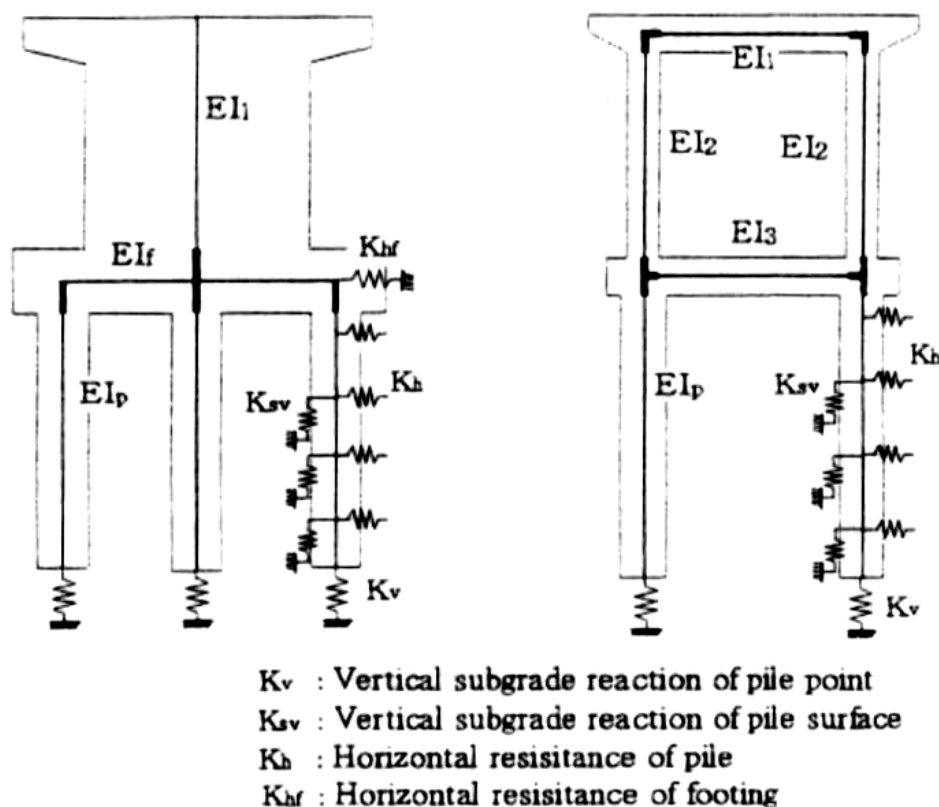
У табели 1, приказано је линеарно и нелинеарно понашање елемената система конструкција-темељ-тло. Код темеља на шиповима нелинеарност се може појавити и у шиповима и у везним гредама. Такође се може појавити специфична врста нелинеарности, а то је депланација пресека, односно пресеци код којих претпоставка о равним пресецима не важи. Овај проблем може бити решен и влакнастим моделима.

Табела1 Линеарно и нелинеарно својства елемената система тло-темељ-конструкција  
 Table 1. Linearity and nonlinearity properties elements system of soil-foundation-structure.

	Геометријска	Статика	Материјална	Депланација пресека
Конструкција	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Да/Не
Темељ	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Да/Не
Тло	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Лин./Нелин.	Да/Не

Ефекти другог реда могу бити уведени и преко пе-делта ефеката, односно преко повећања момената првог реда услед ефеката утицаја нормалних сила преко производа нормалне силе и угиба.

Везе између појединих делова подконструкције може бити остварена крутим везама или преко различитих типова линк елемената. Ови линк елементи у програму САП2000 имају линеарна или нелинеарна својства, или оба својства. Такође постоје елементи који имају раздвојена статичка и динамичка својства, а могуће је увести фреквентно зависне линк елементе, затим дампере или изолаторе.



Слика 1. Модел конструкције вијадукта: а) Масивни стуб б) Стуб облика крутог рама.  
 Figure 1. Structural model for viaducts: a) Pier type, b) Rigid frame type. (Earthquake resistant design code in Japan, 2000).

На слици 1, приказани су замењујући модели конструкције вијадукта, где су подебљаним линијама приказани елементи значајно веће крутости. Ови елементи се могу укључити реалним срачунавањем односа крутости, апроксимативним повећањем крутости за 100 пута, или укључивањем тзв. офсет функције на крајевима штапа у програму САП2000.

Уколико се крива материјала понашања тла замени билинерним понашањем, тиме се заправо уводи материјална нелинеарност тла.

(Газеташ и сар. 1998) даје и фреквентно зависне параметре комплексне крутости шип-тло.

#### ПРОРАЧУН ЕКВИВАЛЕНТНОГ ПРЕСЕКА ЦЕВАСТОГ ШИПА

Уколико је цевасти пресек доминантно аксијално оптерећен еквивалентни пуни пресек се рачуна према формули за кориговани модул еластичности (Madabhushi at all, 2010):

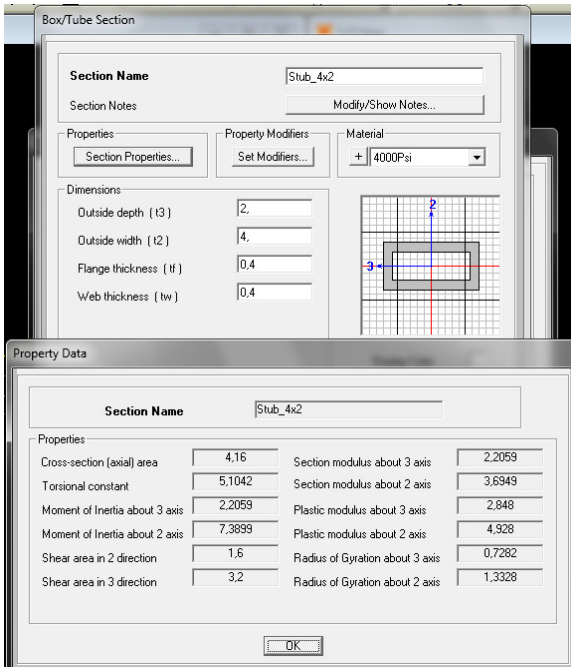
$$E_{p,cor} = E_p (A_{solid} / A_{tub}) \quad (1)$$

Уколико је доминантно савијање, тада се еквивалентни кружни пуни пресек рачуна према следећој формули, за кориговани модул еластичности:

$$E_{p,cor} = E_p / (I_{solid} / I_{tub}) = E_p / ((D_s^4 / (D_s^4 / D_u^4))) \quad (2)$$

Код сандучастог пресека, Т, Г и I пресека, такође се могу увести еквивалентни пресеци односно кориговани модули. Међутим код ових пресека може доћи до нелинеарног понашања услед садејства плоче и ребра, а у прогарму САП2000 није могуће увести пластичне зглобове код стубова и елемената који су оптерећени нормалном силом.

На споју плоче и ребра се услед савијања, из услова поклапања померања два елемента различите крутости јављају смичући напони. Према правилнику БАБ87 и Н теорији постоје извесне разлике у прорачуну активне ширине плоче у садејству са ребром, за Г, Т и друге сличне сложене пресеке.



Слика 2. Пример сандучастог пресека у САП2000.  
Figure 2. Example tube cross-section in SAP2000.

	X правац	Y правац		
спољне	4	2		
зид	0,4	0,4		
отвор	3,2	1,2		
				<b>корекција</b>
8 <b>Ab=</b>	4,16	[m2]		0,52
<b>пун</b>	<b>цеваст</b>			
2,6667 <b>I33=</b>	2,2059	[m4]		0,8272
10,6667 <b>I22=</b>	7,3899	[m4]		0,6928

Табела 2. Коэффициенти корекције пресека  
Table 2. Coefficient corrected cross-section

Пример корекције еквивалентног пресека, путња команде је: Define/frame properties/ Frame section/ Frame properties/ Rectangular section/ Set modifiers. Коэффициенти дати у табели 2, могу се искористити за корекцију крутости односно површине пресека. Дугме за ову команду је видљиво на слици 2.

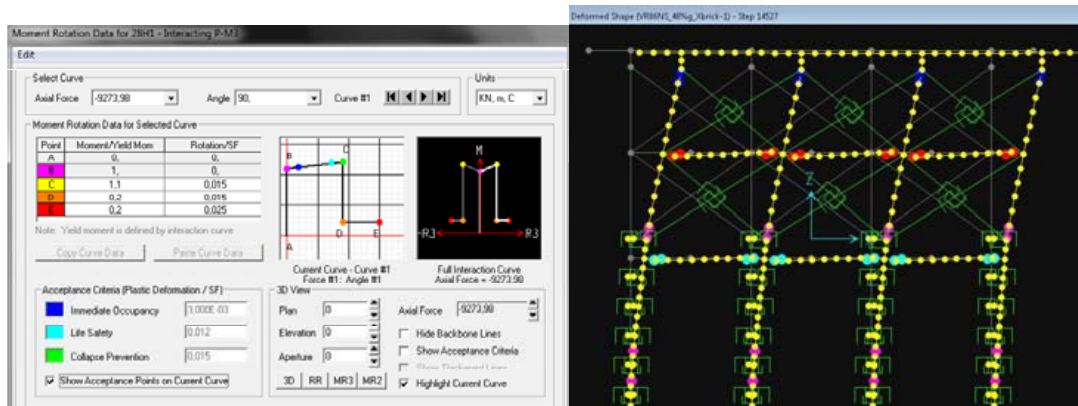
## ПОЈАВА ПЛАСТИЧНИХ ЗГЛОБОВА ПРОБЛЕМ ЛОКАЛНОГ ИЗВИЈАЊА

Код линеарне анализе шупљи цевасте пресек шипова се замењује пуним пресеком, може се такође појавити случај еквивалентног пресека шипа, код којег је челична цев за израду шипа остала у тлу и након бетонирања, те делује као спрегнути пресек челик-бетон. За овај пресек се коригује одређено механичко својство пресека на начин који омогућава програм који

користимо у анализи, а могу се применити горе наведене фирмуле. Међутим уколико желимо да моделујемо нелинеарно понашање, програм САП2000 сам не подржава увођење пластичних зглобова код шупљих пресека са утицајем нормалне силе, те је неопходно увести еквивалентни пуни пресек. Пластичнин зглоб за пуне пресеке се уводи нпр. преко процедуре ФЕМА356 за АБ пресеке стубова, дакле са спрегнутим утицајем момента и нормалне силе. За шупље пресеке то није случај, наиме процедура увођења пластичног зглоба развијена је само за шупље пресеке греда, дакле без утицаја нормалне силе.

Код челичних цевастих шипова присутан је и значајан проблем локалног извијања зида.

### ПРОРАЧУН 2Д РАМА НЕЛИНЕАРОМ ВРЕМЕНСКОМ АНАЛИЗОМ НА СИСТЕМУ СА Р-У НЕЛИНЕАРНОМ ИНТЕРАКЦИЈОМ КОНСТРУКЦИЈА ГЛО



Слика 3. Лево: пластични зглоб у верикланом елементу (момент-аксијална сила). Користе се боје за индентификацију стања пластичног зглоба. Б) розе-граница течења, ИО) тренутна уселјивост, ЛС) цијан-спасавање живота, Ц) зелено – превенција колапса, Д) наранџасто – преостала чврстоћа, Е) црвено – тотални колапс. Десно, Vrance 1986 Focsani PGA scale at 0.40g. На крају земљотреса. Зидне X дијагонале.

Figure 3 Left: Plastic hinge in the vertical element (moment-axial force). Use color for identification plastic hinge state: B) pink – yielding limit, IO) Immediate Occupancy, LS) cyan – LS Life Safety, C) green – CP Collapse Prevention, D) orange - residual strength, E) red - total colaps. ); Right: Vrance 1986 Focsani PGA scale at 0.40g. On the end of earthquake. X braced BrickWall

Већ код појаве негативне крутости анализе дужине пластичног зглоба, која има значајног утицаја на преаспделу носивости, а тиме и директног утицаја на стање колапса конструкције, није једнозначно дефинисана. Тиме се за стање колапса решења пребацују у домен вероватноће.

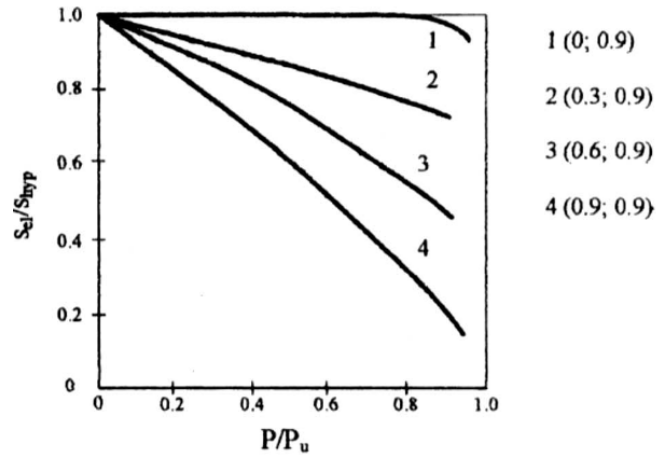
На слици 3 лево приказана су стања пластичних зглобова. Гло је моделовано модификованим Рисовим Р-У кривима за песак (after, Theoretical Manual for Pile Foundations), за циклично оптерећење.

### ДРУГИ ПРИМЕРИ НЕЛИНАРНОГ ПОНАШАЊА

(Фолић и сар. 1985) дају прорачун својствених фреквенција шипа под вертикалним хармонијским оптерећењем. Анализирани су случајеви линеарности и нелинеарности диференцијалне једначине осциловања стојећег и лебдећег шипа, у зависности од односа

крутости тла. Опруге у тлу, у општем случају, имају различите односе крутости, уведене су три врсте-крутости опруга: у бази, по омотачу и испод јастука.

Миловић (2007) анализира појаву деградације бочног трења, базе и модула еластичности тла, појединачног шипа и шипова у групи, под цикличним оптерећењем.



Слика 4. Утицај нелинеарности на величину слегања за хиперболички модел тла (Миловић, 2007)  
Figure 4. Influence nonlinearity on values if settlements for hyperbolic model of soil (Milović, 2007).

#### УВОЂЕЊЕ ПЛАСТИЧНИХ ЗГЛОВОВА ПРЕМА ЕЦ8

Еврокод 8 (према ENV 1998-2:1994) приказује методу програмираног понашања, којом се одређује капацитет носивости конструкције и редослед формирања пластичних зглобова. Метода се уводи преко повећања момента граничне носивости, при чему се мора узети у обзир интеракција са нормалном силом и евентуално моменат из другог правца, од сталних дејстава, са попречним сеизмичким оптерећењем у одговарајућем смеру.

Прорачун пластичних зглобова се уводи преко - нормализоване аксијална сила  $\eta_k$ , као и фактора понашања. Нормализована аксијалана сила се претставља у следећој форми:

$$\eta_k = N_{Ed} / (A_c \cdot f_{ck}) \quad (3)$$

$f_{ck}$  - карактеристична чврстоћа бетона

$A_c$  - површина бетонског попречног пресека

$N_{Ed}$  - аксијална сила у пластичном зглобу, према прорачунској сеизмичкој ситуацији.  $N_{Ed} > 0$ , сила притиска

$$\eta_k \leq 0.1 \text{ или } \eta_k > 0.1 \quad (4)$$

Еврокод разликује процедуру прорачуна носивост при смицању ван и у области пластичног зглоба, где се проверава дијагонални притисак у ребру и тражи доказ смичуће арматуре. Код носивост при смицању у пластичним зглобовима, потребна је иста провера при чему се

проверава и допринос бетона након деградације такође и утицај од трансверзалне силе и допринос подужне и попречне арматуре

У ЕЦ8 код посебних правила за детаље захтева се утезање бетонских међустубова, дуж пластичног зглоба када нормализована сила прелази  $\eta_k = N_{Ed} / (A_{sc} \cdot f_{ck}) > 0.08$ , осим код сандучастух и I пресека, ако се у граничном случају сеизмичког оптерећења дуктилност кривине:  $\mu_c = \|13\|$  може достићи без прекорачења максималне дилатације бетона  $\varepsilon_{cu} = 0.35\%$

Потреба увођења пластичних зглобова код шупљих АБ пресека стубова ретко се јавља, код конструкција у зградарству, међутим код високих мостова, где је неопходно олакшати конструкцију, због уштедети на материјалу, и темљу неопходно је оставарити пројектовани капацитет. То није могуће без адекватног усвајања детаља и попречних пресека, и спроведене симулације појаве пластичних зглобова, на усвојеним пресецима.

Резултати добијени еквивалентним модулом у нелинеарној анализи конструкција, морају се посматрати са значајном резервом.

### ЗАКЉУЧАК

Иако програм САП2000 има велике и софистициране могућности, током моделовања конструкција од рамовских (ткзв. FRAME) елемената попут увођења пе-делта ефеката, великих померања, нелинеарне временске анализе, анализе историје оптерећења, неке специфичне типове анализе који су предвиђени прописима у Еврокоду није могуће једноставно применити.

Такозвани капацити дизајн, којим се предвиђа прорачун редоследа отварања пластичних зглобова није могуће применити код шупљих пресека стубова и шипова на једноставан начин. Увођење рамовског система конструкције са еквивалентним модулом еластичности, код нелинеарног понашања шупљих пресека са утицајем нормалне силе није у потпуности коректно. Наиме неопходно је компликовано фитовање просторних или раванских модела уз увођење специфичних линк елемената.

### ЗАХВАЛНОСТ АУТОРА

Овај рад је урађен уз финансијску подршку Министарства за науку, просвету и технолошки развој као рад на технолошком пројекту TR36043.



## ЛИТЕРАТУРА

- ENV 1998-2:1994. Ед. Р. Фолић. Еврокод 8: Пројектовање сеизмички отпорних конструкција. Део 2: Мостови. Грађевински факултет Универзитета у Београду. 1998.
- Earthquake resistant design code in Japan. January, 2000.
- Фолић, Р., Гајин, С.(1985) : Прилог прорачуну шпова оптерећених подужним динамичким оптерећењем. Часопис Изградња бр.4 Београд, 1985.
- Gazetas G., Mylonakis G.(1998) : Seismic soil-structure interaction: new evidence and emerging issues. Geotechnical earthquake Engineering and Soil Dynamics. Geo-Institute ASCE Conference, Siettle 3-6 August 1998.
- Milović Dušan (2007): Efekti cikličnog opterećenja šipova. Časopis Izgradnja, br. 61 (2007)11-12, str. 443-448
- Meymand P. J.(1998): Shaking table scale model test of nonlinear soli-pile –superstructure interaction in soft clay. Dissertation. University of California, Berkley, 1998.
- Theoretical Manual for Pile Foundations. ERDC/ITL TR-00-5. Novembar 2000. Vulcanhammer.net (18.09.2013).