



**SAVEZ GRAĐEVINSKIH  
INŽENJERA SRBIJE  
- BEOGRAD -**

# **GRAĐEVINSKI KALENDAR**

**2022**

**SAVEZ GRAĐEVINSKIH INŽENJERA SRBIJE**

UDK: 624(059) ISSN 0352-2733

COBISS.SR – ID 43031

**GRAĐEVINSKI  
KALENDAR  
2022**

Građevinski kalendar, Vol. 54  
Beograd, januar 2023, p. I-X, 1-166

## **GLAVNI I ODGOVORNI UREDNIK:**

Prof. dr Dragica Jevtić, dipl.tehn.inž.

## **REDAKCIONI ODBOR:**

Prof. dr Radomir Folić, dipl.građ.inž.

Prof. dr Slobodan Ćorić, dipl.građ.inž.

Dr Nenad Šušić, dipl.građ.inž.

Prof. dr Snežana Marinković, dipl.građ.inž.

Prof. dr Jasna Plavšić, dipl.građ.inž.

Prof. dr Boško Stevanović, dipl.građ.inž.

Prof. dr Đorđe Lađinović, dipl.građ.inž.

Prof. dr Branislav Bajat, dipl.geod.inž.

V.prof. dr Ljubo Marković, dipl.građ.inž.

Prof. dr Dragoslav Stojić, dipl.građ.inž.

V.prof. dr Dragoslav Rakić, dipl.geol.inž.

Recenzije su anonimne. Svi radovi su klasifikovani prema Praviniku Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja

## **IZDAVAČ:**

Savez građevinskih inženjera Srbije

Beograd, Knez Miloša br. 9/I, tel./faks: (011) 3241-656

e-mail:sgisrbije@mts.rs

Tehnički urednik:

Stoja Todorović, e-mail: saska@imk.grf.bg.ac.rs

Tiraž: 250 primeraka

Štampa:

Razvojno istraživački centar grafičkog inženjerstva, Beograd

# GRAĐEVINSKI KALENDAR 2022

Beograd, januar 2023.

UDK: 624(059)

ISSN 0352-2733

COBISS.SR-ID 43031

## S A D R Ž A J

<b>KALENDAR 2022</b> .....	III
<b>KALENDAR 2023</b> .....	IV

*Doc. dr Dušan Grdić, dipl.građ.inž.*

*V.prof. dr Nenad Ristić, dipl.građ.inž.*

*Prof. dr Gordana Topličić - Čurčić, dipl.građ.inž.*

*Prof. dr Zoran Grdić, dipl.građ.inž.*

### **UTICAJ ZAMENE DELA CEMENTA FINO SAMLEVENIM RECIKLIRANIM STAKLOM OD KATODNIH CEVI NA ČVRSTOĆU PRI PRITISKU I TRAJNOST BETONA**

### **EFFECTS OF PARTIAL REPLACEMENT OF CEMENT WITH FINELY GROUND RECYCLED CATHODE RAY TUBE GLASS ON COMPRESSIVE STRENGTH AND DURABILITY OF CONCRETE**

0352-2733, 54 (2022), p. 1-23

UDK: 691.328.43-037.52  
628.477:666.1

#### **Originalni naučni rad**

<b>1. Uvod</b> .....	2
<b>2. Primena katodnog stakla za izadu novih proizvoda</b> .....	4
<b>3. Materijali i metode</b> .....	8
<b>4. Rezultati ispitivanja</b> .....	13
<b>5. Analiza i diskusija rezultata</b> .....	16
<b>6. Zaključak</b> .....	21
<b>7. Literatura</b> .....	22

*V.prof. dr Aleksandar Đukić, dipl.građ.inž*

**PREDLOG NOVE DIREKTIVE EVROPSKE UNIJE O  
PREČIŠĆAVANJU GRADSKIH OTPADNIH VODA**

**PROPOSAL OF THE NEW EUROPEAN UNION DIRECTIVE ON  
URBAN WASTEWATER TREATMENT**

0352-2733, 54 (2022), p. 24-51

UDK: 628.3:006.35(4)(497.11)

**Stručni rad**

<b>1. Uvod.....</b>	<b>25</b>
<b>2. Razlozi za novu direktivu o gradskim otpadnim voda .....</b>	<b>26</b>
<b>3. Osnovne postavke predloga direktive i izmene u odnosu na staru direktivu .....</b>	<b>29</b>
<b>4. Moguće implikacije nove direktive o otpadnim vodama po R. Srbiju .....</b>	<b>46</b>
<b>5. Zaključci.....</b>	<b>50</b>
<b>6. Literatura.....</b>	<b>51</b>

*Doc. dr Marina Aškrabić, mast.inž.građ.*

*Prof. dr Dimitrije Zakić, dipl.građ.inž.*

*V.prof. dr Aleksandar Savić, dipl.građ.inž.*

**UTICAJ PRIRODNOG ZEOLITA I DROBLJENE OPEKE NA  
SVOJSTVA KREČNIH MALTERA ZA MALTERISANJE NAMENJENIH  
ZA RESTAURACIJU ISTORIJSKIH OBJEKATA**

**INFLUENCE OF NATURAL ZEOLITE AND CRUSHED BRICK ON THE  
PROPERTIES OF LIME BASED RENDERS FOR RESTAURATION OF  
HISTORICAL BUILDINGS**

0352-2733, 54 (2022), p. 52-81

UDK: 666.971:620.17

**Originalni naučni rad**

<b>1. Uvod.....</b>	<b>53</b>
<b>2. Materijali i metode .....</b>	<b>60</b>
<b>3. Rezultati i diskusija.....</b>	<b>66</b>
<b>4. Zaključci .....</b>	<b>77</b>
<b>5. Literatura.....</b>	<b>79</b>

*Dr Boris Folić, dipl.građ.inž.*

*Profesor emeritus Radomir Folić, dipl.građ.inž.*

*Dr Miloš Čokić, dipl.građ.inž.*

**PRIMENA ŠTAPNIH MODELA U ANALIZI I OBLIKOVANJU  
DETALJA ARMIRANJA TEMELJA**

**USE OF STRUT AND TIE MODELS IN THE ANALYSIS AND DESIGN  
OF FOUNDATION REINFORCEMENT DETAILS**

0352-2733, 54 (2022), p. 82-166

UDK: 624.151.012.45

**Pregledni rad**

<b>1. Teorijske osnove i razvoj metode pritisnutih štapova i zatega (STM) .....</b>	<b>84</b>
<b>2. Karakteristike štapnih modela za analizu .....</b>	<b>91</b>
<b>3. Metodologije projektovanja koršćenjem štapnih modela.....</b>	<b>100</b>
<b>4. Primena štapnih modela kod analize i obrade detalja temelja.....</b>	<b>107</b>
<b>5. Primeri proračuna temelja .....</b>	<b>122</b>
<b>6. Završne napomene i zaključci .....</b>	<b>161</b>
<b>7. Literatura .....</b>	<b>163</b>

**Dr Boris Folić<sup>1</sup>**  
**Professor emeritus Radomir Folić<sup>2</sup>**  
**Dr Miloš Čokić<sup>3</sup>**

## **PRIMENA ŠTAPNIH MODELA U ANALIZI I OBLIKOVANJU DETALJA ARMIRANJA TEMELJA**

0352-2733, 54 (2022), p. 82-166

UDK: 624.151.012.45  
PREGLEDNI RAD

### **Rezime**

Tehnička teorija savijanja nije primenljiva kod analize i projektovanja nestandardnih armiranobetonskih (AB) nosača, naročito kada su izloženi znatnim smičućim naponima ili pripadaju neregularnim oblastima, u literaturi poznate i kao D oblasti. Ove oblasti mogu biti sa geometrijskim neregularnostima (usled naglih promena dimenzija, naročito visina preseka) ili po silama (unošenje koncentrisanih sila i oblasti blizu reakcija oslonaca). Za analize ovih oblasti se koristi više metoda ali se metoda štapova (pritisnuti kosnici i zatege) najčešće primenjuje jer daje pouzdane rezultate, a lakša je za primenu od kompleksnih numeričkih proračuna, npr. MKE. Oblasti – zone D karakteriše odstupanje od Bernulijeve hipoteze po kojoj se analiziraju standardne oblasti B (dominantno izloženi savijanju). U takvim slučajevima se koriste uprošćene analize, koje daju dovoljno tačne rezultate, za praktične probleme. Korišćenje štapnih modela (strut – and – tie model, skraćeno STM na engleskom) je ilustrovano nizom rešenih primera za konstrukcijsku analizu. Razmatrani su pojedini specifični slučajevi analize. Prikazani su primeri iz gradnje modela i njihova primena za oblikovanje detalja armiranja. U radu se polazi od istorijata razvoja i teorijskih osnova za primenu ove metode kod armiranobetonskih (AB) konstrukcija temelja. Naglasak je na primeni temeljnih jastuka, tj. naglavnic (cap, na engleskom) kod fundiranja na grupi šipova, od dva do pet. Pri tome korišćene su i komentarisane neke međunarodne preporuke (ACI 318, EN 1992, fib 2010, AASHTO 2018, i dr.) i neki karakteristični radovi navedeni u popisu.

**Ključne reči:** AB temelji, B i D oblasti, štapni modeli (pritisnuti štapovi i zatege), prenos opterećenja, temelji samci, naglavnice kod grupe šipova, temeljne čašice, detalji armiranja

---

<sup>1</sup> Univerzitet u Beogradu, Inovacioni centar, Mašinski fakultet, Beograd

<sup>2</sup> Univerzitet u Novom Sadu, FTN, Departman za građevinarstvo i geodeziju

<sup>3</sup> Termoenergo Inženjering, Beograd, Bulevar Kralja Aleksandra 298, Beograd

## USE OF STRUT AND TIE MODELS IN THE ANALYSIS AND DESIGN OF FOUNDATION REINFORCEMENT DETAILS

### Summary

The technical theory of bending is not applicable for the analysis and design of nonstandard reinforced concrete (RC) beams, especially when they are exposed to considerable shear stresses, or belong to irregular zones, also known as D-zones in literature. These zones can have geometrical irregularities (due to abrupt changes of dimensions, especially of cross-section heights) or force irregularities (action of concentrated forces and zones close to reactions of the supports). Several methods are used for the analyses of these zones, but the Strut and Tie method is most often used because it provides reliable results, and it is easier to use than the complex numerical calculations, such as, for instance, FEM. D zones are characterized by the deviation from the Bernoulli hypothesis used to analyze the standard B zones (which are dominantly exposed to bending). In such cases, simplified analyses are used, which provide sufficiently accurate results for practical problems. The use of Strut and Tie Model, abbreviated as STM, is illustrated by a number of solved examples for the structural analysis. Specific individual cases of analysis have been considered. The examples of making the models and their application for design of reinforcement details have been presented. The paper commences with the historical background of development and theoretical foundations for the use of this method for reinforced concrete (RC) foundation structures. The accent is on the utilization of caps for the foundation of groups of piles, ranging from two to five in the group. In the process, some international recommendations (ACI 318, EN 1992, fib 2010, AASHTO 2018, etc.) have been used and commented upon, and some characteristic papers have been mentioned in the list.

**Key words:** RC foundations, B and D zones, Strut-and-Tie models, load transfer, isolated – rigid footing, pile group caps, hole (pocket) footing, reinforcement details



## 1. TEORIJSKE OSNOVE I RAZVOJ METODE PRITISNUTIH ŠTAPOVA I ZATEGA (STM)

Armiranobetonski (AB) elementi mogu biti izloženi različitim opterećenjima, a često i složenim naponskim stanjima, tj. naponskim poljima. Pored analize graničnih stanja upotrebljivosti neophodna je i granična analiza nosivosti. Posebne teškoće se javljaju pri analizi delova konstrukcije u oblastima smicanja i diskontinuiteta. U tu kategoriju spadaju kratki elementi, visoke grede, čvorovi AB okvira, spojevi kratkih zidova, spojevi rebara i pojasnih ploča greda T, i I preseka, i dr. Krajem 19 i početkom 20. veka se pojavljuju ideje rešenja problema procene i prijema smicanja u AB gredama, tj. uvođenje analogije sa rešetkom. Već 1899. godine u Švajcarskoj je Riter 1899 uveo u analizu smicanja i objasnio model rešetke, a nešto kasnije i Merš 1906 godine u Štutgartu predložio klasični model rešetke, uz kasnije modifikacije 1912, i 1929. godine. Primarni cilj je bio razumevanje ponašanja armiranog betona nakon pojave prslina i proračun za prijem smičućih napona.

Pritisnute dijagonale pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na osu grede su uvedene u model analize u zoni oslonaca gde se javljaju kose prsline, a ovaj model je korišćen u oblastima smicanja u AB elementima i konstrukcijama. S obzirom na odstupanja stvarnog ugla kosih prslina i da klasični model daje isuviše konzervativna rešenja naročito greda sa malim procentom podužne armature, kasnije su uvedene modifikacije uz promenu nagiba kosih pritisnutih štapova formiranih između prslina.

Okvir za tačnije proračune je teorija plastičnosti kojima se uklanjaju nedostaci klasičnog modela rešetke. S obzirom na pretpostavku da isprskali beton nema zateznu čvrstoću, koncept je kasnije našao opravdanje u teoremi o donjoj granici teoreme plastičnosti (Nielsen et al. 1978), citirano u [23]. Model rešetke je ekvivalentna slika diskretnog statičkog polja napona, a forma rešetke zavisi od toka napona u realnoj konstrukciji. U praksi, se najčešće koristi model pritisnutih štapova i zatega (štapni model) koji se može smatrati diskretnom predstavom polja napona, na osnovu kojih se mogu konstruisati odgovarajuće konfiguracije.

Značajan doprinos primene ovog modela u praksi dao je Šlajh (Schlaich) 1987. godine i u kasnijim radovima. Štapni model (STM) je, generalizacija analogije rešetke za analizu smicanja u grednim sistemima, primenljiv za projektovanje i armiranobetonskih (AB) i prethodno napregnutih (PN) betonskih konstrukcija [30].

Betonske konstrukcije se mogu podeliti na dva tipa zavisno od raspodele dilatacija u poprečnom preseku što utiče na izbor postupka analize ovih

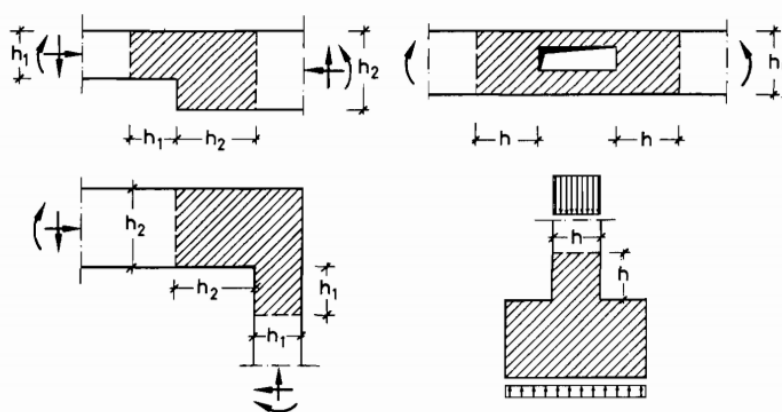
područja/oblasti-zona, to su oblasti B i D. Oblasti koje se tretiraju kao elementi izloženi savijanju i ponašaju se prema Bernulijevoj hipotezi ravnih preseka označavaju se kao B područja. Ostala područja koja se ne ponašaju prema toj hipotezi jer sadrže geometrijske ili statičke diskontinuitete se označavaju kao D područja, koja su po naponskim stanjima znatno kompleksnija. Ona se javljaju u obliku geometrijskih diskontinuiteta, uglova okvira, zakrivljenosti, ili preloma, tj. naglih promena dimenzija poprečnog preseka. Statički diskontinuiteti se javljaju u zoni delovanja koncentrisanih sila, reakcija oslonaca, i lokalnih pritisaka, kao npr. unošenje prednapona ili zona sidrenja. Za stanje bez prslina za D područja-zone se mogu analizirati primenom teorije elastičnosti, najčešće koristeći metodu konačnih elemenata (MKE). U praksi je to redak slučaj čak i za eksploataciona opterećenja pa je za D područja potrebno analizirati na drugi način. Za to je pogodna metoda štapova (STM).

U AB elementima sa prslinama se, opterećenja uglavnom, prenose naponima pritiska u betonu i zatezanjem koje prihvata armatura. Kada je pojava prslina izražena, trajektorije glavnih napona pritiska dobijaju oblik pravolinijske putanje i mogu se aproksimirati pravolinijskim štapovima opterećenim jednoaksijalnim pritiskom. Za razliku od metode zamenjujuće rešetke kod koje su štapovi povezani u čvorovima bez dimenzija u metodi pritisnutih štapove i zatega imaju definisane dimenzije pa se na mestima ukrštanja uvode čvorne zone konačnih dimenzija, i u njima vlada dvoosno ili troosno stanje napona. U zonama oslonaca se uvode oblasti oblika lepeze ili lukova konačnih dimenzija [24]. Štapni model se obično kreira intuitivno prema principima grafostatike i iterativno [23]. Istorijski razvoj je sažeto prikazan u [7], [24], i [35].

Oblasti se klasifikuju prema oba kriterijuma i statičkim i geometrijskim diskontinuitetom. Diskontinuiteti su zone u kojima su veliki smičući naponi, bilo da se radi o statičkom diskontinuitetu u blizini koncentrisanih sila, ili geometrijskom pri promeni krutosti ili oboje. Primeri D oblasti su prikazani na slici 1. Pri podeli konstrukcije na B i D oblasti se pridržava preporuka da je ona na odstojanju  $h$  koja je jednaka debljini oblasti [30] i [35].

D oblasti (šrafirane) sa nelinearnom raspodelom dilatacija usled geometrijskog diskontinuiteta [30]. Oblasti se klasifikuju prema oba kriterijuma: i statičkim diskontinuitetom blizina unošenja sila (reakcije oslonaca, koncentrisane sile) i geometrijskim diskontinuitetom nagla promena dimenzija, a mogu biti kombinacija statičkog i geometrijskog diskontinuiteta.

Model pritisnutih štapova (kosnika, horizontalnim i vertikalnim) i zatega (u daljem tekstu štapni model, skraćeno ŠM) ili engleski strut-and-tie method (STM što će se, često, nadalje koristiti u ovom radu). Ovaj STM sistem je sličan sa rešetkom sistema sa skupom pritisnutih štapova i zatega predstavlja mehanizam prenosa opterećenja u AB elementu, gde beton nosi pritisak a čelik zatezanje.



*Slika 1. D oblasti (šrafirane) sa nelinearnom raspodelom dilatacija usled geometrijskog diskontinuiteta [30]*

Mehanizam prenosa opterećenja predmet je mnogih radova i knjiga [9], [15], [21], [24], [29] i [35], a primeri naglavnica i temelja obrađeni u poglavlju 9 u radu [3], i knjizi [12]. Za razliku od modela rešetke, iz koga je proistekao, podrazumeva konačne dimenzije pritisnutih štapova i čvornih zona uz redukciju nosivosti pritisnutog betona pod uticajem zategnute armature [24]. Formiranje štapnog modela betonskih konstrukcija za dinamička opterećenja razmatrano je u radu [31]. U praksi, model se obično kreira intuitivno prema principima grafostatike i iterativno uvažavajući trajektorije glavnih napona potrebno je konstruisati odgovarajuće konfiguracije.

Model pritisnutih štapova i zatega (štapni model) nema isti oblik za sve vrste opterećenja i potrebno je da je idealizovana rešetka u ravnoteži sa aktivnim i reaktivnim silama a da naponi u štapnom modelu budu u dozvoljenim granicama. Optimalni oblik je sa običnim štapovima i količinom armature. STM se može smatrati diskretnim prikazima polja napona (stress field - SF). Koncept polja napona je uveo Drucker (1961) kao direktnu primenu teorije plastičnosti za prosto oslonjenu gredu opterećenu koncentrisanom silom i raspodeljenim opterećenjem. Metoda se

preporučuje i daju se smernice za projektovanje, dimenzionisanje i oblikovanje detalja za odgovarajuće konfiguracije. Ona je detaljnije obrađena, najčešće u Aneksima Kodova, kao što su ACI [2], EN 1992 [10], Međunarodnog udruženja za beton *fib* Model Code 2010 [13] i dr.

Pregled literature u kojoj se razmatra probleme ponašanja AB naglavnicu grupe šipova do 2016.godine sažeto je prikazan u radu [1]. Pri tome su komentarisani aspekti analize, ali i oblikovanja karakterističnih detalja armiranja za naglavnicu na 2, 3, 4 i više šipova. Preporučeno je da se putevi prenosa opterećenja analiziraju na prostornoj rešetki. Zaključci su povezani sa rezultatima eksperimentalnih istraživanja naglavnicu, a STM se preporučuje kao racionalna za analizu naglavnicu na smicanje. Slična, ali detaljnija razmatranja svih aspekata analize i oblikovanja armature predmet je magistarskog rada [7]. Visoke, krute naglavnicu su analizirane u radu [4] sa mnoštvom eksperimentalnih rezultata i njihove analize. U ovim radovima su komentarisani i dokumenti Međunarodnih i nacionalnih tehničkih propisa (kodova), smernica najviše Američkog instituta za beton (ACI-318) [2], ranije Britanske norme, Kanadski standardi, EN 1992 [10], i dr. U novijim radovima se šire analiziraju pomenute EN [10], a i Model Code međunarodnog udruženja za beton [13].

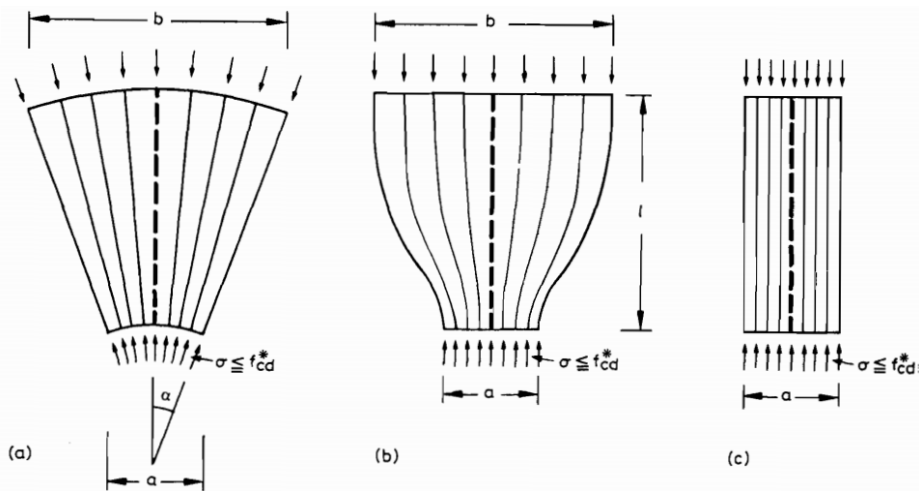
Poslednjih godina se u mnogim knjigama posvećenim projektovanju betonskih konstrukcija detaljno obrađuje ST metoda, najčešće u posebnim poglavljima kao npr. u [9], [15], [29], [32], [35], i monografija posvećena proračunu AB nosača u oblastima smicanja i diskontinuiteta [24]. Neke od publikacija su posvećene proračunu naglavnicu sa numeričkim primerima, kao što su [3], [8], [11], [12], [14], [17], [22], [25], a neki radovi se odnose na naglavnicu sa četiri šipa [5], za tri i četiri šipa [27], a rad [37] uz trodimenzionalni model (3D) STM. Nadovezujući se na tabelarne vrednosti date u knjizi [29], prikazano je nekoliko korisnih analiza naglavnicu sa dva, tri i četiri šipa u [39].

U radu [26] prikazan je način oblikovanja naglavnicu, a za pokrivanje smičućih napona primenjene su kose šipke i beton ojačan vlaknima. Osnovi proračuna, modeliranja i oblikovanja razmatra se u radu [27], a predviđanje nosivosti u [28]. Nelinearna analiza D-oblasti je predmet rada [34], slično kao u radu [18]. Veći broj radova, kao npr. rad [33] i [7] posvećen je analizi naglavnicu sa 4 šipa, pri čemu se proračunski model proverava uporednom analizom sa eksperimentalnim rezultatima

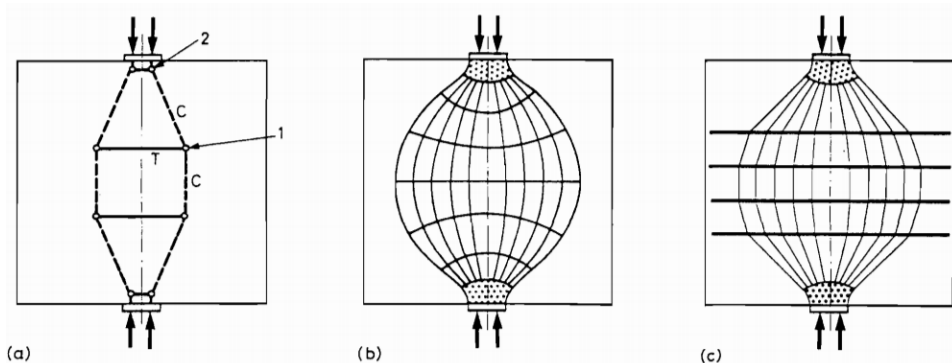
Aspekti numeričkog modeliranja, kombinovano sa korišćenjem metode konačnih elemenata (MKE) tretirani su u radovima [6], [16], [18] i [34]. Pri tome su korišćene i linearne i nelinearne analize. Korišćenje STM metode kod fundiranja mostova prikazana je u radovima [20], [16] i [36], neki

detalji su prikazani i u radovima [8], [38] i [39]. Grafička analiza naglavnica, kako je već pomenuto prikazano je u radu [23]. 3D analize i detaljan opis metodologije projektovanja opisana je u radovima [8] i [19]. U radovima [20] i [21] razmatra se primena STM metode Asocijacije za puteve uz primenu metode LRFD (uvođenje faktora opterećenja i otpornosti u projektovanju).

Polja napona se, zavisno od graničnih uslova mogu prikazati u obliku lepeze slika 2a, boce sl. 2b, i pravougaono sl. 2c. Umesto razmatranja ovih složenih oblika raspodele napona koristi se kao rezultanta pritisnuti štap (u daljem tekstu koristi se najčešće termin *kosnik*) koji je najčešće prizmatičnog oblika, ali su složeniji oblici prikazani na (slici 3a).



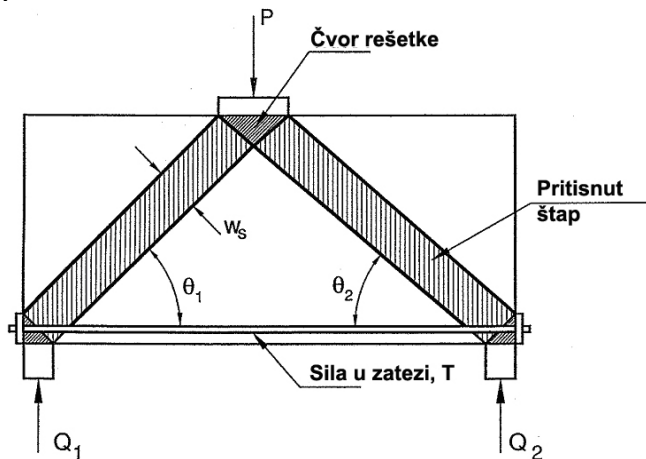
**Slika 2.** Polja napona u obliku lepeze (a), boce (b) i pravougaoni oblik (c), prema [30]



**Slika 3.** Model štapova (STM) slika (a) sa čvorovima 1 i 2, prema [30]

Prvi korak u analizi AB nosača metodom štapova je identifikacija B i D oblasti po geometriji i opterećenju. Pri tome može se usvojiti da se oblast diskontinuiteta širi na dužini jednakoj visini elementa na mestu na kome nastaje diskontinuitet. Za proračun unutrašnjih sila ili napona na granici D oblasti koristi se teorija elastičnosti ili se uzima u obzir AB presek sa prslinom. Najjasnije je štapni model prikazan na slici 4. sa čvornim zonama. Čvorne zone se usvajaju dovoljno široke da bi naponi u betonu bili u dopuštenim granicama. Tri štapa (dva pritisnuta i jedan zategnuti) su u ravnoteži i formiraju trougao sila. Naponi u pritisnutim štapovima i na površinama čvornih zona, se ograničavaju na efektivni napon jednak  $f_c'$ , a zatege, za graničnu nosivost, se sračunavaju sa naponima tečenja u čeliku  $f_y$ .

Ovaj model se primenjivao kod nosača sa velikim smičućim naponima, najpre kod visokih nosača  $H \geq L/2$  kod kojih je za preuzimanje smičućih napona, ranije preporučivano povijanje šipki pod uglom od  $60^\circ$ , kod kratkih elemenata (konzola), a zatim i kod temelja najviše kod proračuna naglavnica šipova.



**Slika 4.** Štapni model za visoku gredu ili zid, sa geometrijom i fizičkim dimenzijama štapova i čvorova

Model pritisnutih štapova i zatega, u literaturi se često naziva kraće štapni model, a na engleskom *Strut and Tie Model* (STM). Model pritisnutih štapova i zatega nema isti oblik za sve vrste opterećenja. U svakom slučaju potrebno je da idealizovana rešetka bude u ravnoteži sa graničnim silama, a naponi u štapnom modelu budu u dozvoljenim granicama. Pored toga moraju biti definisane konstitutivne veze materijala od kojih se model sastoji. Optimalni oblik je sa običnim štapovima i količinom armature.

Za razliku od modela rešetke, iz koga je proistekao, podrazumeva konačne dimenzije pritisnutih štapova i čvornih zona posvećen je primeni modela PŠ i zatega ali i u mnogim tehničkim propisima (normativa-kodovi), ali i smernica, preporuka kao što su ACI 318-14 [2], u EN [10], *fib* Model Code [13], a i neki drugi se analiziraju u većem broju navedenih i citiranih radova u ovom radu. Većina publikovanih radova u ovoj oblasti je praćena numeričkim primerima da bi se demonstrirala primenljivost ove metode projektovanja AB temelja sa naglaskom na temeljne naglavnice kod fundiranja na grupi šipova.

Uz visoke nosače jedan od konstrukcijskih elemenata kod kojih se najčešće primenjuje model proračuna pritisnutih štapova i zatega su naglavnice. Sem pojedinačnog šipa kada se opterećenje, sa gornje konstrukcije, prenosi na više šipova koriste se elementi za povezivanje (grede za dva šipa, a debela ploča za više šipova). Za ove elemente se sem termina naglavnice koriste se i drugi termini, kao npr. u “Jugofundu” ranije je korišćen termin „jastuk“. Na engleskom se koristi termin “cap”- kapa ili poklopac. U [32] se koristi termin vezna ploča iznad šipova (stopa). Ipak u praksi i knjigama iz fundiranja se najčešće koristi termin *naglavnica*. Pa će se i u ovom radu koristiti ovaj termin.

U ovom radu su pored sažete analize teorijskih osnova na kojima se zasniva metoda štapova (STM), opisane karakteristike ovih modela u projektovanju AB konstrukcija i način izbora adekvatnog modela. Opisan je način analize sva tri elementa modela (pritisnutog štapa-kosnika, zatega i čvornih zona). Pri tome su, prikazane metodologije proračuna, prvenstveno ona preporučena u EN 1992: 2004 (deo 6.5), koji je sastavni deo Pravilnika za konstrukcije koje se kod nas primenjuje od 2020. godine. Prikazane su i komentarisane neke nacionalne i međunarodne preporuke (ACI 318, EN 1992, *fib* 2010, AASHTO 2018, i dr.). Prikazano je i nekoliko dijagrama toka kod primene ove metode, tj. modela. Detaljnije je prikazana primena metode kod projektovanja temelja, uključivo i oblikovanje detalja armiranja temelja samaca pod centričnim i ekscentričnim opterećenjem. Prikazano je i oblikovanje detalja armature čašice koja se primenjuje kod montažnih betonskih konstrukcija, najčešće hala. Detaljno su prikazani numerički primeri, naglavnica za dva, tri, četiri i pet šipova, koji mogu biti korsini projektantima AB konstrukcija temelja. U završnim napomenama je prikazano stanje izmena u EN 1992: 2020, koje treba da zamene postojeće koje se odnose na primenu modela pritisnutih štapova i zatega (STM).

## 2. KARAKTERISTIKE ŠTAPNIH MODELA ZA ANALIZU

Model pritisnutih štapova i zatega je proizašao iz modela rešetke kojom se analiziraju smičući naponi. Za razvoj geometrije rešetke štapnog modela moraju se prethodno usvojiti dimenzije pritisnutih štapova i čvornih zona, vodeći računa o efektivnom naponu pritiska u betonu i mogućnosti smeštaja armature i obradi detalja. U zonama oslonaca mogu se koristiti naponska polja u obliku lepeza sa centrisanjem vrha lepeze u jednoj tački, iako je oslonačka zona sa konačnim dimenzijama. Glavni napon pritiska se ne mora kontrolisati u oblasti lepeze [24].

Pokazalo se da je primena STM prikladnija nego proračun uticaja u pojedinim presecima elemenata konstrukcije, praćenje puteva-prenosa sila do oslonaca i viuelizacija komponenata. Pri tome se pretpostavlja da su putevi sila prave linije koje formiraju rešetku u razmatranom elementu konstrukcije. Inicijalne krive trajektorije pritisaka posle formiranja prslina se zamenjuju pravom linijom koja reprezentuje prizmatični štap – kosnik (strut, engl.). Pravci puteva zatezanja nazivaju se zatega (tie, engl.), a sile se primaju armaturom ili predna-pregnutim kablovima. Vizualizacijom štapova rešetke (kosnika i zatega) projektant dobija jasniji uvid u mehanizme prenosa opterećenja u kompleksnim konstrukcijama [21].

Mnoge prednosti STM su uticale na odluke stručnih tela (tehničkih komiteta), najpre Američko udruženje građevinskih inženjera (ASCE) i Američkog instituta za beton (ACI) su već 1998. godine uvrstile metodu za projektovanje, zatim i Međunarodna federacija za prednaprezanje (FIP) 1996, a ACI je 2002. godine uvrstio u Norme za projektovanje. Pri tome je naglašeno da metoda ima prednosti u odnosu na numeričke analize metodom konačnih elemenata (MKE). To se naročito u fazi konceptualnog-idejnog projektovanja zbog jednostavne promene i dobijanja rezultata na strani sigurnosti (konzervativni), tj. pouzdani rezultati. Nosivost STM se predviđa primenom kriterijuma loma.

Ova metoda je efikasna i prikladna za diskontinualne D oblasti AB konstrukcija, za istovremeno dejstvo normalnih i smičućih napona, jer daje pouzdana rešenja sa malim nivoom konzervativnosti (rešenje na strani sigurnost). U D oblasti se može, za analizu toka napona, primeniti teorija elastičnosti ali za preseke pre pojave prslina. Metoda štapova je saglasna sa metodom polja napona i moraju zadovoljavati uslove ravnoteže, uslove kompatibilnosti deformacija i veze napona i deformacija. Onda se može primeniti za proračun, dimenzionisanje i oblikovanje detalja, ali je neophodan izbor odgovarajuće konfiguracije.



Nagibi, pravci i preseči pritisnutih štapova zavise od njihove širine pa se predstavljaju u razmeri sa njihovim stvarnim dimenzijama. U proračunskom modelu se pritisnuti štapovi i zatege predstavljaju osovinskim linijama koje prate tokove glavnih napona pritiska, tako da njihov pravac ne odstupa za više od  $\pm 15^0$ , između granica oblasti na kojima deluju sile ili se nalaze oslonci.

**Izbor modela** rešetke počinje od osa elemenata koje se poklapaju sa težištem zatezanja i polja pritiska, a tako formirana geometrija služi za sračunavanje sila u elementima. Geometrija se prilagođava uslovu da se štapovi (kosnici i zatege) seku u zoni čvorova. Efektivni model je reprezent minimuma energije, raspodeljene u D oblasti, ako one slede putanju prostiranja sila. S obzirom da su kosnici krući nego zatege model sa minimumom zatega je poželjniji. Svaki model koji zadovolji uslove ravnoteže i vodi računa o krutosti konstrukcije je zadovoljavajući. Kod primene STM treba nastojati da se aktiviraju zatege i minimizira pojava prslina, pa se postavljaju kosnici u oblasti velikih pritiska, a zatege u oblasti velikih zatezanja obezbeđujući puteve prenosa opterećenja. Ustvari, tok sila najlakše se uočava na trajektorijama glavnih napona pritiska i zatezanja, koje se pružaju pod pravim uglom jedne prema drugima.

Dimenzije poprečnih preseka kosnika i zatega (debljina i širina) se usvajaju. Debljina  $b$  je upravna na ravan modela rešetke, a širina  $w$  je dimenzija u ravni modela. Veličina dimenzija zatega i kosnika zavise od intenziteta sila i dimenzija susednih elemenata. Spoljašnji elementi, oslonačke ploče, i stubovi, služe da se definiše zona čvora.

Ukoliko je površina oslonca mala a hidrostatički pritisak veliki i širina mala da nosi opterećenje povećava se oslonačka površina i time se redukuje kontaktni pritisak. Ako se odaberu kosnik i čvor dovoljno veliki da nose sile kojima su izloženi, tada se samo zatega detaljno projektuje. Da bi se izbegle prsline i komplikacije zbog nesaglasnosti deformacija usled skraćanja između kosnika i zatega, ugao između njih može biti barem  $25^0$ . Projektanti često radije koriste ugao  $40^0$ , jer su sile u kosnicima i zategama veoma velike za manje uglove [35].

Debljine kosnika, zatega i čvora su jednaki debljini elemenata, pa ako je debljina oslonačke ploče manja od debljine elementa, može biti neophodna armatura zbog koncentracije opterećenja, upravno na glavnu ravan elementa, i armatura utezanja da se spreči cepanje paralelno osi elemenata rešetke. Širine elemenata su proporcionalne silama u njima, tako da i oslonačke ploče treba proveriti proračunom.

**Pritisnuti štap** je unutrašnje pritisnut element, prati polje pritiska i, po dužini može biti pravougaoni ili u obliku lepeze, pri čemu se polja

pritiska i prizmatični deo širi bočno po dužini između dva čvora. U projektovanju se koristi prizmatični, širi se na određenoj dužini štapa (prelazna zona) da bi u srednjem delu prešao u jednoosno naponsko stanje pritiska. Često je oblika „boce“ pa se po dužini zamenjuje idealiziranim presekom sa zakošenjem u nagibu 1:2 ka osi pritisnute sile (slika 5) koji se širi poprečno između čvornih zona. Ovo širenje proizvodi u prelaznoj zoni napone zatezanja u upravnom pravcu što može da dovede do pojave podužnih prslina i cepanja štapa. Kapacitet kosnika je funkcija efektivne nosivosti pritiska koji deluje poprečnim naponima između kosnika. U podužnom pravcu je oblika boce pa je slabije na podužno cepanje, a poprečna armatura se sračunava da spreči podužno cepanje (slika 5).

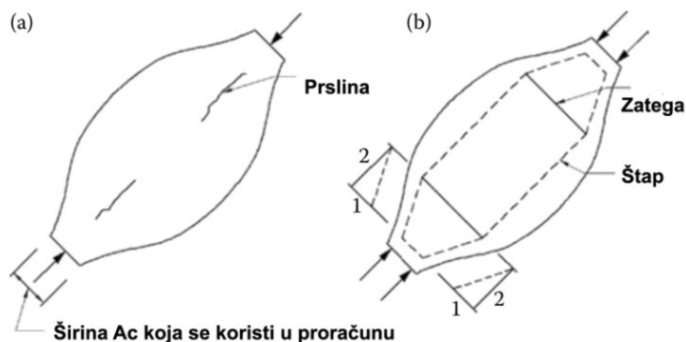
Na slici 5, je:

$A_c$  - širina koja se koristi za sračunavanje površine štapa,

$a$  - širina unosa sile u štap

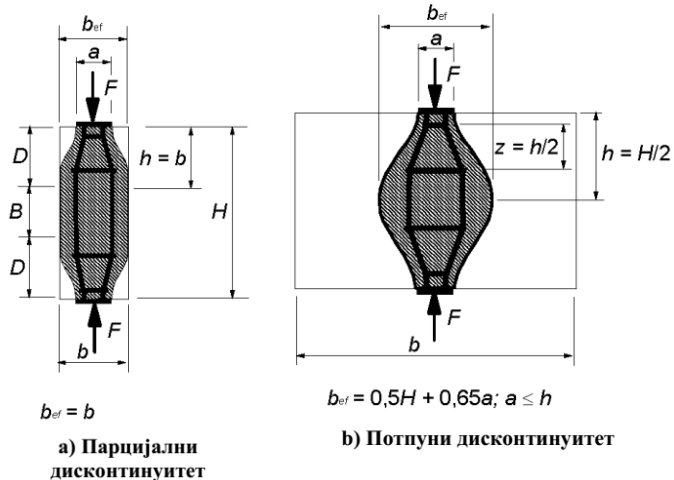
$b$  - stvarna širina štapa

$b_{ef}$  - efektivna širina štapa (u sredini dužine)



**Slika 5.** Štap oblika boce: (a) prslina u štapu (b) idealizovan prizmatični štap, lokalni štapovi STM za transverzalnu armaturu

U zavisnosti od veličine elementa u kojem se formira pritisnut štap, isti može da formira punu ili ograničenu efektivnu širinu (slika 6).



**Slika 6.** Parametri za određivanje poprečnih sila zatezanja u pritisnutom polju sa raspedljenom armaturom [10]

Kod punog diskontinuiteta, dimenzije elementa su takve da omogućavaju formiranja punog oblika boce ( $b_{ef} < b$ ), dok je kod parcijalnog diskontinuiteta efektivna širina ograničena širinom štapa ( $b_{ef} = b$ ).

a) za zone sa parcijalnim diskontinuitetom ( $b \leq H/2$ )

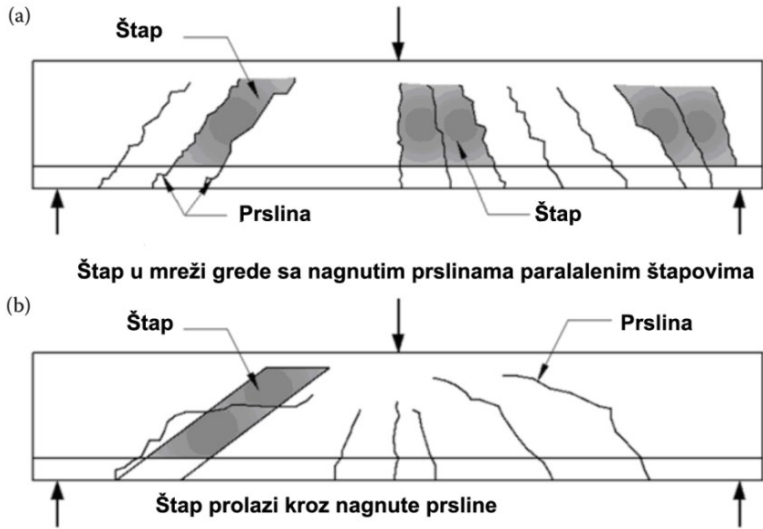
$$T = ((b-a)/4b) F \quad (1)$$

b) za zone sa punim diskontinuitetom ( $b > H/2$ )

$$T = ((1 - 0.7(a/h))/4) F \quad (2)$$

### Tipovi pritisnutih štapova

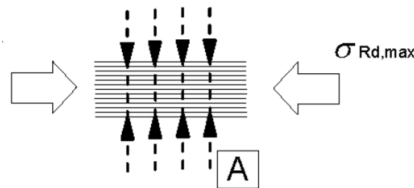
Štapovi se uglavnom klasifikuju prema tome da li imaju ili ne prsline, i prema njihovom pružanju u odnosu na osu štapa. Takođe je bitan i pravac armiranja u odnosu na pravac pružanja prsline (slika 7).



*Slika 7. Tipovi štapova u rebru grede. a) Štap u rebru grede sa nagnutim prslinama paralelna sa štapovima. b) Štap prolazi kroz kose prsline*

### **Pritisnuti štapovi**

Prema EN [[10]] razmatrani su pritisnuti štapovi bez prslina i sa prslinama. Ovde su izlaganja praćena numeričkim analizama za najčešće primenjivane klase betona C25/30 i C30/37. Pritisnuti betonski štap bez poprečnog zatezanja prikazan je na slici 8.



*Slika 8. Pritisnut betonski štap bez poprečnog zatezanja*

Proračunska nosivost za pritisnute štapove, sa ili bez porečnog napona prtiska, (prema EC2 deo 6.5.2), iznosi:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (3a)$$

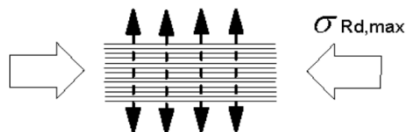
$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c, \quad (0,80 \leq \alpha_{cc} \leq 1,00), \quad \text{za C30/37 } f_{cd} = 0,85 \cdot 30 / 1,5 = 17 \text{ MPa}$$

pretpostavlja se da u štapu nema pojave pritisnutih zona sa prslinama.

Koeficijent  $\alpha_{cc}$  uzima u obzir trajnost i nepovoljno dejstvo opterećenja, nalazi se u granicama  $0,80 \leq \alpha_{cc} \leq 1,00$ , može biti određen nacionalnim

normama. Kod nas se sve više upotrebljava vrednost  $\alpha_{cc}$  od 0,85, i kod STM metode, a to je vrednost koja je u DIN na početku uvedena. Za preporuku je da se koristi vrednost 0,85, a u specifičnim slučajevima čak i manja, tj. 0,80).

Za štap sa prslinama, izložen poprečnom zatezanju, treba primeniti EC2 deo 6.5.2(2). Ovde je prikazan proračun za C25/30 ali se ne koristiti u obrađenom primeru (slika 9). Prsline se javljaju upravno na pravce glavnih napona zatezanja, a armatura se postavlja upravno na pravac pružanja prslina.



**Slika 9.** Pritisnut betonski štap sa poprečnim zatezanjem

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (3b)$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 1,0 \cdot 25 / 1,5 = 14,17 \text{ Mpa}; \alpha_{cc} = 0,85;$$

$$v' = 1 - (f_{ck} / 250) = 1 - (25 / 250) = 0,90$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,60 \cdot 0,90 \cdot 14,17 = 7,65 \text{ MPa}$$

Sila u kosom pritisnutom štapu (u primeru) je  $\frac{1}{4}$  ukupne sile, jer se deli sa 4 (broj šipova)

$$F_c = (16000 / 4) / \sin \alpha = 4000 / \sin (37,5) = 6570,72 \text{ kN}$$

Površ. p. pres. je:  $0,58 \cdot 0,88 = 0,5104 \text{ m}^2$ , a napon u štapu

$$\sigma_{cd} = 12,87 < \sigma_{Rd,max} = 17 \text{ MPa}$$

Kod štapova promenljivog poprečnog preseka, ili oblika boce, kritični presek je skoro uvek na mestu kontakta sa čvorom, koji se mora proveriti, i sa dozvoljenim naponima za čvor i sa dozvoljenim naponima za štap (jer je to zajednička površ). Kada se više štapova sustiču u 1 čvoru, dozvoljeni naponi za te štapove ne moraju obavezno biti jednaki, jer isti osim klase čvrstoće zavise i od stanja i pravca prslina u odnosu na ose štapa, i načina armiranja.

U radu [14] uporedno su navedeni izraz za  $f_{cd2}$  prema različitim normama u obliku:

$$\text{ACI 318-14} \quad f_{cd2} = 0,68 f_{cd}; \quad (4)$$

$$\text{Canadian Code CSA: 2014} \quad f_{cd2} = 0,70 f_{cd}; \quad (5)$$

$$\text{EN 1992 (EC2): 2004} \quad f_{cd2} = 0.85 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd}; \quad (6)$$

$$\text{FIB Model Code 2010 (2013)} \quad f_{cd2} = 0.50 \left( \frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3}, \quad (7)$$

$$\text{CEB-FIP Model Code 1990 (1993)} \quad f_{cd2} = 0.60 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \quad (8)$$

U tom radu na slici 4 prikazana promena  $f_{cd2}$  sa karakterističnim čvrstoćama  $f_{ck}$  prema standardima, i uvodeći vrednost  $f_{cd} = f_{ck} / 1.5$ . Izrazi ACI i EC2 daju veće vrednosti. Konzervativnije vrednosti su dobijene ako se koriste izrazi dati u *fib* ili raniji CEB-FIP–MC 90.

U ACI 318-19 je promenjeni su izrazi za nosivost kosnika za krajnji kosnik je  $0.85\beta_c f_c'$  za unutrašnji kosnik sa kontrolom prslina  $0.64\beta_c f_c'$ ; a za zategu  $0.34\beta_c f_c'$ .

Prema Kanadskim normama za zatege se ograničava na <400 MPa:  $1/11.14 + 0.68 \cdot \cot 2\theta_s f_c' \leq 0.85 f_c'$ ; za kosnike. Pri tome je  $f_c'$  u MPa (korišćene su SI jedinice). U *fib* Model Code 2010 za kosnik sa prslinama paralelno sa pravcem pritiska i zategnutom armaturom upravno na njih  $0.75\eta f_c f_{ck}$ , gde je  $\eta f_c = (30 / f_{ck})^{1/3} \leq 1.0$  (odeljak 7.3.6.2). faktor kojim se uvodi ponašanje krtoeg loma, **eta** mora biti veći od 30MPa. Detaljnije o ovoj uporednoj analizi može se naći u radu [39].

**Zatega** je drugi važan element STM. Ona se sastoji od nezategnute i prednapregnute armature obavijene betonom oko ose zatege formirajući presek zatege i oblast za ankerovanje armature i/ili kablova. Pretpostavlja se da beton ne nosi zatezanje ali doprinosi smanjenju deformacija pod eksploatacionom opterećenju

**Čvorne zone** su mesta susticanja kosnika, zatege i koncentrisanih sila. One se razlikuju od čvorova rešetke. To je zapremina betona oko čvora gde se prenosi opterećenje. Može se tretirati jedinstveno ili se deli na dva manja dela pod uravnoteženim silama. Zatege su znatno deformabilnije od kosnika, a bolji je onaj model koji sadrži zatege manje dužine i manje površine ukupnog preseka ili minimalne površine armature ako obezbeđuje duktilni lom. Sile u čvoru moraju biti u ravnoteži, a anuliranje momenata postiže se centrisanjem sila u čvoru u kome poligon sila mora biti zatvoren.

Prema položaju u nosaču čvorne zone se dele na: oslonačke čvorne veze, ispod koncentrisanih sila i unutrašnje čvorne veze. Prema vrsti naprezanja u štapovima-smeru sila, koji se sustiču u čvoru, najčešće se javljaju čvorne zone tipa PPP (CCC engleski) sva tri pritisnuta štapa) i zone u kojima se

sustiču dva pritisnuta i jedan zategnut štap CCT. U oba slučaja su čvorne zone izložene pritisku jer i štap T unosi pritisak samo ako se to obezbedi adekvatnim detaljima ankerovanja. Javljaju se i čvorne zone tipa CTT (jedan pritisnuti i dva zategnuta štapa) i TTT (sva tri štapa zategnuta) [24]. Prema veličini sila pritiska se određuju širine kosnika, a stanje napona je hidrostatički pritisak (poželjno stanje) konstantno stanje napona u čvoru. Izbor širine jednog štapa određuje dimenzije drugih štapova. U zoni vlada ravno stanje napona pritiska pa one mogu prihvatiti naprezanja za oko 16% veća od jednoaksijalne čvrstoće betona na pritisak (ovde se preporučuje 10%).

Druga dimenzija se bira zavisno od dimenzija oslonačkih ploča, baze stubova ili oslonačke grede. Dužina hidrostatičke zone često nije dovoljna za sidrenje pa se proširenje čvorne zone definiše njenim presekom sa pridruženim štapom. Ova zona se može koristiti za preklope između pritisnutog štapa i zatege pa se ne smatra delom primarnog čvora. Deo za sidrenje se može produžiti i van zone čvora [35].

Proračun kosnika i čvorne zone prema ACI [2] zasniva se na izrazu:

$$\phi F_n \geq F_u \quad (9)$$

gde je  $F_u$ - proračunsko dejstvo u kosniku i zatezi ili na jednoj strani čvorne zone;  $F_n$  je nominalna nosivost kosnika, zatege ili čvorne zone,  $\phi$  je faktor definisan u 9.3.2.6.

Nominalna nosivost kosnika bez armature se uzima kao manja vrednost

$$F_{ns} = f_{ce} A_{cs} \quad (10)$$

Na dva kraja kosnika, a  $A_{cs}$  je površina poprečnog preseka na kraju kosnika, a  $f_{ce}$  manja vrednost dobijena iz a) efektivne nosivosti na pritisak betona:

$$f_{ce} = 0,85 \beta_s f_c' \quad (11)$$

za kosnik sa konstantnom površinom poprečnog preseka na celoj dužini =1,0. To važi i za čvornu zonu koja se graniči sa kosnikom ili osloncem, vrednost 0,8 je za čvornu zonu sa ankerovanom jednom zategom, a 0,6 za čvornu zonu sa ankerovanim dve ili više zatega.

U izveštaju [39] uporedno su prikazani izrazi koji se koriste u SAD [2], i AASHTO LRFD, a analizom su obuhvaćene, Kanadske norme (CSA A23.3-14), Evrokod 2, *fib* Model Code 2010. Pri tome su naznačena poglavlja i odeljci koji za odgovarajuće izraze što je pokazano ovde za čvorne zone:

## EN 1992-1-1:2004

$(1.0) (1-f_{ck}/250 \text{ MPa})f_{cd}$	$(0.85)(1-f_{ck}/250 \text{ MPa})f_{cd}$	$(0.75)(1-f_{ck}/250 \text{ MPa})f_{cd}$
Ako su sva tri pravca kosnika i raspored opterećenja poznati,	[§6.5.4]	[§6.5.4]
$f_{ck,c} \leq (3.00)(1-f_{ck}/250)f_{ck}$		
[§6.5.4 and 3.1.9]		

Proračunske vrednosti za napone pritiska se mogu povećati za 10% kada je: triaksijalno stanje pretpostavljeno, ugao između kosnika i zatege  $\geq 55^\circ$ , i čvorna veza utegnuta uzengijama.

## fib Model Code 2010

$1.0\eta f_c f_{ck} \eta f_c = (30 \text{ MPa} f_{ck})^{1/3} \leq 1.00$	$0.75\eta f_c f_{ck} \eta f_c = (30 \text{ MPa} f_{ck})^{1/3} \leq 1.00$	$0.75\eta f_c f_{ck} \eta f_c = (30 \text{ MPa} f_{ck})^{1/3} \leq 1.00$
Pod značajnim buaksijalnim pritiskom; $1.1\eta f_c f_{cd}$	[§7.3.6.4]	[§7.3.6.4]
Pod triaksijalnim pritiskom;		
$\sqrt{A_{c1}/A_{c0}} f_{cd} \leq 3.0 f_{cd}$		
[§7.3.6.4 and 7.2.3.1.7]		

## ACI 318-19

$0.85(1.00)\beta_c f_c' = 0.85\beta_c f_c'$	$0.85(0.80)\beta_c f_c' = 0.68\beta_c f_c'$	$0.85(0.60)\beta_c f_c' = 0.51\beta_c f_c'$
[§23.9.2]	[§23.9.2]	[§23.9.2]

$\beta_c = \sqrt{A_2/A_1} \leq 2.0$  (Čvorna zona uključivo i oslonac); za ostale slučajeve  $\beta_c = 1.0$  [§23.4.3(b)]

Prirast napona je dopušten ako je armature utegnuta u čvornoj zoni, što se mora dokumentovati eksperimentalno i analizom.

## AASHTO LRFD (2020)

$0.85mf_c'$	$0.70mf_c'$	$(0.85-f_c'/20\text{ksi})mf_c'$
[§5.8.2.5.3]	[§5.8.2.5.3]	$0.45 \leq 0.85-f_c'/20\text{ksi} \leq 0.65$
		[§5.8.2.5.3]

Prva kolona se odnosi na čvorne zone CCC (sva tri štapa pritisnuta), druga za CCT (dva pritisnuta štapa i zatega), a treće kolona CTT (jedan pritisnuti štap i dve zatege). Kod ove uporedne analize dodajemo da je slična analiza prikazana i u radu [20] pokazno da su odredbe ACI 318, veoma



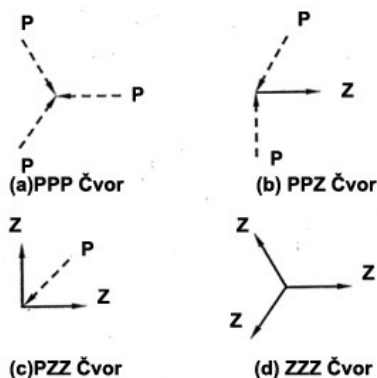
slične Novom Zelandu (NZS 3101) koja je u oblasti zemljotresnog inženjerstva jedna od vodećih u svetu. Jedina razlika je što se kod minimalne armature za kontrolu prslina koja preseca kosnik ograničavaju napon  $f_c$ , na 40MPa, a u ACI je to 6000psi. Kod ograničenja procenta armature na 0,3% u NZS ograničenje se odnosi na napon koji mora biti veći od 1,5 MPa. Što se tiče čvornih zona tu su odredbe potpuno iste u oba dokumenta. U pomenutom radu su u uporednu analizu uključene su i Preporuke Međunarodnog udruženja za prednaprezanje FIP 1999, i Model Code CEB-FIP 90. U radu [20] su u uporednu analizu uključeni i neki autori, kao što je MacGregor [35], Collins, Schlaich [32] i Bergmeister iz Teksasa, i upoređene sa Preporukama AASHTO LRFD.

### **3. METODOLOGIJE PROJEKTOVANJA KORŠĆENJEM ŠTAPNIH MODELA**

Standardna metoda primene metodologije pritisnutih štapova i zatega je detaljno obrađena u ACI 318, već 2002. godine. I u kasnije objavljenim dokumentima ACI se takođe obrađuju, uglavnom, sa manjim modifikacijama. U Evropskim normama EN 1992-Projektovanje betonskih konstrukcija Deo 1-1-Opšta pravila i pravila za zgrade 2004 posebno poglavlje 6.5 je posvećeno primeni ovog modela u projektovanju AB konstrukcija.

Uporedno su analizirane neke odredbe za analizu elemenata STM sa najpoznatijim preporukama za analizu. Razmatrani su opšti aspekti, analiza kosnika, zatege i čvorne oblasti-zone. Pri prikazu i analizi uveden je i proračun jednog primera kao ilustracija postupka. Komentarisani su i neki drugi postupci analize, koji se pojavljuju u Normama pojedinih država i člancima.

U proračunskim modelima pritisnuti štapovi se, najčešće predstavljaju isprekidanim linijama, a zatege punim linijama (slika 10). Trajektorije glavnih napona zatezanja se često pružaju pod pravim uglom u odnosu na trajektorije glavnih napona pritiska. Pravac zatega prati trajektorije glavnih napona zatezanja.



**Slika 10.** Ilustracije različitih tipova čvornih zona ( $P$  ( $C$ ) – pritisnut štap;  $Z$  ( $T$ ) – zatege)

STM metodologija je opisana na više načina i sa mnoštvom dijagrama toka. U [35]

1. Definisati i izdvojiti D oblasti;
2. Sračunati sile rezultante na svim granicama D oblasti;
3. Izbor modela rešetke kojim se prenose sile u D oblasti;
4. Izbor dimenzija za STM čvorne zone;
5. Potvrđivanje (kontrola) kapaciteta čvornih zona i kosnika u sredini i na kontaktnim površinama;
6. Dimenzionisanje zatega i njihovo ankerovanje;
7. Priprema projektovanja detalja i provera minimalnih zahteva za armaturu.

U projektovanju se koristi idealizovani prizmatični štap. Pretpostavlja se da se čelik i beton ponašaju plastično, a za jednoosijalnu čvrstoću betona koristi se faktor kojim se obuhvata omekšavanje betona. Procedura se provodi u sledećim koracima [7]:

1. Razvoj STM. Prizmatični štap (kosnik) i zatege koriste se da reprezentuju – zamene realno polje napona rezultujućim pravcem i koncentriše svoju krivinu u čvoru.
2. Proračun sila u kosniku i zatezi iz uslova ravnoteže.
3. Određivanje dimenzija kosnika i zatege iz unutrašnjih sila.
4. Određivanje armature za prijem sile u zatezi i provera nosivosti kosnika.
5. Provera nosivosti čvorne zone za sidrenje čeličnih šipki.

STM se proračunava iz hipotetičke ekvivalentne prostorne rešetke koja predstavlja polja napona u AB elementima za granično stanje nosivosti. Za proveru prslina pod eksploatacionim opterećenjem, magnituda glavnih

zatežućih napona se može odrediti iz Morov-og (Mohr's) kruga napona [21]. Raspodela nelinearnih dilatacija je slična raspodeli kod visokih greda. Princip je da metoda simulira tok sila u isprskalom preseku AB posle plastične preraspodele, koristeći kosnik, zategu i čvornu zonu. Proračunski model se sastoji od: glavnih pritisnutih štapova-kosnika, zatega i čvornih zona.

Granično stanje loma rešetke prikazane na slici 4 može nastati na tri načina:

- tečenjem (prekoračenje napona na granici tečenja) usled zatezanja zatege,

- lom jednog od pritisnutih štapova nastaje usled prekoračenja efektivnog napona betona na pritisak,

- lom čvora rešetke nastaje ako je naprezanje veće od efektivnog napona na pritisak betona.

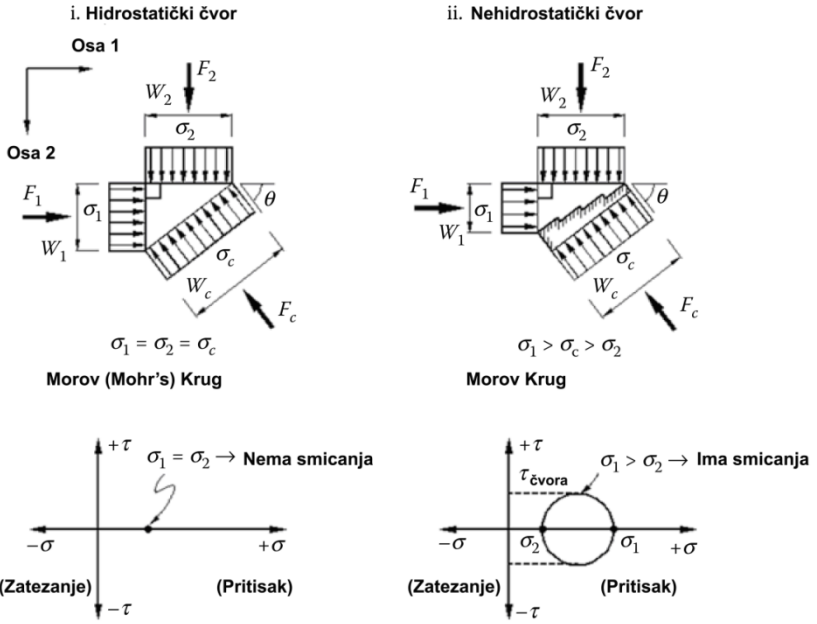
Kod ove metode je bitna podela čvorova, prema naponskim uslovima, tj. prema odnosu glavnih napona u čvoru na:

1. hidrostatičke, i
2. nehidrostatičke.

Kod hidrostatičkog čvora prvi i drugi glavni napon su jednaki ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ), pa Morov krug predstavlja tačku na naponskoj osi. Naponi smicanja su  $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2 = 0$ . Kod nehidrostatičkog čvora glavni naponi nisu jednaki, pa se javlja i napon smicanja  $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2 \neq 0$ .

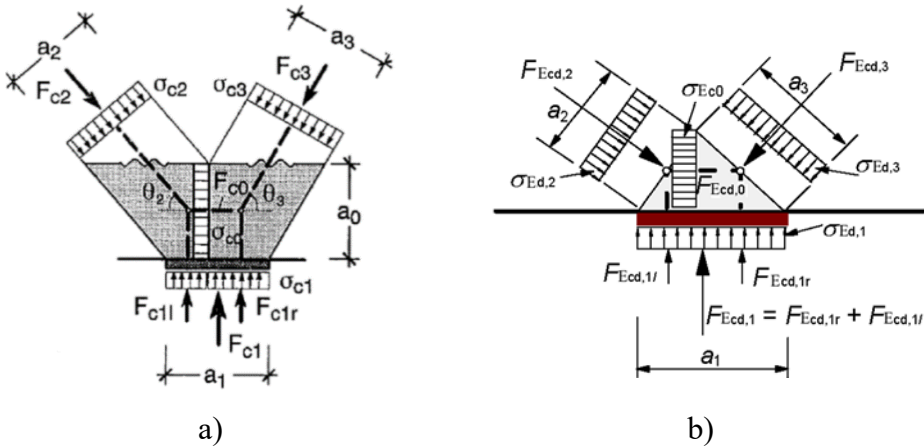
Hidrostatički čvor je, sa tri pritisnuta štapa, tipa PPP (CCC). Potrebno je da se i svaka osa štapa na mestu dodira sa datim čvorom poklapa sa normalom na tu površinu čvora, pa za povezivanje štapa i čvora nije potrebno produžiti jednu ivicu štapa. Ose štapova presecaju sredine stranica čvora i podudarne su sa normalama.

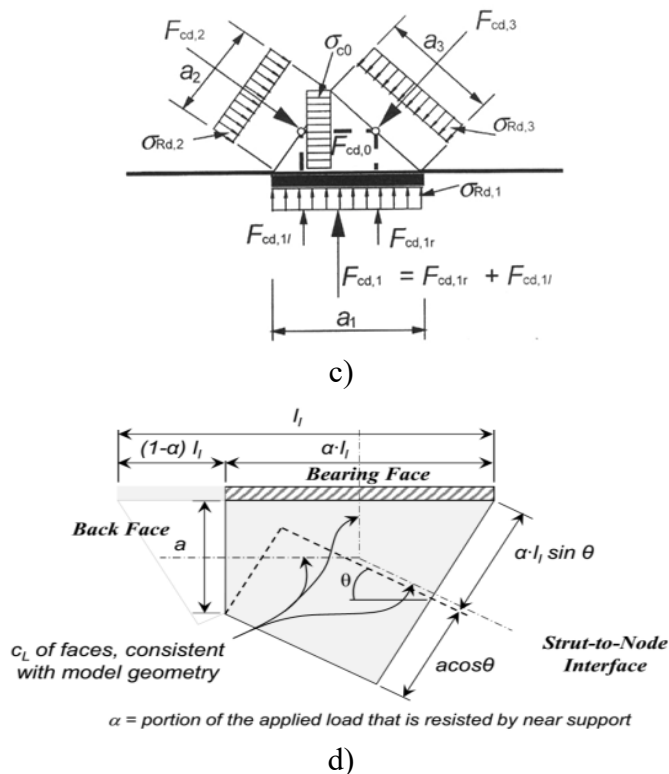
Primer koji se prikazuje su obrađen je u skladu sa odredbama i metodologijom EN 1992: 2004 [10] koja je ilustracija kako obraditi konkretne zadatke.



*Slika 11. Stanje napona u hidrostatskom i nehidrostatskom čvoru, prema [[20]]*

PPP – Pritisnuti čvor (CCC, uz primenu odredbi EN 1992: 2004 [[10]])





**Slika 12.** Pritisnuti čvor CCC: a) prema [10], b) ASHTO [20], c) prema [10] i d) prema [36]

Ovaj čvor se često javlja ispod stuba oslonjenog na 2 šipa, slika je u tom slučaju ista kao gornja (12), samo je zarotirana za  $180^\circ$  oko horizontalne ose u ravni papira, prikazano na slici 12d). Ovaj čvor je pritisnut, bez zatega i ankerovanja u čvoru. Ovde se sl. 12b) i 12c) reakcija deli na deo koji potiče od levog štapa oznaka,  $l_l$ , i desnog štapa oznaka,  $l_r$  ( $F_{cd,1} = F_{cd,1l} + F_{cd,1r}$ ).

Dozvoljeni napon u čvoru je:

$$\sigma_{Rd,max} = k_l \cdot v \cdot f_{cd} \quad (12)$$

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 v f_{cd}, \text{ za } f_{ck} = 30 \rightarrow v = 1 - f_{ck} / 250 = 1 - 0,12 = 0,88;$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,88 f_{cd} = 14,96 \text{ MPa}$$

Napon u čvoru je nešto manji od napona u štapu =  $12,87 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} = 14,96 \text{ MPa}$

Horizontalni napon u čvoru je:  $F_{cd,0} = 6570,718 \cdot \cos(\alpha) = 5212,901 \text{ kN}$

$$\sigma_{cd,0} = 5212,901 \text{ kN} / (0,42 \cdot 0,88 \text{ m}^2) = 14,10 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} = 14,96 \text{ MPa}$$

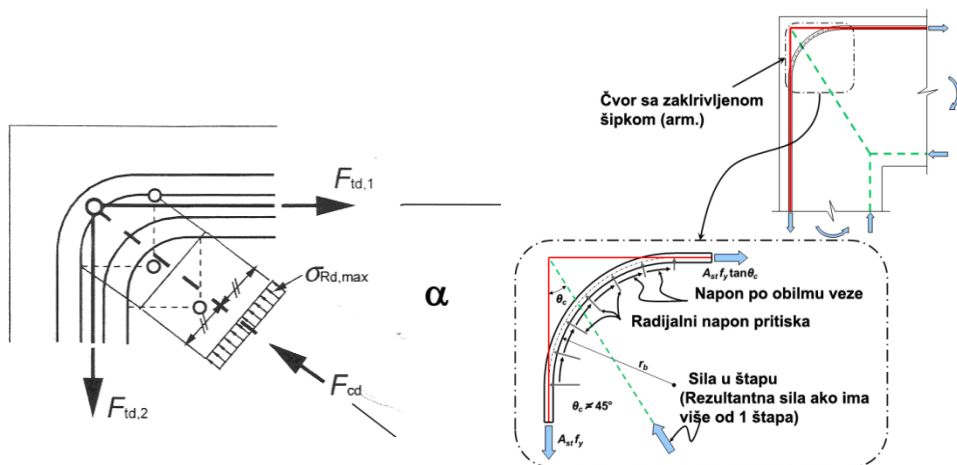
### Pritisnuto zategnuti čvor (CCT)

Čvor sa dva pritisnuta i zategnuti element, kod kojeg se zatega sidri (ankeruje) samo u jednom pravcu i označava se sa CCT. Proračunski napon je tada:

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (13)$$

$\sigma_{Rd,max} = 0,85 v f_{cd}$ , za  $f_{ck} = 30 \rightarrow v = 1 - 0,12 = 0,88$  MPa; pa je  $\sigma_{Rd,max} = 12,72$  MPa

Pritisnuto-zategnuti čvorovi (CTT), prema EC2 deo 6.5.4(4) c [10] i [36]



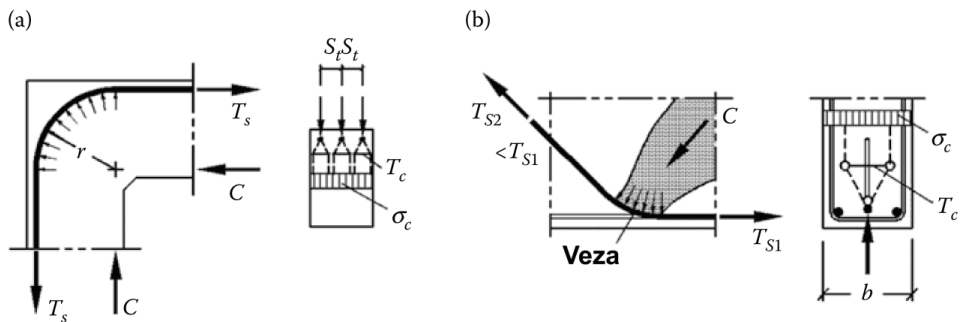
**Slika 13.** Pritisnuto-zategnuti čvor (CTT) sa armaturom za zatege ankerovane u (bar) dva pravca [36]

Čvorovi kod kojih su zatege ankerovane više nego u jednom pravcu, to je npr. čvor u uglu rama ili zida kada se armatura prevodi iz vertikalnog pravca u horizontalni. Sila  $F_{cd}$  je skretna sila, a preciznija raspodela je prema kotlovskoj formuli:

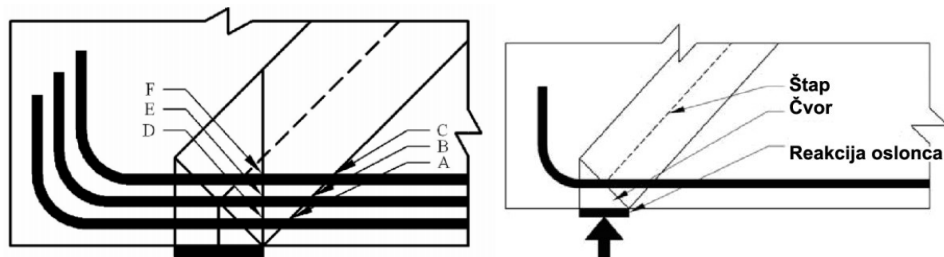
$$\sigma_{Rd,max} = k_3 v f_{cd} \quad \sigma_{Rd,max} = 0,75 v f_{cd} \quad (14)$$

za C30/37,  $f_{ck} = 30 \rightarrow v = 1 - 0,12 = 0,88 \rightarrow \sigma_{Rd,max} = 0,75 \cdot 0,88 \cdot (0,85 \cdot 30 / 1,5) = 11,22$  MPa;

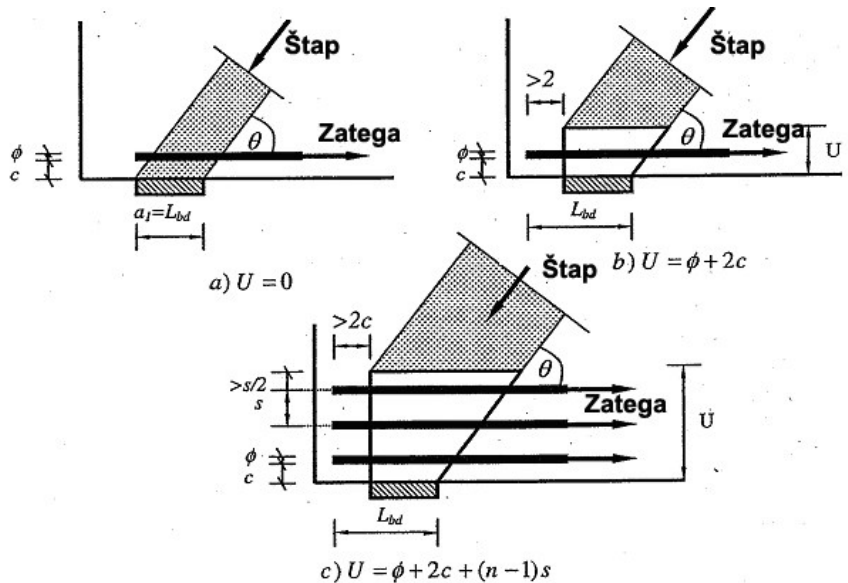
usvojeno  $\alpha_{cc} = 0,85$ , pa je  $\sigma_{Rd,max} = 0,66 \cdot f_{cd} = 0,66 \cdot 17 = 11,22$  MPa



**Slika 14.** Zakrivljenu armaturu prate deviatorske-skretne sile sa odgovarajućim STM: (a) zakrivljena šipka okvira izložena momentima (b) skretne sile usled povijanja šipke u gredi



**Slika 15.** Raspored armature levo u tri reda po zatezi, i desno u jednom redu



**Slika 16.** Visina ( $U$ ) korišćena za određivanje dimenzija čvora kroz koji prolazi zatega [15]

Kod naglavnice sa dva šipa, čvor iznad šipa je tipa CCT, a u ostalim slučajevima CTT.

Da bi se odredile dimenzije čvorova podvrgnutih zatezanju i pritisku (CCT ili CTT), visina  $U$  zatege u čvor izračunati se na sledeći način:

- Za jedan red šipki bez obezbeđenja dovoljne dužine sidrenja  $L_{bd}$  izvan čvornih zona (slika 16a):  $U = 0$

- Za jedan red šipki i obezbeđivanja dovoljne dužine sidrenja,  $L_{bd}$  izvan čvornih zona za rastojanje ne manje od  $2c$ , gde je  $c$  zaštitni sloj betona (slika 16b):  $U = \emptyset + 2c$

- U slučaju korišćenja više od jednog reda šipki (slika 16c) i obezbeđivanja dovoljne dužine sidrenja  $L_{bd}$  izvan čvornih zona za rastojanje ne manje od  $2c$ , gde je  $c$  zaštitni sloj betona:

$$U = \emptyset + 2c + (n-1)s \quad (15)$$

gde je  $\emptyset$  prečnik šipke.

#### 4. PRIMENA ŠTAPNIH MODELA KOD ANALIZE I OBRADJE DETALJA TEMELJA

Kao što je poznato, šipovi predstavljaju elemente koji prenose opterećenje sa konstrukcije na dublje noseće slojeve tla. To se obavlja prenosom vertikalnog opterećenja trenjem plašta šipa-lebdeći šipovi, ili preko baze (“noge”) šipa-stojeći šipovi [14], [15] i [32]. Ipak, mnogi šipovi prenose opterećenja na tlo kombinacijom nosivosti noge i trenjem plašta, zavisno od nosivosti tla. Sem pojedinačnog šipa kada se opterećenje prenosi na više šipova koriste se elementi za povezivanje (koji su u vidu grede ili debele ploče) naglavnice. Za nju se koriste i drugi termini. U “Jugofundu” ranije je korišćen termin jastuk. Na engleskom se koristi termin “cap”-kapa ili poklopac. U [32] se koristi termin vezna ploča iznad šipova (stopa). Ipak, najčešće se koristi termin naglavnica pa će se i u ovom radu nadalje koristiti.

Naglavnice povezuju šipove i prenese opterećenje (aksijalne i transverzalne sile, i momente savijanja) sa gornje konstrukcije (stubova i zidova) na pojedine šipove. Kada povezuju veći broj šipova one su velikih debljina, pa spadaju u visoke nosače. Ipak, one mogu biti krute ili fleksibilne što se odnosi na konstrukciju, a ne na uslove tla. Naglavnice se mogu proračunati:

1. Konvencijalnom metodom,
2. Metodom konačnih elemenata (MKE),
3. Metodom pritisnutih štapova (PŠ) i zatega (STM).



Treća metoda je, kako je to napred opisano, proistekla iz metode rešetka kod prijema sila smicanja što je opisano u većem broju navedenih radova, a istorijski razvoj je na našem jeziku, šire prikazan u knjizi [24]. Najveći doprinos je potekao od istraživača iz Študgarda (Nemačka škola) da bi ova metoda bila preporučena i uvrštena u mnoge norme, kao što su ACI koje su često modifikovane do 2019. godine [2], da bi za nas od osobitog interesa, bile EN 1992 [10], koji je uvršten u Pravilnik za konstrukcije, SRP EN 1992, koji je od 2020. godine u primeni kod nas. U [10] analizi naglavnic šipova posvećeno je potpoglavlje 9.8.1 sa mogućnošću primene i metoda savijanja (debele ploče) i štapnih modela. Međunarodno udruženje za beton *fib* je takođe uvrstila u alatke za proračun temeljnih naglavnic [13], a tom problemu sa primerima proračuna temelja za centrično i ekscentrično opterećenje posvećena je i knjiga [12].

Naglavnica prenosi opterećenje stuba na temelj sa grupom šipova koji ih prenosi na noseće slojeve tla na nekoj dubini ispod površine terena. Mehanizam prenosa opterećenja, za naglavnic grupe šipova od dva do 5, prikazan u [32], poglavlje 7.2. Izbor oblika temelja se usklađuje sa tipom tla, promenom tipa tla po dubini i sposobnost tla i konstrukcije za deformisanje. Šipovi prenose opterećenje na noseće slojeve tla donjim krajem ili trenjem po omotaču poduž šipa. Naglavna ploča (naglavnica) ne engleskom *cap* obično povezuje 2 do 6 šipova, iako se primenjuju sa znatno više, čak i sa 30 šipova. Uobičajeno rastojanje šipove je 2,5 do 3 prečnika šipa, a odstojanje težišne linije šipa do ivice naglavnice je  $0,8\varnothing$ - $1,0\varnothing$ . Naglavnice su u statičkom smislu specijalni slučaj visokih nosača.

Prvi korak je određivanje sila u svim šipovima. Drugi korak je provera nosivosti na smicanje u jednom pravcu u kritičnom preseku na  $h/2$  od lica stuba gde je  $h$  debljina naglavnice. Proračunava se kao ploča oslonjena na šipove. Reakcija šipa čije je težišta na  $\varnothing/2$  ili dalje od kritičnog preseka, slučaj. Detaljnije objašnjenje se može naći u knjigama [15], [29] i [35] i u više radova među kojima je i rad [14]. Za sračunavanje sila u pojedinim šipovima, koristeći izraz:

$$P_{pl} = \frac{1,05 \cdot N}{n} \leq P_{allowable} \quad (16)$$

gde su:

$P$ =sila za stanje eksploatacije;

1,05 je faktor kojim se uvodi sopstvena težina naglavnice;

$n$  = broj šipova;

$N$  = sila za eksploataciono opterećenje u dnu stuba,

$P_{allowable}$  = dopušteno opterećenje u šipu.

Za ekscentrično opterećenju naglavnicu opterećenje u šipu je dato izrazom:

$$P_{pile} = \frac{N}{n} + \frac{M_y}{\sum x^2} x + \frac{M_x}{\sum y^2} y \leq P_{allowable} \quad (17)$$

gde su:

$M_x, M_y$  – moment oko  $x$  i  $y$  ose, respektivno, a

$x$  i  $y$  – su odstojanja svakog šipa od težišta stuba ili zida.

Pretpostavlja se da deo šipa van perimetra probijanja i doprinosi redukciji opterećenja proboja.

Na slici 2 prikazan je karakteristični STM naglavnice za dva šipa. Širina naglavnica je redovno veća od širine stuba i šipova, pa je potrebno ostvariti izvesno utezanje u poprečnom pravcu. Ono se ostvaruje okolnim betonom koji je po pravilu, po obimu armiran tanjom armaturom zbog kontrola širine prslina. U čvornim zonama u kojima se praktično ostvaruje prostorno stanje napona dopušta se veći naponi pritiska u betonu u funkciji odnosa širine grede, stuba i šipova prema izrazu [24]:

$$\sigma_s \leq 0,6 \cdot f_c + 6 \gamma \cdot \beta \cdot \sqrt[2]{f_c} \quad (18)$$

to je granični napon pritiska u čvornim zonama.

Pri tome su

$$\gamma = 1/3 (\sqrt[2]{A_1/A_2} - 1) \leq 1 \quad (19)$$

$$\beta = 1/3 (h_s/b_s - 1) \quad (20)$$

gde je:

$A_1$ -površina preko koje se prenosi opterećenje,

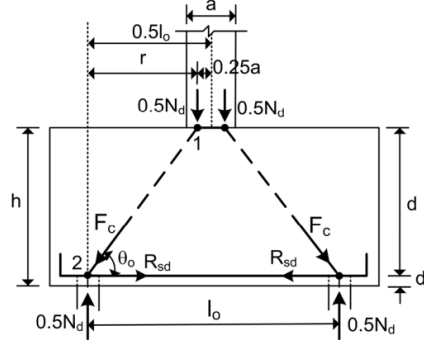
$A_2$ -površina opterećenog elementa,

$h_s/b_s \approx 2h/d_s$  aproksimacija odnosa visine i širine pritisnutog betonskog štapa u čvornoj zoni ispod stuba koja povezuje dva, ili više štapova, gde su:  $h$ -visina naglavne grede, a  $d_s$ -širina kvadratnog stuba, ako je stub kružni  $d_s$  je prečnik stuba.

U čvornoj zoni, iznad šipa, koja spaja jedan zategnuti i jedan pritisnuti štap, za odnos  $h_s$  i  $b_s$  može se usvojiti sledeća aproksimacija

$$h_s/b_s \approx h/D \quad (21)$$

Na slici 17 prikazan je klasičan ST model primenljiv za naglavnicu sa dva šipa. Stub je izložen centričnom opterećenju i pravougaonog je poprečnog preseka. Kosnici se formiraju između podnožja stuba do vrha naglavnice, do preseka ose šipova i zatege. Proračunsko opterećenje  $N_d$  se podjednako na dva kosnika, nanosi na odstojanju  $0,25 a$  od ose stuba, gde je  $a$  dimenzija poprečnog preseka stuba u pravcu šipova [22].



*Slika 17. Klasičan ST model za naglavnicu na dva šipa[22]*

Napon u kosnicima se razmatraju u čvorovima 1 i 2, ispod stuba, a iznad naglavnice i određuje se iz:

$$\sigma_{c1} = \frac{N_d}{A_c \sin^2 \theta_0} \quad (22)$$

$$\sigma_{c2} = \frac{N_d}{2A_p \sin^2 \theta_0} \quad (23)$$

gde je  $A_c$  površina poprečnog preseka stuba, a  $A_p$  je površina šipa.

Ovi naponi se upoređuju sa efektivnim naponima u betonu  $f_{cd,ef}$ , da bi se sprečilo gnječenje betona u kosniku. Obično se usvaja  $f_{cd,ef} = 1,2 f_{cd}$  za naglavnicu za dva šipa,  $f_{cd,ef} = 1,5 f_{cd}$  za tri šipa, i  $f_{cd,ef} = 1,8 f_{cd}$  za naglavnicu sa četiri šipa; gde je  $f_{cd}$  proračunska vrednost jednoaksijalne čvrstoće na pritisak [22]. Pošto je  $d' > 0$  i disperzija kontaktnih napona do nivoa armature (redukcija  $\sigma_{c2}$ ) i alternativnog modela prikazanog u [22].

Čelična armatura mora obezbediti prenos sile zatezanja do kada armatura počne da teče. Pri tome, važno je kvalitetno sidrenje armature, tako da sigurno prenese silu zatezanja, po celoj dužini [10] i [21]. Čvorna oblast-zona gde se susište kosnik i zatege mora zadovoljiti uslove da naponi pritiska budu manji od graničnih vrednosti. Različiti čvorovi u STM se klasifikuju, zavisno od naponskog stanja štapova koji se povezuju u čvoru. Sa C i P se obeležavaju pritisnuti štapovi-kosnici, a T i Z za zategu što je prikazano na slici 10. Nosivost pritisnutog štapa, prvi deo se odnosi na nearmirani kosnik i sračunava se iz:

$$F_C = A_C f_{cd} + \frac{A_s f_y}{\gamma_s} \text{ gde je } f_{cd} = \frac{0.67 f_{cu}}{\gamma_c} \beta_s \quad (24)$$

gde su:

$A_c$  – površina efektivnog poprečnog preseka kosnika,

$f_{cd}$ – granični napon pri pritisku,

$A_{st}$ –površina armature,

$f_y$ – granica tečenja armature,

$\gamma_s = 1,3$ , a  $\gamma_c = 1,6$ , i  $\beta = 1,0$  za prizmatični štap konstantnog porečnog preseka;  $\beta = 0,7$  za kosnik, oblika boce, paralelan sa pravcem prslina; i  $\beta = 0,6$  za kosnik, oblika boce, koji nije paralelan sa pravcem prslina [2]. Kombinacije opterećenja slede odredbe EN 1990: 2002. i EN 1992 [10], pogl. 6.5. uslovljeno da nagib kosnika (ugao između kosnika i zatege) mora biti u granicama:

$$1 \leq \operatorname{tg} \theta \leq 2,5 \text{ or } 45^0 \leq \theta \leq 68,2^0 \quad (25)$$

Međutim, ugao manji od  $30^0$  je nerealan i obuhvata dilatacije visoke kompabilnosti, npr. ACI 318 dopušta ugao do  $25^0$  [2].

Nosivost zatege se sračunava izrazom:

$$F_{nt} = A_{ts} f_y + A_{tp} (f_{se} + \Delta f_p) \quad (26)$$

gde vrednosti izraza u zagradi ne sme biti veća od  $f_{py}$ , a  $A_{tp} = 0$  za element bez prednaprezanja.

U izrazu (26) drugi član u zagradi se može uvesti sa vrenošću 420 MPa za prednapregnuti čelik sa prijanjanjem, a vrednost 70 MPa za prednapregnuti čelik bez prijanjanja.

Lom AB elemenata nastaje usled prekoračenja nosivosti pritisnutih štapova (PŠ) ili čvornih zona i pripada nepoželjnom krtom lomu. Poželjniji je duktilni lom dostizanjem napona tečenja u armaturi zatege. U krti lom spada i lom usled neadekvatnog sidrenja armature zatege. Posebnu važnost ima kvalitetno oblikovanje detalja armiranja i njenog sidrenja.

Nosivost zatege prema [2] je:

$$P_n = f_y A_{st} + A_{ps} [f_{pe} + f_y] \quad (27)$$

gde su:

$f_y$ – čvrstoća na granici tečenja mekog čelika za podužnu armaturu,

$A_{st}$ –ukupna površina nezategnutog čelika zatege,

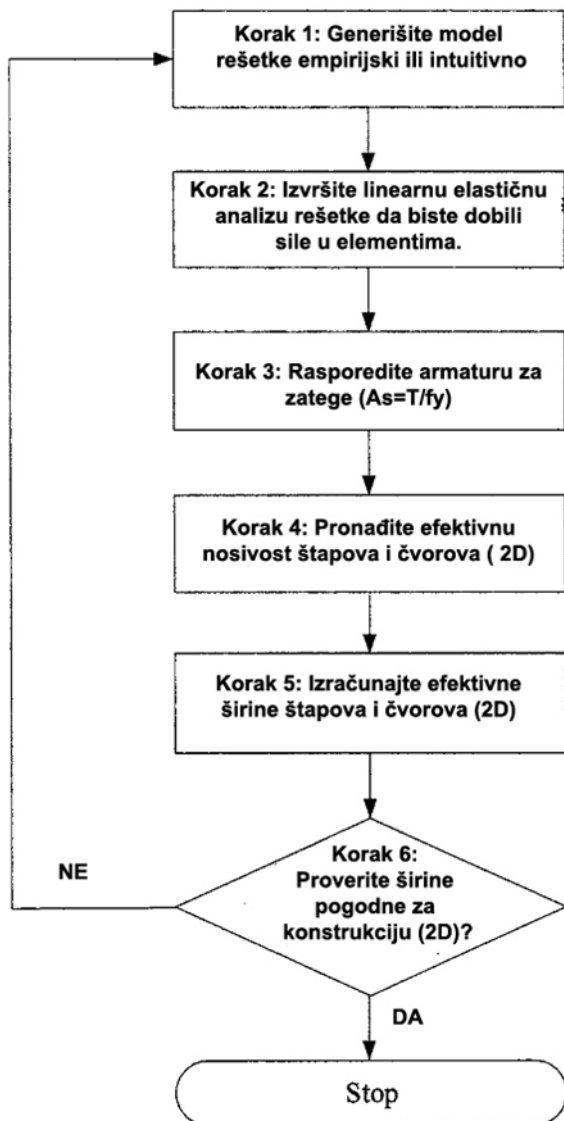
$A_{ps}$ – površina prednapreznutog čelika,

$f_{pe}$ –napon u prednapreznutom čeliku nakon unošenja prednapona nakon gubitaka;

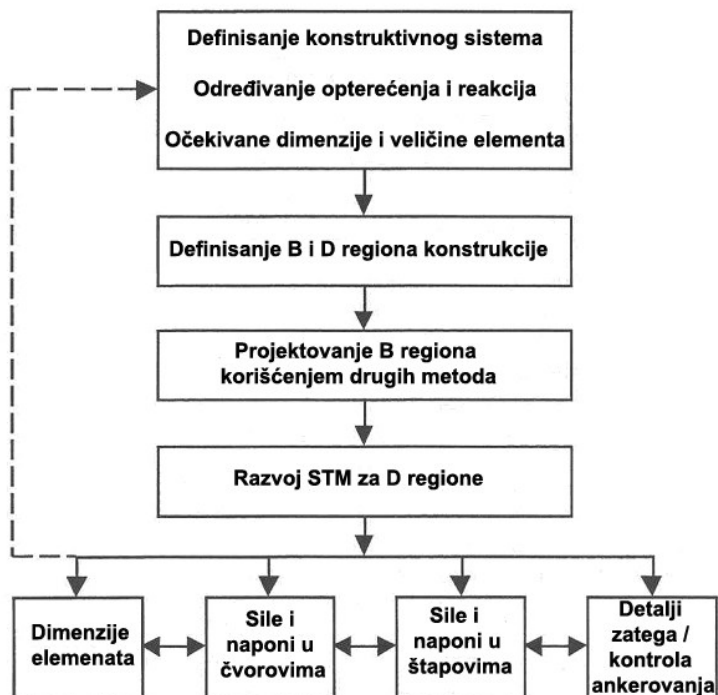
$\beta$ – vrednosti su naznačene na slici 3 [14].

Ako je napon pritiska u svim čvornim zonama niži od graničnog datog izrazom (27), može se smatrati da će lom imati karakteristike duktilnog loma po armaturi. Ova metoda pokazuje znatno bolja slaganja se eksperimentom nego klasični proračun [24].

Dijagrami toka kod primene štapnih modela (STM), sa manje ili više koraka, su uvršteni u većem broju radova [7], [9], [11], [19], [31b], [36], a i drugim.

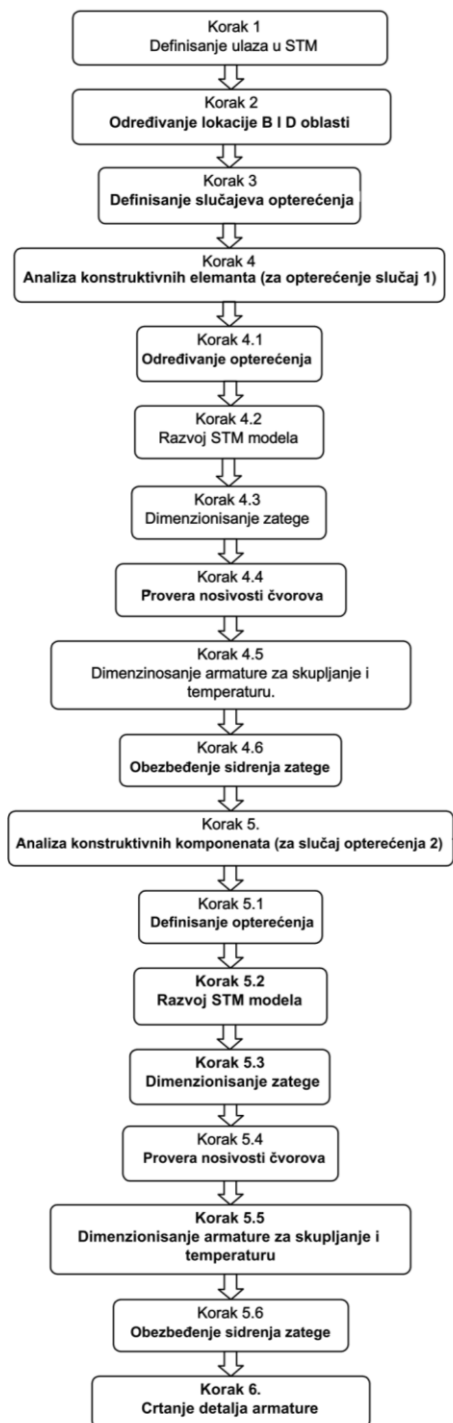


*Slika 18. Dijagram toka pri projektovanju štapnim modelima (STM), prema [19]*

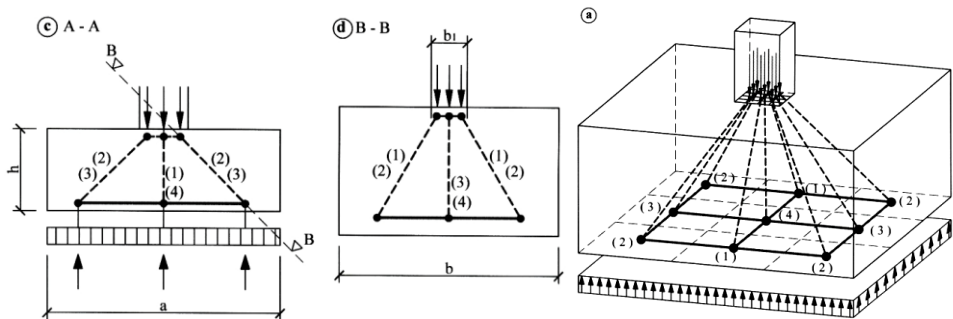


*Slika19. Dijagram toka pri korišćenju STM*

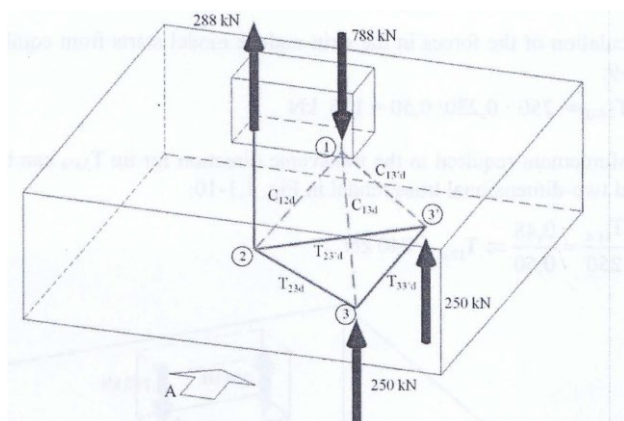
Naredna razmatranja su usmerena na grafički prikaz različitih temelja ispod stubova opterećenih centričnom i/ili ekscentričnom silom. Naznačeni su štapovi korišćeni u metodi STM uz naznaku pritisnutih štapova crtkanim, a zatezanja punom linijama. U nekim slučajevima su naznačena naponska stanja u kontaktnoj površini temelj-tlo. Najpre se to odnosi na temelje samce koji se mogu analizirati štapnim modelom (STM) bilo da su centrično opterećeni (slika 21) illi ekscentrično opterećeni (slika 22 i 23). Detalji prikazani na slikama nisu šire obrazlagani jer smatramo da projektanti konstrukcija lako sagledavaju i tumače.



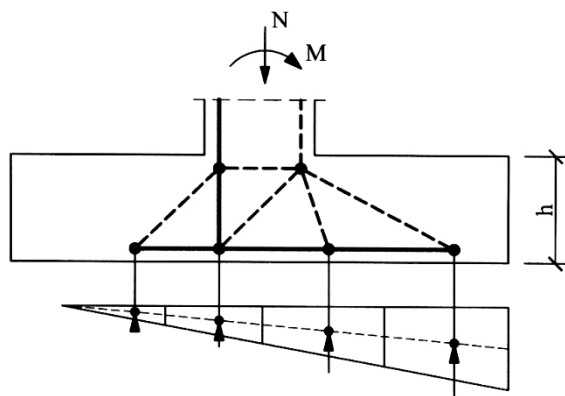
*Slika 20. Prema [11]*



*Slika 21. Centrično opterećena temeljna stopa [8]*

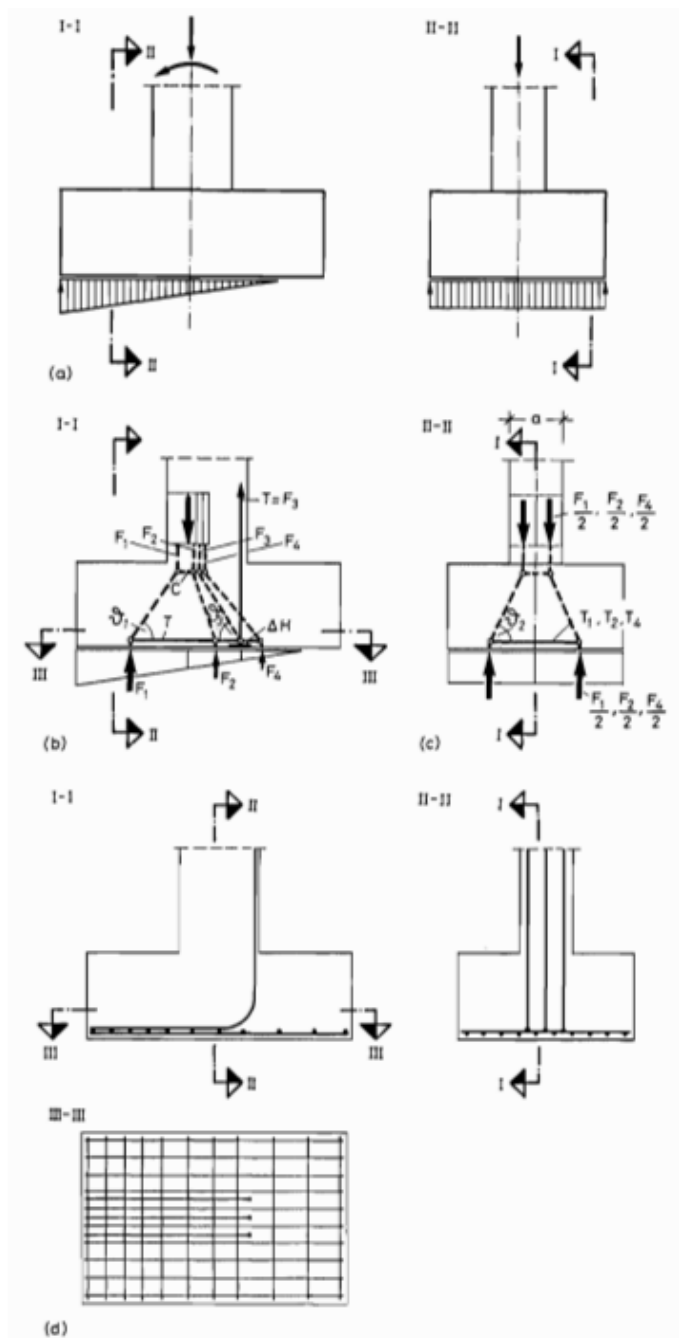


*Slika 22. Primer ekscentrično opterećene stope temelja (izometrija), detaljno obrađenog u [12]*

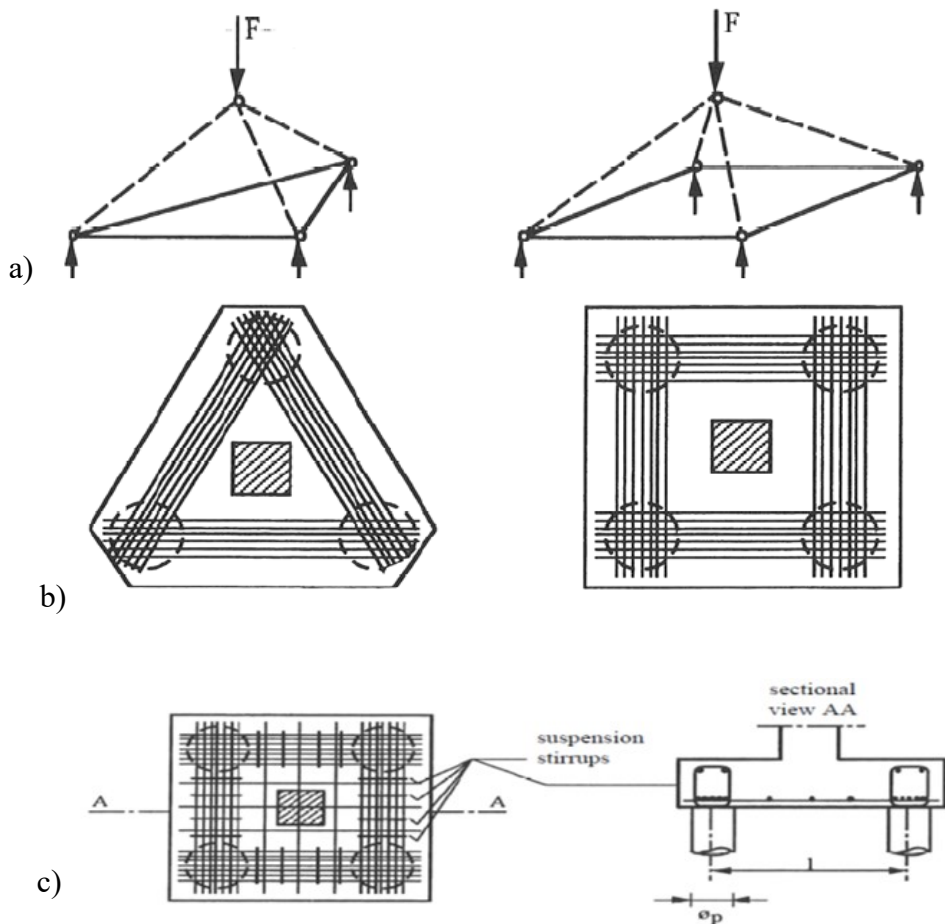


*Slika 23. Ekscentrično opterećen temelj samac[8]*

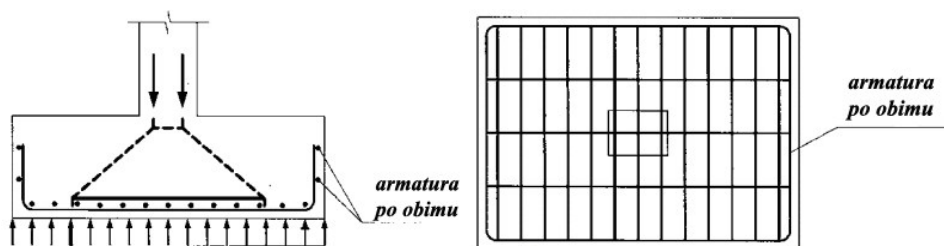




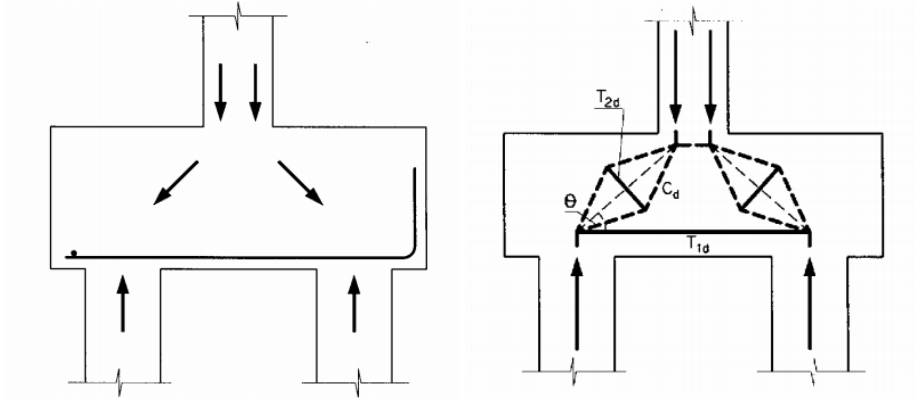
**Slika 24.** Temelj samac sa STM za ekscentrično i centrično opterećen temelj; i način armiranja temelja samca za ekscentričnu (levo) i centričnu silu (desno). To je istovremeno uporedna analiza ekscentrično i centrično opterećene stope temelja, prema [30]



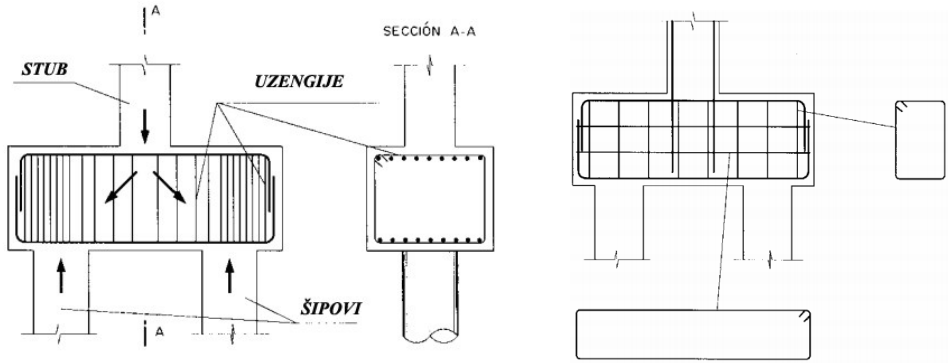
**Slika 25.** STM za temelje na tri i četiri šipa (a), i detalji armiranja za naglavnicu sa tri šipa (b) levo i (za 4 šipa) alternativno (b) desno i (c), [21]



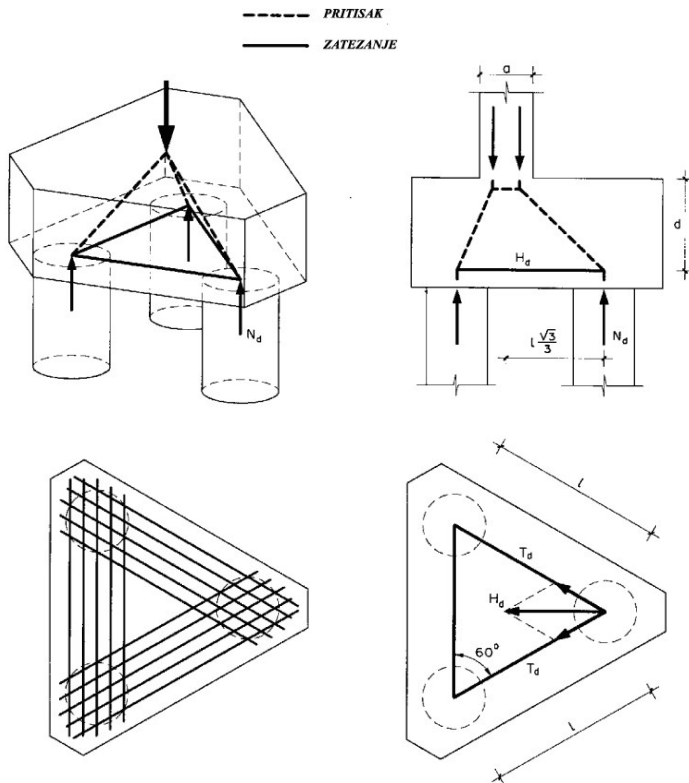
**Slika 26.** Način armiranja temelja samca, prema [8]



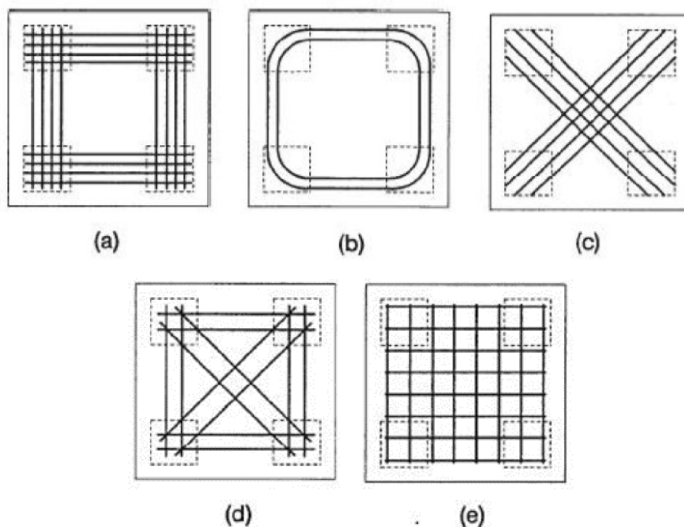
*Slika 27. Prikaz prenosa opterećenja na šipove (levo) i način formiranja STM (desno), [36]*



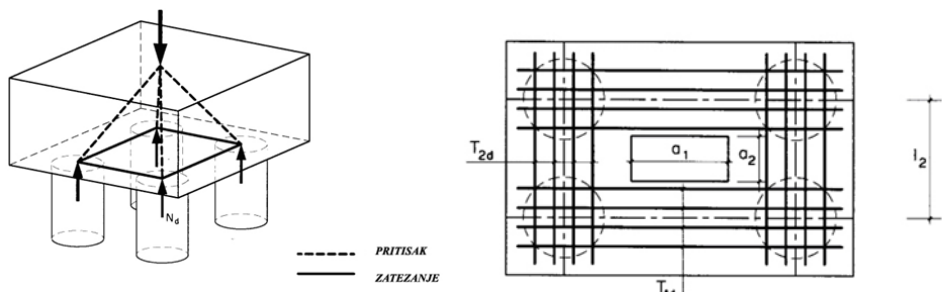
*Slika 28. Detalji armiranja naglavnice za dva šipa, prema [8]*



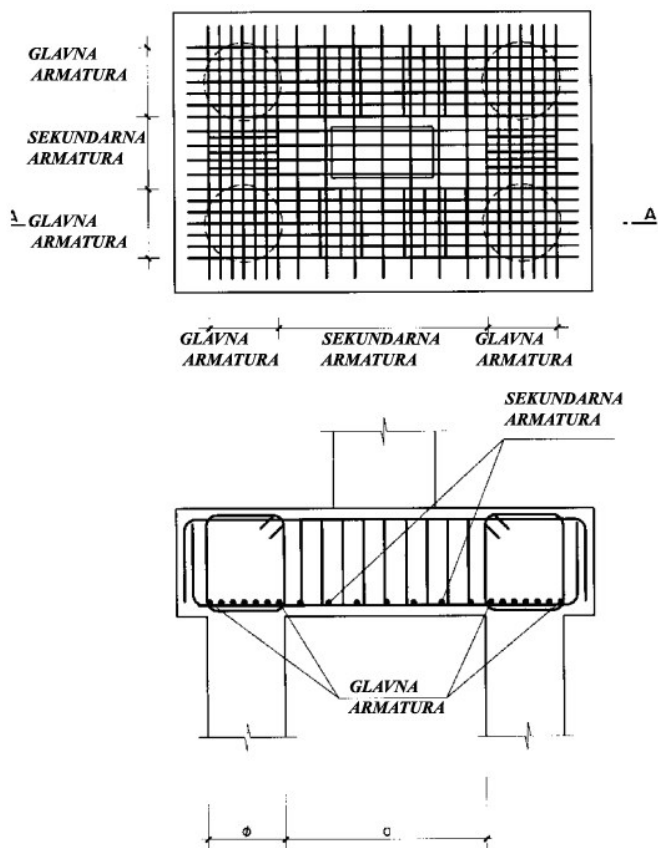
**Slika 29.** ST Model, prenos sila) za naglavnicu sa tri šipa i način armiranja [3]



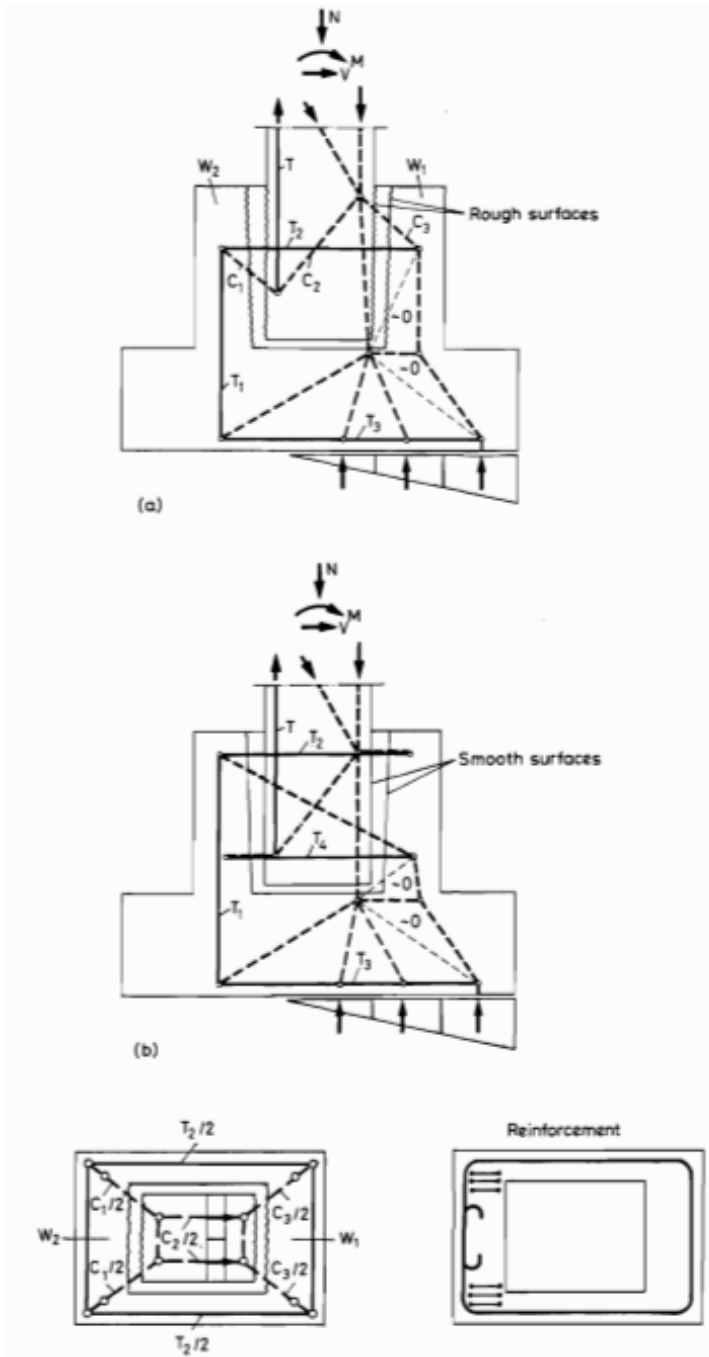
**Slika 30.** Različiti rasporedi armaturnih šipki. Blévo*t* and Frémy, 1973, citirano u [1] i [18]



*Slika 31. Naglavnica na četiri šipa, prenos sila i način armiranja u osnovi [8]*



*Slika 32. Armiranje naglavnice za četiri šipa, prema [8]*

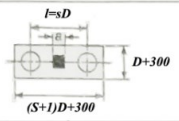
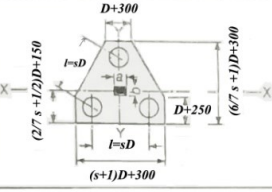
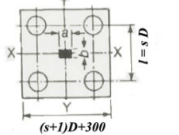
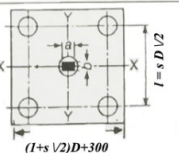


*Slika 33. Temeljna čašica: a) model za temelj sa hrapavim spojem; b) m.t. sa glatkim spojem; prema [30]*

## 5. PRIMERI PRORAČUNA TEMELJA

Pri proračunu temelja i naglavnicu pri temeljenju na šipovima često se koriste i tabelarne vrednosti, naročito u početnim fazama projektovanja. Pomoću njih se može steći uvid i približno sagledati veličine analiziranih komponenti projekta. U knjizi [29] tabelarno su prikazane vrednosti sila zatezanja koje se mogu koristiti za proračun armature u naglavnicama, za dva, tri, četiri i pet šipova (slika 34).

Ako je  $D < 550$  mm,  $h=2D+100$ ; ako je  $d > 550$ ,  $h = (8D - 600) / 3$ . Gde je  $h$  -visina naglavice, a  $d$ -statička visina naglavica

Broj šipova	Dimenzije naglavice	Sila zatezanja za proračun armature	
		Zanemarena veličina stuba	Uvedene dimenzije razmatranog stuba.
2		$\frac{Nl}{4d}$	$\frac{N}{12ld}(3l^2 - a^2)$
3		$\frac{Nl}{9d}$	<p>Paralelno sa X-X <math>\frac{N}{36ld}(4l^2 + b^2 - 3a^2)</math></p> <p>Paralelno sa Y-Y <math>\frac{N}{18ld}(2l^2 - b^2)</math></p>
4		$\frac{Nl}{8d}$	<p>Paralelno sa X-X <math>\frac{N}{24ld}(3l^2 - a^2)</math></p> <p>Paralelno sa Y-Y <math>\frac{N}{24ld}(3l^2 - b^2)</math></p>
5		$\frac{Nl}{10d}$	<p>Paralelno sa X-X <math>\frac{N}{30ld}(3l^2 - a^2)</math></p> <p>Paralelno sa Y-Y <math>\frac{N}{30ld}(3l^2 - b^2)</math></p>

$D$  - prečnik šipa.  $a, b$  - dimenzija stuba.  $s$  - bezdimenzionalno rastojanje šipova izraženo u prečnicima (obično između 2 ili 3)

**Slika 34.** Tabelarne vrednosti sila zatezanja u naglavnicama za 2, 3, 4 i 5 šipova, prema [29]

U trećoj i četvrtoj koloni su upisane vrednosti zatežućih sila koje se koriste za proračun zatežuće armature u naglavnicama. U radu [30] je urađeno nekoliko primera i dopunjene formule za sračunavanje vrednosti zatežućih sila za naglavnice za dva, tri, četiri i pet šipova. Ove tabele (1, 2, 3 i 4) će biti korišćene za obradu nekih primera, a pre toga biće prikazani rezultati proračuna naglavnic sa 2, 3, 4 i 5 šipova koristeći prvenstveno EN 1992 [10], jer su sastavni deo pomenutog Pravilnika za konstrukcije. U

nekim primerima korišćene su i druge norme i/ili preporuke i metodologije primenjene u citiranim radovima.

Radi lakše obrade i korišćenja ovih primera, u tabelama su prikazane proračunske vrednosti čvrstoća  $f_{ck}$  za najčešće korišćene klase betona i različite čvorne zone. Model pritisnutih štapova i zatega (skraćeno se može pisati MPSZ), ali iz praktičnih razloga će se koristiti STM, a za rešetku sistema skraćenica (RS), a na engleskom *truss*.

Radi lakše obrade i korišćenja ovih primera, u tabelama su prikazane proračunske vrednosti čvrstoća  $f_{ck}$  za najčešće korišćene klase betona i različite čvorne zone. Model pritisnutih štapova i zatega (skraćeno se može pisati MPSZ), ali iz praktičnih razloga će se koristiti STM, a za rešetku sistema skraćenica (RS), a na engleskom *truss*.

Čvor PPP=CCC

**Tabela 1.** Dozvoljeni naponi (za  $\alpha_{cc}=0,85$ ) u pritisnutim čvorovima (*compression nodes, PPP=CCC*) u kojima nema zatega ankerovanih u čvoru

CCC	$k_1=1$ $\alpha_{cc}=0,85$						
Klasa	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$ [MPa]	20	25	30	35	40	45	50
$f_{cd}$ [MPa]	11,33	14,17	17,00	19,83	22,67	25,50	28,33
$\sigma_{Rd,max}$	10,43	12,75	14,96	17,06	19,04	20,91	22,67

Čvor CCT=PPZ

**Tabela 2.** Dozvoljeni naponi (za  $\alpha_{cc}=0,85$ ) u čvorovima u kojima ima i pritisnutih i zategnutih elemenata (*pritisnuto-zategnuti čvorovi*), u kojima su zatege ankerovane samo u jednom pravcu CCT=PPZ)

CCT	$\sigma_{Rd,max} = k_2 \nu f_{cd}$ $k_2=0,85$ $\alpha_{cc}=0,85$						
Klasa	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$ [MPa]	20	25	30	35	40	45	50
$f_{cd}$ [MPa]	11,33	14,17	17,00	19,83	22,67	25,50	28,33
$\sigma_{Rd,max}$	8,86	10,84	12,72	14,50	16,18	17,77	19,27

Čvor CTT=PZZ



**Tabela 3.** Dozvoljeni naponi (za  $\alpha_{cc}=0,85$ ) u pritisnuto-zategnutim čvorovima, sa zategama ankerovanim u više nego jednom pravcu.

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 v f_{cd} \quad k_3 = 0,75$$

$$CTT \quad \alpha_{cc} = 0,85$$

Klasa	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$ [MPa]	20	25	30	35	40	45	50
$f_{cd}$ [MPa]	11,33	14,17	17,00	19,83	22,67	25,50	28,33
$\sigma_{Rd,max}$	7,82	9,56	11,22	12,79	14,28	15,68	17,00

Za štap sa prslinom, treba primeniti EC2 deo 6.5.2(2). Ovde je prikazan (za C25/30), iako se neće dalje koristiti, u ovom primeru. Prsline se javljaju upravno na pravce glavnih napona zatezanja, i samim tim se armature postavlja upravno na pravac pružanja prslina, odnosno u pravcu putanja glavnih napona zatezanja.

$$\sigma_{Rd,max} = 0.60 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (28)$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 1,0 \cdot 25 / 1,5 = 14,17 \text{ MPa}; \alpha_{cc} = 0,85; \text{C25/30}; \quad (29)$$

$$v' = 1 - (f_{ck} / 250) = 1 - (25/250) = 0,90;$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0.60 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,60 \cdot 0,90 \cdot 14,17 = 7,65 \text{ MPa}$$

ako se zameni  $\alpha_{cc} = 0,85$  i  $\gamma_c = 1,5$ , dobija se:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} = 0.6(1 - f_{ck} / 250) \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = (0.6 \alpha_{cc} / \gamma_c) f_{ck} (1 - f_{ck} / 250) \quad (30)$$

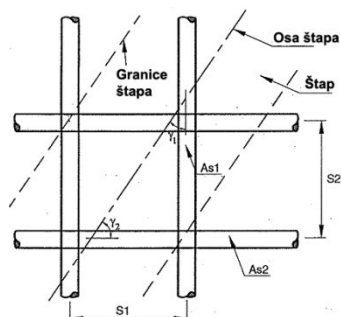
$$\sigma_{Rd,max} = 0.34 f_{ck} (1 - f_{ck} / 250) \quad (31)$$

**Tabela 4.** Proračunska nosivost pritisnutih betonskih štapova u zonama pritiska sa prslinama

Klasa	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$ [MPa]	20	25	30	35	40	45	50
$f_{cd}$ [MPa]	11,33	14,17	17,00	19,83	22,67	25,50	28,33
$v'$	0,92	0,90	0,88	0,86	0,84	0,82	0,80
$\sigma_{Rd,max}$	6,26	7,65	8,98	10,23	11,42	12,55	13,60

U ACI 318 [2], razlikuje se štap kod koga je armaturna mreža postavljena pod uglom, u odnosu na osu štapa. Klasa čvrstoće betona se ograničavana

na max C40/50, i preporučena je minimalna armatura potrebna za formiranje takvog štapa.



$$\sum \frac{A_{s_i}}{b S_i} \sin \gamma_i \geq 0.003 \quad (32)$$

*Slika 35. Štap kod koga armaturna mreža prolazi pod uglom, u odnosu na osu štapa, prema ACI 318 za max C40/50*

### Proračun naglavnice za dva šipa

U ovom delu rada će se primeniti različiti modeli rešetke, odnosno različiti modeli formiranja sistema štapova, za naglavnicu grede sa dva šipa, ali bez preciznije promene kraka sila i modela oslončkih klinova.

**Primer 1.** Na osnovu modela slika 33, za stub kvadratnog preseka širine 1,00m, visine naglavnice 1,25m. Odrediti različite oblike STM (modela štapova), ako je stub opterećen silom od 9000 kN, a) centrično i ekscentrično.

### Rešenje primera: model 1. slučaj opterećenja a)

Geometrija rešetke sistema (RS), tj. STM-a za simetrično opterećenje, je oblika jednako-krakog trapeza. Pretpostavljena visina kraka sila 1,035m, a time i rešetke sistema.

Osni razmak šipova, i ukupna širina kraka RS rešetke sistema 2,50 m.

Širina kraka gornjeg štapa RS (od čvora do čvora) 0,50.

Ugao nagiba kosih štapova:

• Za donji ugao, krakovi koji ga formiraju su horizontala i kosi štap, je:

$$\alpha = \arctan(1,035 / ((2,5 - 0,5) / 2)) = \arctan(1,035 / 1,000) = 45,98^\circ \quad (33)$$

gornji ugao, krakove ugla formiraju vertikalna i kosi štap

$$\beta = 90^\circ - 45,98^\circ = 44,02^\circ \quad (34)$$

Reakcije oslonaca u tačkama A i B (ose šipova).

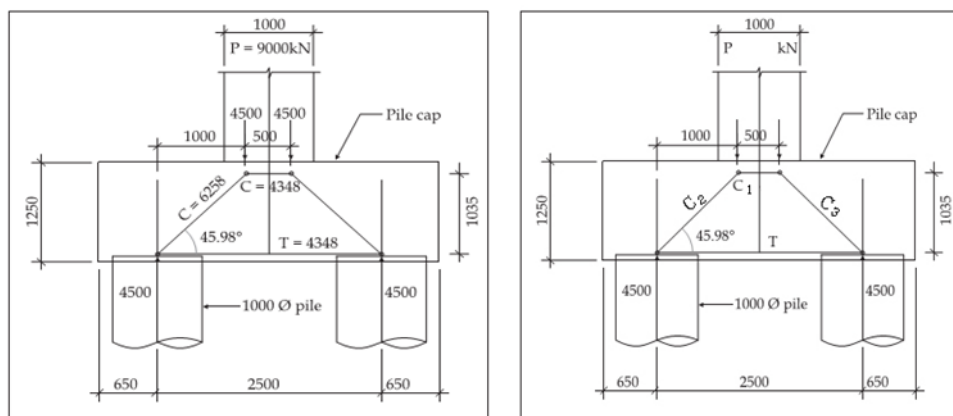
Rešetka sistema je prosto oslonjena, na levom kraju nepokretni, a na desnom pokretan oslonac, pa je sistem statički određen, i relativno jednostavan za proračun i bez moćnih računara.

Simetrični sistem sila, centrično opterećenje.

Sila u kosom štapu (slika 36, oznake  $C_2$  i  $C_3$ ), određujemo iz sume vertikalnih sila, za oslonački čvor iznad ose šipa. Vertikalna reakcija, od šipa, u čvoru je 4500 kN.

$$\Sigma Y_i = C_2 \cdot \sin(\alpha) - 4500 \text{ kN} = 0; \quad (35)$$

$$C_2 = 4500 / \sin(\alpha) = 4500 / \sin(45,98^\circ) = 6257,85 \text{ kN}$$



**Slika 36.** STM (model) za naglavnicu sa 2 šipa. Prečnik šipa  $D=1000 \text{ mm}$ , rastojanje  $s=2500 \text{ mm}$ , visina naglavnice  $d_{cap}=1035 \text{ mm}$

Sila u gornjem horizontalnom pritisnutom štapu:

Sila u horizontalnom pritisnutom štapu (slika 36, oznake  $C_4$  ispod stuba), određujemo iz sume horizontalnih sila

$$\Sigma X_i = C_2 \cdot \cos(\alpha) - C_4 = 0 \quad (36)$$

$$C_4 = C_2 \cdot \cos(\alpha) = 6257,85 \cdot \cos(45,98^\circ) = 4348,64 \text{ kN}$$

Kontrola (numerička) značajna cifra je druga decimala u intenzitetu sila

$$C_4 = 4500 \cdot \text{ctg}(\alpha) = 4348,64 \text{ kN} \quad (37)$$

$$C_4 = 4500 / 1,035 = 4347,83 \text{ kN. Relativna greška } 0,0186\%$$

Dakle ako se koriste trigonometrijske funkcije za „ručno“ sračunavanje sila, potrebno je stepene izraziti na bar 3 - 4 decimala, ili više, u zavisnosti od ugla.

Za 3 decimale ugla

$$C_2 = 4500 / \sin(\alpha) = 4500 / \sin(45,985^\circ) = 6257,32 \text{ kN} \quad (38)$$

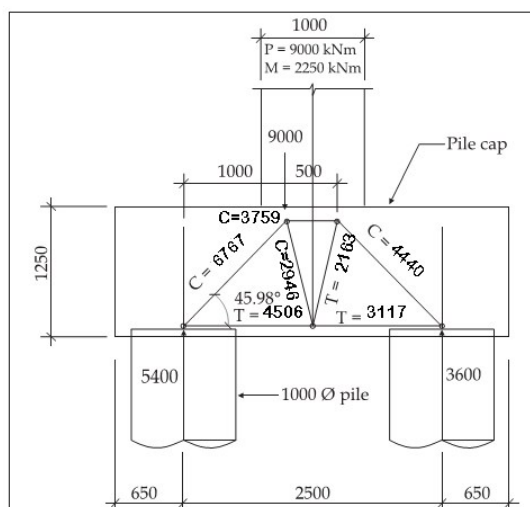
$$C_4 = C_2 \cdot \cos(\alpha) = 6257,29 \cdot \cos(45,985^\circ) = 4347,88 \text{ kN}. \quad (39)$$

Relativna greška je 0,0012 %, zanemarljiva.

Za 4 decimale ugla su veoma bliske vrednosti:  $C_2 = 6257,29 \text{ kN}$ ;  
 $C_4 = 4347,83 \text{ kN}$

Ukoliko se za proračun sila koriste programski paketi, za ovaj sistem prostih štapova, mora se ostaviti bar 1 nepokretan oslonac, u suprotnom konstrukcija RS je labilna.

Na slici 37. Raspodela sila u modelu je sa 7 zamenjujućih štapova, za primer naglavnice sa 2 šipa. Prečnik šipova je 1,0 m.



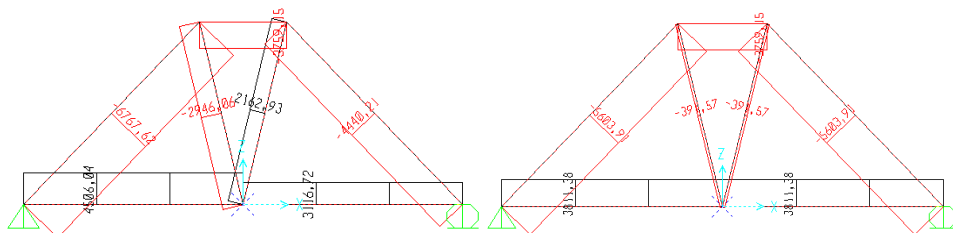
*Slika 37. Raspodela sila u modelu sa momentom (ne preporučuje se)*

### Rešenje primera 1. model 2. opterećenja a) i b)

U nastavku u programu SAP2000 v.14.2.0, sračunate su sile u rešetki sistema (prema slici 37, za novi pretpostavljeni sistem štapova. Uvešćemo dve dijagonale, koje polaze od gornje dve tačke napadnih tačaka sila iz stuba, do sredine zatege. Koristićemo model rešetke, gde su svi štapovi prosti, i dominantno opterećeni normalnim silama. Svi štapovi su istog poprečnog preseka. U prvoj aproksimaciji je korišćen podrazumevani poprečni presek (čelični I nosač, visine 304,8mm širine flaše 127mm, debljine rebra 6,35mm i nožicom 9,65mm). Međutim kontrolom rezultata utvrđeno je da se ipak u čvorovima javlja momenat reda oko 430 kNm, što nije zanemarljivo. Pošto smo dodavanjem dve dijagonale konstruktivni

sistem načinili statički i kinematički stabilnim možemo dodatno da oslobodimo uticaje na krajevima štapa, i da proverimo da li je promena normalnih sila značajna. Za ekscentrično opterećenje je neophodno dodati bar jednu dijagonalu, ali ako se dodaju dve imamo osnovni sistem štapova kao u prethodnom rešenju, ali sa dva dodata štapa i podelom zatege na dva dela, što ukupno iznosi 7 štapova.

U nastavku su dati rezultati normalnih sila sa krutim vezama štapova (slika 38).



$C_2=6768$	$C_1=3759$	$C_3=4440$	Pr. Luk	$C_1=6604$	$C_4=3759$	$C_2=5604$
	$C_4=2946$	$T_3=2163$	Un.Dijag.		$C_3=392$	$C_5=392$
$T_1=4506$	[kN]	$T_2=3116$	Zatega	$T_1=3811$	[kN]	$T_2=3811$

Pr. Luk – pritisnut luk, formiran od štapova levo:  $C_2 - C_1 - C_3$ , odnosno desno:  $C_1 - C_4 - C_2$ . Un.Dijag. – unutrašnje dijaginale. Mogu biti pritisnute  $C_4$  i zategnute  $T_3$ . Zatega – Zatega  $T_1, T_2$ .

**Slika 38.** Različiti oblici STM, za sistem od 7 štapova (dodate su dve dijagonale a donja zatega se sastoji od dva šipa). Levo ekscentrično opterećenje, desno simetrično opterećenje.

Tabela 5 je prateći deo slike 38.

**Napomena:** Na slici 38. Za prvu iteraciju usvojena je numeracija štapova u tabeli 5. Kod sistema za dva šipa ovo je dovoljan broj oznaka štapova i nema preklapanja oznaka, međutim oznake možda i nisu najbolje usvojene. Prvobitni kriterijum usvajanja numeracije bio je po redosledu formiranja štapova, pa je za najjednostavniji model, odnosno za simetrično opterećenje, s obzirom na tok sila štap ispod stuba obeležen kao  $C_1$ , pritisnute dijagonale luka kao  $C_2=C_3$ , i zatega u dnu naglavnice kao  $T_1$ , dakle, dovoljno je zbog simetrije umesto 4 štapa, numerisati samo 3. Uvođenjem ekscentričnog opterećenja pojavljuju se novi štapovi u modelu, dakle za različite šeme opterećenja mogu se u opštem slučaju javiti isti broj modela STM. Iako u matematičkom smislu broj različitih mogućih modela nmSTM može biti od  $i$  do  $n$ , što se može izraziti sledećom nejednačinom:

$$1 \leq nmSTM \leq n = NLC \quad (40)$$

gde je *NLC* ukupan broj slučajeva opterećenja, uključujući i karakteristične kombinacije, u inženjerskoj praksi to srećom nije tako.

**Tabela 6.** Sile u štapovima prema slici 38, sa alterantivnim obeležavanjem broja-indeksa štapova (renumeracija)

C <sub>2</sub> =6768	C <sub>1</sub> =3759	C <sub>3</sub> =4440	Pr. Luk	C <sub>2</sub> =6604	C <sub>1</sub> =3759	C <sub>3</sub> =5604
	C <sub>6</sub> =2946	T <sub>7</sub> =2163	Un.Dijag.		C <sub>6</sub> =392	C <sub>7</sub> =392
T <sub>4</sub> =4506	[kN]	T <sub>5</sub> =3116	Zatega	T <sub>4</sub> =3811	[kN]	T <sub>5</sub> =3811

U tabeli 6, koristi se redna numeracija u indeksu za ukupan broj štapova u modelu, bez obzira da li se radi o pritisnutom C, ili zategnutom T štapu. Osnovno slovo oznake štapa jasno definiše da li se radi o C ili T štapu. Ovakav način oznake štapova je pregledniji. Kod većeg broja štapova u modelu, moraju se napraviti 2 tabele, prva koja položajem ćelija prati raspored štapova i u kojoj se nalaze samo oznake štapova (C<sub>i</sub>, T<sub>j</sub>), i druga u kojoj su redosledom indeksa poređani (štapovi) i intenziteti odgovarajućih sila.

Iskusni projektanti, ako se nisu bavili modelom STM, na osnovu iskustva i intuicije u sagledavajući tok sila kroz konstrukciju i elemente, mogu relativno lako da pretpostave verovatan broj modela STM. Radi lakšeg projektovanja primenom STM, preporučuje se da se usvoje bar 2 - 3 modela štapova, kojim se obuhvataju različiti mogući tokovi sila, s obzirom na sisteme raspodele slučajeva opterećenja. Preporučuje se da se za numeraciju štapova usvoji sistem sa najvećim brojem istih, i samo u modelu gde se pojavljuje manji broj štapova taksativno napomenuti da se isti ne formiraju u ovom slučaju raspodele-kombinacije opterećenja. Zavisno od primenjenih propisa i minimalnih uglova, moguće je napraviti tablične modele sistema štapova (STM) za određene tipske brojeve i raspodele šipova u grupi. Kod nekih komplikovanijih slučajeva opterećenja ili većeg broja i rasporeda šipova, za isti broj, raspored šipova i visinu naglavnice mogu se javiti vrlo bliski ali ne i isti štapovi, tada bi u numeraciji trebalo uvesti dodatne indekse. Sile u štapovima treba izraziti i tabelarno, a kad god je to moguće, raspored ćelija tabela treba da odgovara rasporedu štapova.)

**Primer 1-2:** Kako je uslovom zadatka i zahtevano, razmatraju se simetrična i nesimetrična raspodela sila u stubu [[25]]. Simetrična raspodela sila u stubu je za centrično opterećenje od sopstvene težine, ali zbog znatnih uticaja savijanja ili horizontalnih sila (npr. seizmičkih, ili usled vetra), neophodno je razmotriti i nesimetrične uticaje opterećenje od momenta i transverzalne sile.

U oba slučaja i za *simetrično i nesimetrično opterećenje*, formira se pritisnut luk, teme je štap  $C_4$  neposredno ispod stuba, i dve dijagonale  $C_1$  i  $C_2$ . Štap  $C_4$  se sastoji iz jednog ili dva pritisnuta čvora CCC, jer je sila iz stuba razdvojena na dva dela. Međutim, model treba nacrtati u razmeri, već u fazi razrade, a kasnije i verifikovati uz specifikaciju svih potrebnih detalja i dimenzija u završnoj fazi projektovanja. Kada se nosač nacrtu u razmeri, za dati sistem sila i usvojenu geometriju, može se desiti da gornji štap zapravo predstavlja samo jedan čvor što predstavlja izmenjenu geometriju sistema štapova. Tada treba ponovo proveriti da li su naponski uslovi (dozvoljeni naponi) zadovoljeni, i da li je za izmenjene sisteme STM došlo do promene uglova i dimenzija štapova, dakle u skladu da novom geometrijom. Ovo se detaljnije mora obraditi kod analize čvorova.

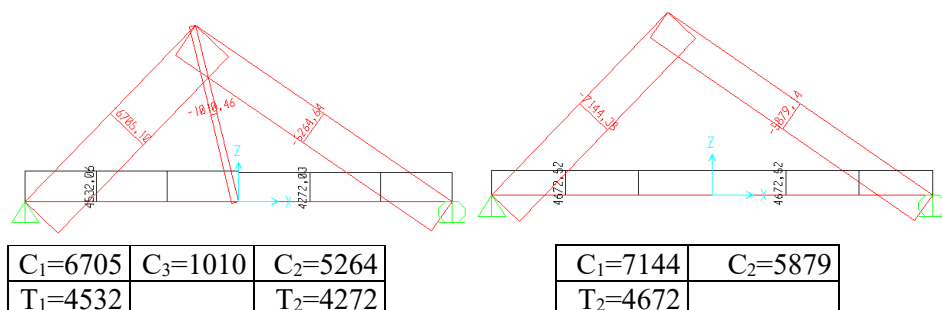
U odnosu na *simetričnu raspodelu sila* iz stuba ( $N=9000$  kN;  $M=0$  kNm;  $e=M/N=0$ ), kod ekscentričnog opterećenja ( $N=9000$  kN;  $M=2250$  kNm;  $e=0,25$  m) unutrašnje dijagonale primaju znatno veću silu, tj.  $2946/392=7,51$  puta veću, čime se i sile u donjoj zatezi povećavaju, za ( $4506/3811=1,18$ ) oko 18%. Ekscentricitet normalne sile od momenta je takav da je celokupna sila pomerena na jednu četvrtinu od kraja širine stuba, tako da sila praktično deluje samo na jednu polovinu preseka stuba. ( $e=M/N=2250/9000=0,25$ m)

Treba zapaziti, da kod *ekscentričnog opterećenja*, jedna od unutrašnjih dijagonala, postaje zategnuta, tj. formira novu zategu u sistemu. Za ovaj slučaj preraspodele neophodno je sile zatezanja prihvatiti armaturom. Već tokom 60tih godina XX veka u praksi se došlo do zaključka, da ukoliko je debljina naglavnice jednaka polovini raspona ploče, tada sile smicanja nisu merodavne.

Debljina naglavne grede u odnosu na međusobno rastojanje šipova, praktično određuje granice uglova štapova koji mogu da se formiraju u modelu. Veličine dozvoljenih graničnih uglova nagiba štapova u STM su u različitim propisima različiti, i minimalne vrednosti obično iznose od 25 do 45 stepeni. ASHTO [[20]] nema ograničenja ugla, ali ima indirektno ograničenje preko napona (odnosno dilatacija).

Najveća sila u pritisnutom štapu se dobija za ekscentrično opterećenje i model od 3 štapa (slika 39, desno), To je takođe i najveća sila u donjoj horizontalnoj zatezi. Potrebna armatura  $A_{as}=4672$  kN / ( $40$  kN/cm<sup>2</sup>/1.15)=  $116,8$  1.15cm<sup>2</sup> =134.32. Napomena, ukoliko se proračun strogo provodi po EC2, tada je na granicu razvlačenja čelika neophodno primeniti koeficijent sigurnosti za materijal  $\gamma_s=1.15$ , pa je stvarno potrebna projektna količina armature računa sa projektnom granicom razvlačenja  $f_{yd}$ , pa je  $A_{as}$  zato 15% veća). Potreban broj šipki Ø25mm B500, je  $n=4672$  kN / ( $50$  kN/cm<sup>2</sup>/1.15)

$/4.91=107.46/4.91=21,89$  kom . Potreban broj šipki  $\varnothing 25\text{mm}$ , je  $n=22$  kom, usvaja se  $11 \cdot 2=22$  kom. ( $1000/10=100,0$  mm, osno rastojanje, a -  $25=75,0\text{mm}$  čisti razmak.



**Slika 39.** STM model za ekscentrično opterećenje. Levo je model sa 5 štapova, a desno model sa 3 štapa

Gornji čvor je pritisnut (CCC tip) dok su donji čvorovi iznad šipa tip CCT. Kod provere tipa donjih čvorova u ovom slučajevima opterećenja treba voditi računa da su šipovi pritisnuti, a prikazani su na slikama kao oslonci, dok je u gornjem čvoru (pritisnut kosim štapom iz naglavnice).

Kod zategnutog štapa mora se voditi računa o dužini sidrenja armature. Stara rešenja naglavnica zahtevala su povijanje donje podužne armature u gornju zonu, tako da se obezbedi sidrenje i utezanje čvorova. U horizontalnom pravcu po visini, takođe su raspoređivane šipke armature, slično uzengijama, sa potrebnim preklopom. Kako se kod naglavnica šipova obično radi o velikim silama, a i zbog uslova trajnosti, korišćeni su obično profili armature većeg prečnika, najčešće  $R\varnothing 19\text{mm}$ , ili veće, a ređe 16 ili 14mm.

Horizontalne sile često imaju alternativni smer dejstva, pa slika štapova koja je simetrična u odnosu na nosač, u jednom smeru dejstva sile ima sva tri kosa štapa na različitim mestima, i ako je to simetrično rešenje. Da bi takva simetrija bila očuvana, onda i ostali slučajevi opterećenja koji učestvuju u odgovarajućim kombinacijama moraju da budu simetrični. U suprotnom gore navedeno ne važi.

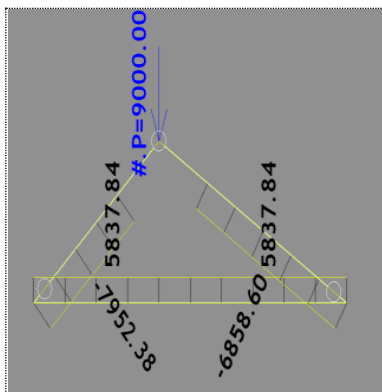
Dakle, za simetrično opterećenje kod naglavnice na 2 šipa, javljaju se 4 štapa u modelu STM. Kod ekscentričnog opterećenja, kada je opterećena samo jedna polovina stuba, imamo model sa 5 štapova pri čemu je donja zatega podeljena na dva štapa.

U programu Tower gornji modeli su proračunati sa pretpostavljenim i sa stvarnim dimenzijama štapova. Pritisnuti štapovi su ubačeni kao prosti štapovi (dakle bez krutih uglova), i sa poprečnim presekom  $30 \times 30\text{cm}$ , a

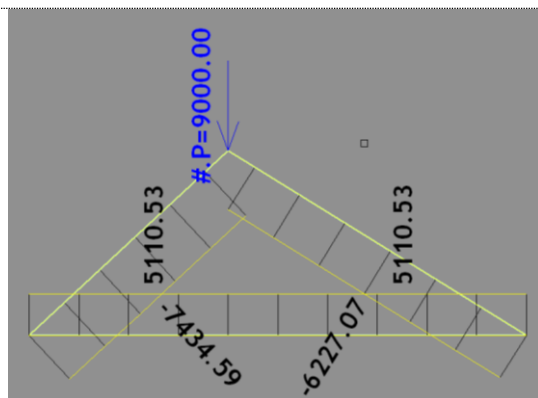


zatim i sa presekom  $b/d=88/62\text{cm}$ . U oba slučaja zatega je usvojena sa presekom od  $116\text{ cm}^2$ , što odgovara  $22\text{Ø}25\text{mm}$ , tj  $2 \times 11\text{ Ø }25\text{mm}$ , i B500. U oba slučaja poprečnih preseka pritisnutih štapova i 30/30 i 86/62, maksimalna sila u zategu je  $5837,84\text{ kN}$ , što pokriva usvojena armatura tip B500. Da li ovakva velika razlika poprečnih preseka (oko 5-6 puta) i u drugim slučajevima konfiguracije rešetke sistema izaziva promena sila u štapovima nije ispitana. To bi mogao biti predmet budućih istraživanja, mada ova metoda primenjuje iterativnu analizu, pa je to praktično već uključeno u istu.

Ova konfiguracija je osetljiva na promenu armature zategu, međutim ispitivanje za količine armature, od  $116\text{ cm}^2$  i  $134\text{ cm}^2$ , izaziva gotovo inernzu promenu sile u štapovima, tako što za armaturu u zatezi od  $116\text{ cm}^2$  izaziva silu  $T=5837.84\text{ kN}$ , za koju je potrebna količina armature  $A_s=134.27\text{ cm}^2$  slika 40a. A kada se u zategu stavi presek od  $134.27\text{ cm}^2$  to izaziva silu od  $T=5110.53\text{ kN}$ ,  $A_s=117.54\text{ cm}^2$  (B500) slika 40b. To je posledica najjednostavnijeg sistema (trougona konfiguracija) i prostih štapova. Ako bi se usvojili kruti uglovi i tzv.  $k$  štapovi, neka veća razlika u silama bi morala da se pokaže.



**Slika 40a.** Sile rešetke sistema STM. Pritisnuti štapovi su prosti štapovi. Za  $T=5837.84\text{ kN}$ ,  $A_s=134.27\text{ cm}^2$  (B500)



**Slika 40b.** Sile rešetke sistema STM. Pritisnuti štapovi su prosti štapovi. Za  $T=5110.53\text{ kN}$ ,  $A_s=117.54\text{ cm}^2$  (B500)

Svi ovi proračuni u Toweru su urađeni prema teoriji prvog reda. MKE u Toweru se, za sada, koristi samo za određivanje putanja glavnih napona, i za proračun rešetke sistema (RS). Ako se u model MKE osim naglavnice unesu i šipovi i stub, tada se postavlja pitanje aktivne dužine šipa, uslova

oslanjanja i td. Zatega je usvojena sa poprečnim presekom od 116 i 134 cm<sup>2</sup>. Levi oslonac je nepokretan, a desni pokretan.

Levi štap je strmiji, i ugao u odnosu na zategu iznosi 42,92°, a za desni 31,80°. Iako izgleda da su svi mogući modeli za 2 šipa istraženi, uvešćemo model koji je prikazan u preporukama *fib* 1999, sa dva različita modela rešetke, za beton i za vertikalnu armaturu iz stuba.

### **Primer 1-3:** Naglavnica za montažne betonske šipove [12]

Proračunske vrednosti materijala za primer 1.3.

Beton:

stuba i naglavice: je

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}; f_{1cd} = 0,85 \cdot f_{ck}/1,5 = 0,85 \cdot 30/1,5 = 17,0 \text{ MPa},$$

a šipovi:

$$f_{ck} = 50 \text{ MPa}; \quad f_{1cd} = 0,85 \cdot f_{ck}/1,5 = 28,3 \text{ MPa}; \text{ Armatura: } f_{yk} = 500 \text{ MPa}; \\ f_{yd} = f_{yk} / 1,15 = 435 \text{ MPa}.$$

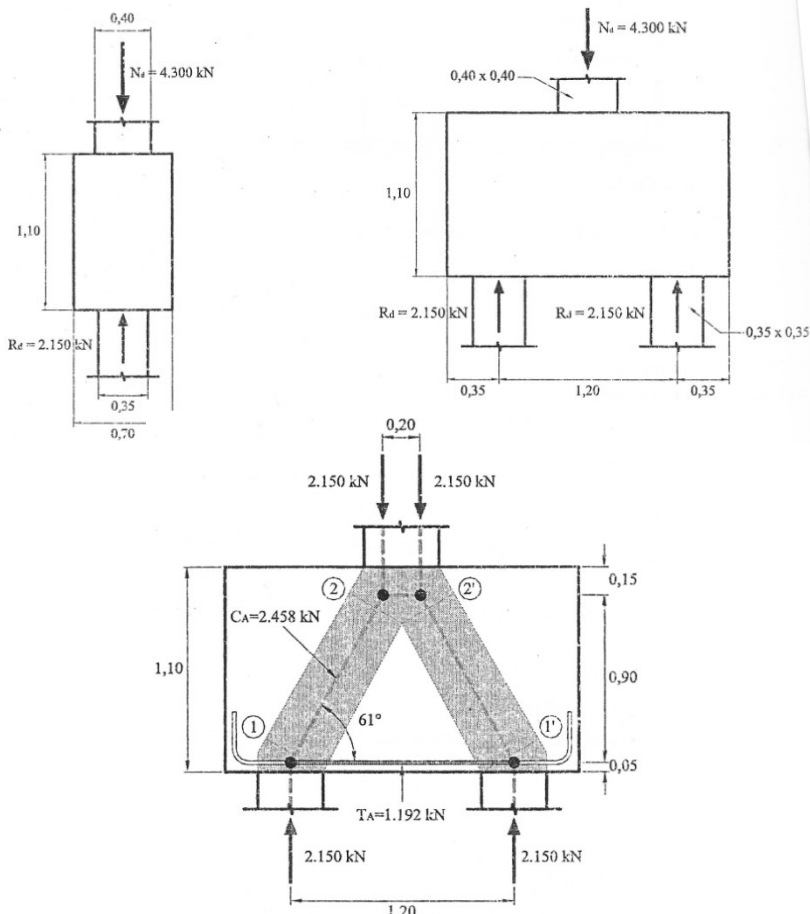
U ovom modelu se mora proveriti pritisak u čvorovima da bi se procenila njegova validnost. Čvor 2 je, dakle, CCC čvor, kao što je prikazano na slici 41. Prema *fib* preporukama, efektivna čvrstoća betona u CCC čvorovima je:

$f_{2cd} = 1,20 \cdot f_{1cd} = 1,20 \cdot 17,0 = 20,4 \text{ MPa}$ ; ( $f_{2cd} = 3,88 \cdot f_{1cd} = 3,88 \cdot 17,0 = 65,96 \text{ MPa}$  za trijaksialni pritisak). Prema EC 2 je bila ostavljena ova mogućnost ( $k_4 = 3,0$ ), ali u SRPS to nije tako, već se eventualno može koristiti povećanje napona od 10%, u odnosu na one sračunate u tabeli 1, pa bi to za ovaj slučaj bilo:  $\sigma_{Rd,max} = 14,96 \cdot 1,10 = 16,5 \text{ MPa}$ , što je oko 4 puta manje od preporučenih vrednosti *fib*.

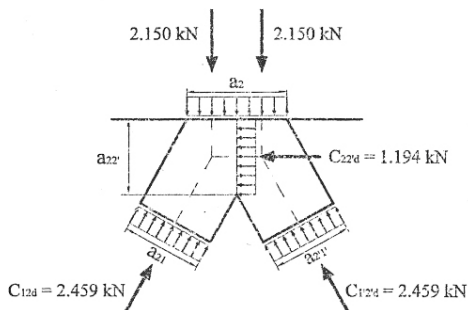
Dimenzije čvora  $b$  i  $a_2$  definisane su stranicama stuba  $b = 0,40 \text{ m} =$  širina čvora i  $a_2 = 0,40 \text{ m}$ , dajući:

$$a_{22'} = 2 \cdot (1,10 - 0,05 - 0,90) = 0,30 \text{ m}; \quad a_{21} = (0,40/2) \cdot \sin(61) + 0,30 \cdot \cos(61) = 0,32 \text{ m}.$$

Naponi su izračunati i prikazani na slici 42, i može se videti da su naponi u čvoru veći od efektivne čvrstoće betona u spoju između stuba i naglavnice šipa.



**Slika 41.** Model bez razdvajanja sile iz stuba na deo prenet betonom i armaturom.



a) geometrija i sile

**STUB**

$$\sigma_{2d} = \frac{N_d}{b \cdot a_2} = \frac{4.300}{0,40 \cdot 0,40} = 26,88 \text{ MPa} > f_2$$

**ŠTAP**

$$\sigma_{21d} = \frac{C_{12d}}{b \cdot a_{21}} = \frac{2.459}{0,40 \cdot 0,32} = 19,21 \text{ MPa} < f_{2c}$$

**ČVOR ISPOD STUBA**

$$\sigma_{22d} = \frac{C_{22d}}{b \cdot a_{22}} = \frac{1.194}{0,40 \cdot 0,30} = 9,95 \text{ MPa} < f_{2c}$$

b) naponi

**Slika 42.** Sile i naponi: čvorovi 2 i 2'

Horizontalna sila u čvoru ispod stuba  $C_{22'd}$ ;  $\cos \beta = (2459/2150)$ ;  $\sin \beta = (1 - \cos^2 \beta)^{0,5} = 0,485315$ ;  $C_{22'd} = 2459 \text{ kN}$ ;  $\sin \beta = 1194 \text{ kN}$ ;  $\arccos (2459/2150) = 29,03^\circ$ ;  $\alpha = 90 - \beta = 90 - 29,03 = 60,07^\circ$ .

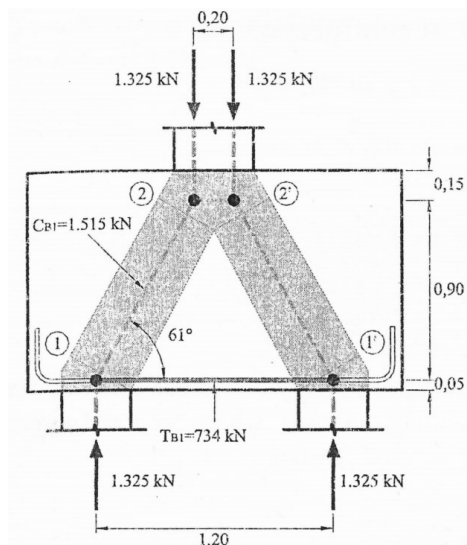
Sa modelom A se ne procenjuje ispravno uvođenje sila sa stuba u naglavnicu šipa jer se sile u opterećenoj armaturi stuba prenose prijanjanjem za naglavnicu po dužini sidrenja, dok se sile betona u stubu prenose direktno naprezanjima ležaja na B naglavnicu. Ovaj efekat uglavnom može biti relevantan za jače armirane stubove, kada vrlo važan deo aksijalnog opterećenja nosi armatura.

Drugi model B (sl. 43) razvijen je superpozicijom dva modela kojima se odvojeno razmatraju sile u betonu i armaturi (sl. 43a i sl. 43b). Ne treba uzeti u obzir sopstvenu težinu temelja. Analizom preseka stuba mogu se odrediti sile pritiska  $N_{sd}$  u armaturnim šipkama i  $N_{cd}$  u betonu:

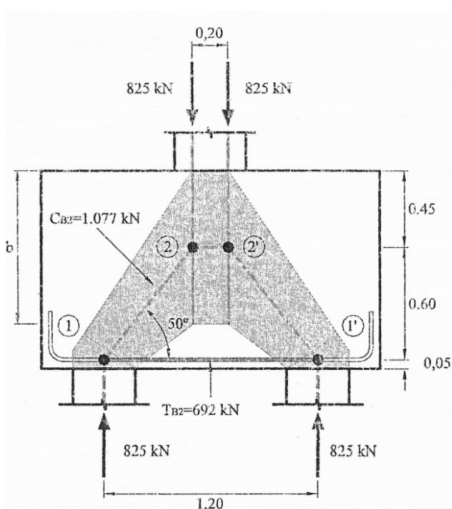
$$N_{sd} = 2.650 \text{ kN}; N_{cd} = 1.650 \text{ kN}$$

Model B1, koji se koristi za analizu sila pritiska u betonu stubova, dobija se na isti način kao i za model A. Model B2, koji se koristi za analizu sila pritiska i analizi armature stuba, dobija se slično modelu A, ali se pretpostavlja da se sila postavlja u šipke na rastojanju  $l_b/2$  mereno od gornje strane naglavnice šipa, gde je  $l_b$  dužina sidrenja šipke, određena korišćenjem FIP preporuka [[12]]:

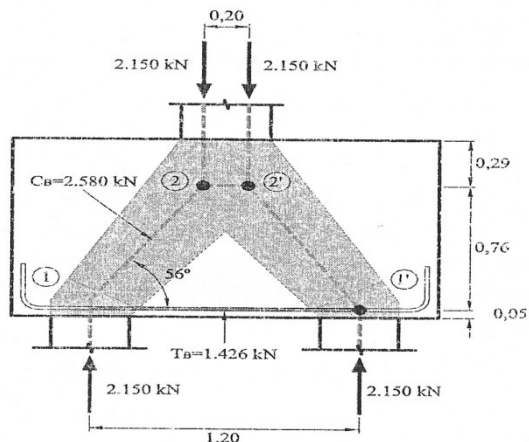
$l_b = 36,2 \cdot 0,025 = 0,90 \text{ m}$ ; (C30, S500), ovo odgovara vrednosti preporučene u ranije korišćenom BAB 87, za RA400/500, MB30 i dobre uslove adhezije.



**Slika 43a.** Model B1: sile pritiska u betonu u stubu (dimenzije u m)



**Slika 43b.** Model B2: sile pritiska armature stuba (dimenzije u m)



**Slika 44.** Model B. Superpozicija modela B1 i B2 (dimenzije u m)

Sile u štapovima i zategama modela B (videti sliku 44) su rezultat vektorskog zbira sila modela B1 i B2:

$$T_B = T_{B1} + T_{B2} \quad \text{and} \quad C_B = C_{B1} + C_{B2} \quad (41)$$

$$T_B = T_{B1} + T_{B2} = 734 + 692 = 1426 \text{ kN}$$

$$C_B = \sqrt{(C_{B1} + C_{B2})} = \sqrt{(2150^2 + 1426^2)} = 2580 \text{ kN}$$

$$\alpha = \arctan (2150/1426) = 56^\circ$$

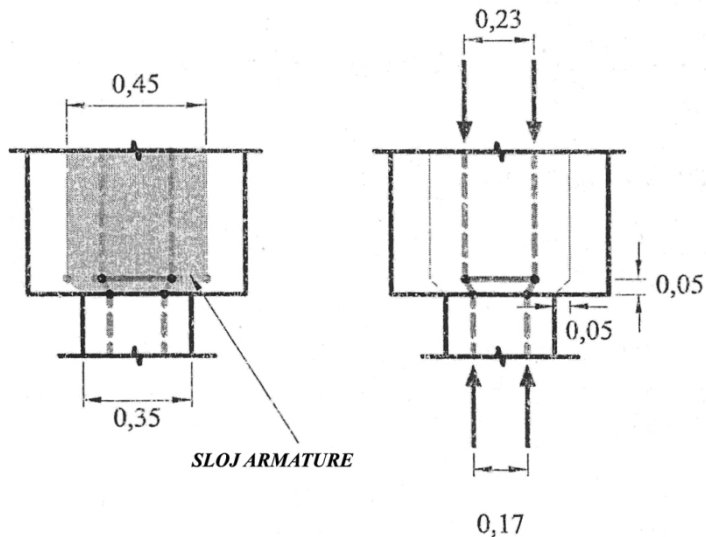
Da bi se rešio ovaj problem, predložen je poprečni model (Sl. 45.) kojim se uzima u obzir poprečna disperzija napona (slično kao i u EC2 deo 6.5.3).

Naprezanja betona su obrazložena s obzirom na širinu čvora,  $b = 0,45\text{m}$ :

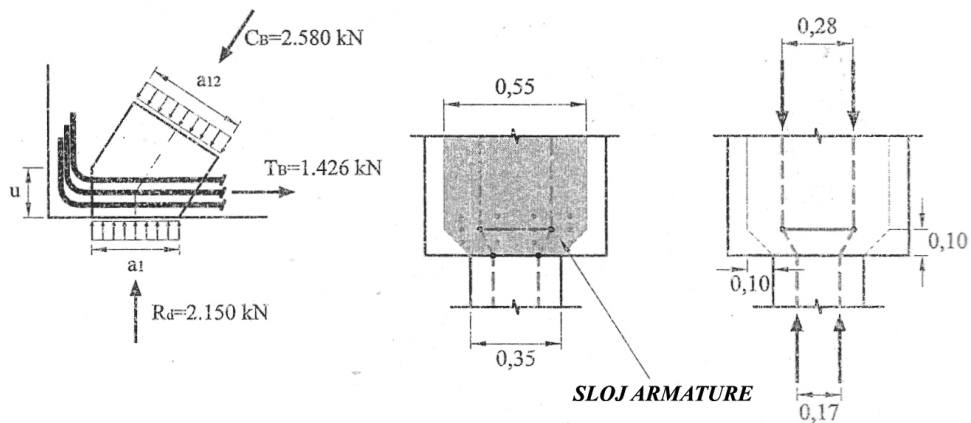
$$\sigma_{1d} = R_d / (b \cdot a_1) = 2.150 / (0,45 \cdot 0,35) = 13,65 \text{ MPa} < f_{cd,eff}$$

$$\sigma_{12d} = C_B / (b \cdot a_{12}) = 2.580 / (0,45 \cdot 0,35) = 16,38 \text{ MPa} > f_{cd,eff}$$

Kako je  $\sigma_{12d} > f_{cd,eff}$ , usvojena je konfiguracija armature sa tri sloja kako bi se rasporedili naponi betona u čvoru 1 (sl.46. i sl.47.). Ojačanje se sastoji od  $3 \times 4\text{Ø}20$ . Sa novom dispozicijom armature, geometrija i sile elemenata modela su neznatno izmenjene. Kako su ove promene male, rezultat analize se ne menja.



**Slika 45.** Transverzalni model (dimenzije u m)



**Slika 46.** Čvor 1 sa 3 sloja šipki

**Slika 47.** Transverzalni model sa 3 bliske šipke

(dimenzije u metrima)

Određuje se nova geometrija čvora i proveravaju naponi:

$$u = 0,20 \text{ m}; a_{12} = 0,35 \cdot \sin(56) + 0,20 \cdot \cos(56) = 0,40 \text{ m}$$

$$\sigma_{12d} = C_B / (b \cdot a_{12}) = 2.580 / (0,55 \cdot 0,40) = 11,73 \text{ MPa} < f_{cd,eff}$$

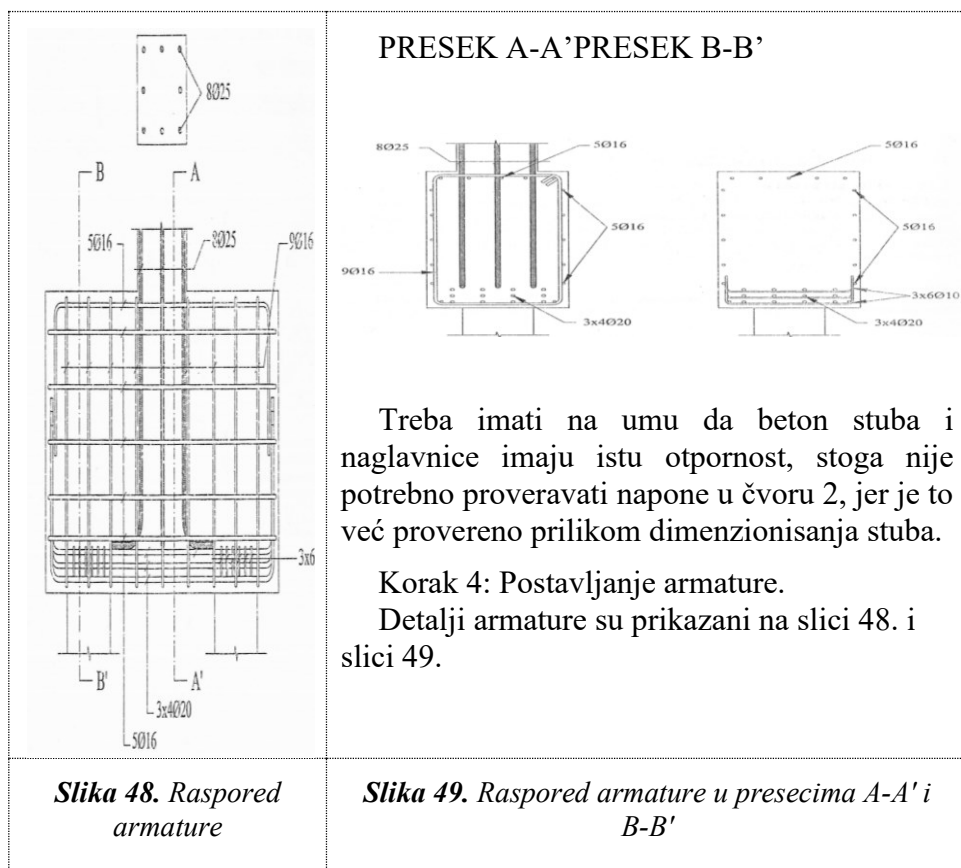
Neophodno je materijalizovati količinu armature koja je potrebna da se odupre naponima nove veze koja se pojavljuje u poprečnom modelu. Ovo pojačanje se određuje na sledeći način:

$$T_d = ((0.55/4) - (0.34/4)) \cdot (1 / 0.10) \cdot (2150 / 2) = 538 \text{ kN}$$

$$A_s = 538000 \text{ N} / 435 \text{ N/mm}^2 = 1240 \text{ mm}^2 = 12.40 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \times 6\text{Ø}10$$

Čvor 2: Međusloj (spoja) između stuba i naglavnice ostaje kritični deo. Naponi betona se procenjuju u modelu 1

$$\sigma_{2d} = N_{d(\text{modelB1})} / (b \cdot a_2) = 2.650 / (0,40 \cdot 0,40) = 16,56 \text{ MPa} > f_{2d} \quad (42)$$



**Ukupnu silu u AB preseku** dobijamo na osnovu izjednačavanja dilatacija čelika  $\epsilon_s$  i neto betona  $\epsilon_c$ . Do napona od  $0,40 f_{cm}$ , može se smatrati da su moduli elastičnosti linearni. To je određen sistem, 1 jednačina sa 1 nepoznatom. Za oblast linearnih modula elastičnosti, ukupna sila je:

$$N = N_s + N_{cn} = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s + A_{cn} \cdot E_{cm} \cdot \epsilon_c = (A_s \cdot E_s + A_{cn} \cdot E_{cm}) \cdot \epsilon \quad (43)$$

Dilatacija se izračuna kao:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= N / (A_s \cdot E_s + A_{cn} \cdot E_{cm}), \\ N_s &= E_s \cdot \varepsilon = E_s \cdot N / (E_s + E_{cm}) \\ N_c &= E_{cm} \cdot \varepsilon = E_{cm} \cdot N / (E_s + E_{cm})\end{aligned}\quad (44)$$

Proračunska nosivost preseka na aksijalnu silu, se izračunava prema EC2, kao:

$$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd} \quad (45)$$

$A_c$  - bruto površina poprečnog preseka betona

$A_s$  - površina podužne armature.

Za stub i naglavnicu, i klasu čvrstoće 30/37

$$N_{Rd} = 1600 \text{ cm}^2 \cdot 17,0 \text{ MPa} + 39,27 \text{ cm}^2 \cdot 435 \text{ MPa} = 4428,24 \text{ kN},$$

Proračunska sila iz stuba od 4300 kN je bliska vrednosti proračunske nosivosti preseka.

Sa neto betonskim presekom

$$N_{Rd} = (1600 - 39,27) \text{ cm}^2 \cdot 17,0 \text{ MPa} + 39,27 \text{ cm}^2 \cdot 435 \text{ MPa} = 4361,48 \text{ kN}.$$

### Za tri šipa

**Primer 3.** Stub prečnika 1,20m, oslanja se na grupu od 3 šipa, koji su prečnika 1,00m, a na međusobnom osnom rastojanju 2,50 m. Debljina naglavnice je 1,25m, klase čvrstoće C30/37. Faktorisano opterećenje na stubu je 9000 kN. Sračunati sile i proveriti napone u štapovima i čvorovima po STM. Dozvoljeni naponi su kao u tablicama, jer je klasa čvrstoće ista C30/37; Prečnik stuba = 1,20 m

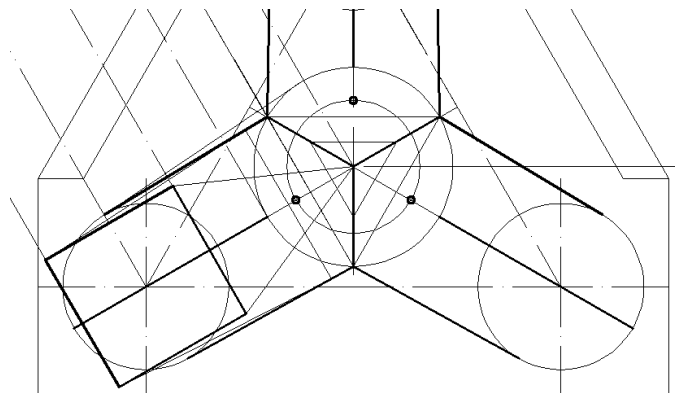
Ekvivalentni prečnik pravougaonog poprečnog preseka  $D_e = 1,13 \cdot (a \cdot b)^{1/2}$ , preporučen odnos  $2/3 < a/b < 1,5$ ; Prečnik šipa  $D_p = 1,00$  m; Debljina naglavnice  $d = 1,25$  m (slika 50b). Efektivna (statička) debljina naglavnice = 1,035 m, a ugao nagiba pritisnutog štapa  $\theta = 35,6^\circ$

Gornja površina kružnog stuba, može se transformisati preko ekvivalentne površine jednako straničnog trougla, ili preko ekvivalentnog obima trougla. Međutim, ni jedan od ova dva pristupa, ne daje zadovoljavajuće rešenje, pa ih ne treba primenjivati, za početno rešenje, koristiće se upisan jednakostranični trougao (slika 50a). Površina kruga  $O_k = (1,2/2)^2 \cdot \pi = 1.1310 \text{ m}^2$ .

Za upisan jednakostranični trougao, širina stranice je  $a = 1,0392 \approx 1,04$  m.



Šip prečnika 1,00 m može da se posmatra ili kao krug kakav jeste, ili kao zamenjujući kvadrat. Ako ga posmatramo kao krug, tada je približno vertikalni presek kroz sredinu čvora, elipsa, krug ili trapez. Ako kružni šip zamenimo ekvivalentnim kvadratom, tada je približno vertikalni presek kroz sredinu čvora pravougaonik ili kvadrat. Tada stranica ekvivalentnog kvadrata iznosi: 0,886 m. Tako imamo prizmatičan kosi štap na donjem kraju.



*Slika 50a. Prikazana je osnova naglavnice za tri šipa.*

Prečnik šipa je 1,00m, a u levom šipu je ucrtan ekvivalentni kvadrat stranice 0,886m. Unutar stuba prečnika 1,20m, ucrtan je jednakostranični trougao, i težišna kružnica. Na težišnoj kružnici je podebljano ucrtane napadne tačke (NT) sile iz stuba. U produžetku trougla ucrtan je ekvivalentni pravougaonik, unutar koga se nalazi napadna tačka sile, ali se težište 1/3 trougla i tog pravougaonika na poklapa sa NT. Širina gornjeg dela kosog štapa je 1,039 m, a donja širina je nula, dakle poprečni presek gornjeg dela kosog štapa je obrnuti trougao. Donji čvor je na mestu kontakta sa kosim štapom pravougaonog oblika.

Dakle, kad posmatramo gornju površinu kosog štapa, ona je u gornjem delu širine 1,039m, a u donjem delu se sužava na 0,886m. Donja površina kosog štapa je u gornjem delu tačka, a u donjem delu se širi na 0,886m. Dakle donja stranica kosog štapa je oblika trougla.

Za određivanje visine štapa u gornjem delu, potrebno je kasnije odrediti visinu gornjeg čvora.

Pripadajuća površina ispod stuba ja trećina kruga.

$$A_{cp} = (D/2)^2 \cdot \pi/3 = D^2 \cdot \pi / 12$$

Težište se nalazi na  $2/3$  prečnika od centra kruga, pa je za homogeni konstanti pritisak to i napadna tačka sile. Visina trougla je  $3/4$  prečnika kruga, pa je stranica  $a = (3/4 D)/(\sqrt{3}/2)$ .

Upisan jednakostranični trougao u krug

Prečnik 1,20 visina  $h = 0,9$  stranica  $a = 1,039\text{m.};$

Površina trougla =  $0,467654$   $[\text{m}^2]$

Ako zamenimo deo kružnog segmenta van upisanog trougla, ekvivalentnim pravougaonikom, čija je jedna stranica (širina) jednaka stranici upisanog trougla, onda je druga stranica, visina pravougaonika.

Trećina kruga

$1/3$

kruga  $0,3770$   $[\text{m}^2]$

Periferni kružni segment

$1/3$  kruga -  $1/3$  trougla  $0,1432$   $[\text{m}^2]$

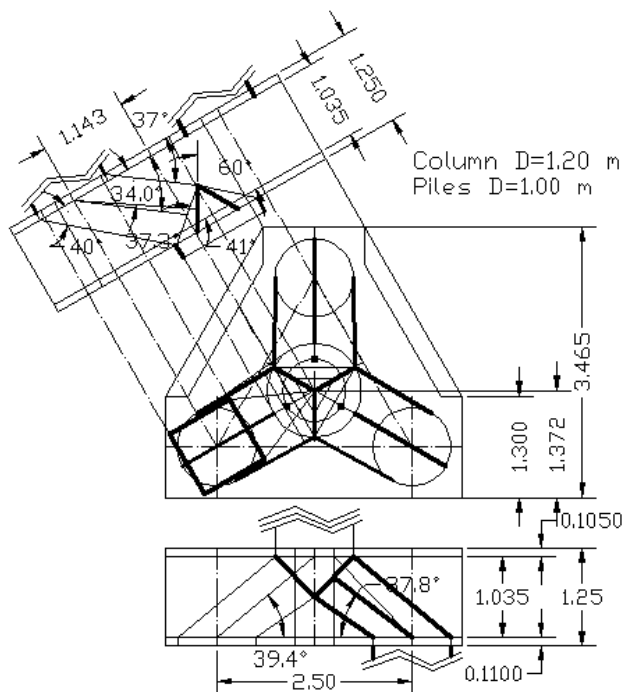
stranica pravougaonika  $1,039$   $[\text{m}]$

visina pravougaonika  $0,138$   $[\text{m}]$

Visina pravougaonika je ucrtana na gornjoj slici, ali se težište  $1/3$  kruga, na poklapa se sumom  $1/3$  trougla i pravougaonika, što je mana ove metode, jer time nije u potpunosti primenjiva bez korekcija. Ako na upisani trougao u osnovi dodamo pravougonik, pa spojimo spoljnu stranicu istog sa donjom vrhom teraedra, dobijamo jednu od mogućih zajedničkih ravni, kosog štapa i gornjeg čvora. Pošto problem nije u potpunosti jednoznačno određen, zajednička ravan kosog štapa i gornjeg čvora, može se nalaziti između stranice teraedra (min rastojanja od centra kruga), i trougla koji tangira obrnutu naglavnicu nacratnu oko teraedra, a čija je baza obim stuba (max rastojanja od centra kruga = poluprečniku).

Gore prikazano rešenje je dakle povoljno moguće rešenje, ali ima manu da joj se napada tačka NT ne poklapa, sa stvarnom NT, i ima manju grešku-razliku od upisanog tetraedra.

Ispod stuba je formiran čvor sa prostornim stanjem napona pritiska CCC. Širina pritisnutog štapa je jednaka ili širini šipa,  $b_w=100\text{cm}$ , ili ekvivalentnog kvadrata  $b_w=88,6\text{cm}$ , dok je visina kosog štapa od  $71$  do  $78\text{cm}$ , zavisno od konstrukcije. Iznad šipova je formiran čvor tipa CTT. Šip je pritisnut, kao i kosi štap, ali se horizontalna sila razleže ne dve zatege, zato je to čvor CTT.



**Slika 50b.** STM model za 3 šipa u grupi. Prečnik šipa 1000 mm, prečnik stuba 1200mm.  $S/D = 2,5$ . Merodavan je kosi presek kroz centar šipa i stub

**Napomena:** Upitno je koliki je tačno ugao nagiba tetraedra i da li je uvek jednakih strana i za centrično opterećenje? Ovaj ugao ne zavisi samo od geometrije naglavnice, stuba i šipova već i od nivoa opterećenja i načina formiranja modela štapova. Pretpostavimo, na trenutak, da se pojavila prslina u dnu naglavnice ispod stuba, zatim se širi i nastavlja da se širi, i šta se onda dešava sa klinom (čvorom ispod stuba)? Tetraedar gubi vrh i postaje zarubljena piramida, ili se ugao nagiba stranica tetraedra smanjuje tako da joj vertikalna visina postaje manja. Ako se radi o ekscentričnom opterećenju problem postaje komplikovaniji i često menja rešetku STM, a mogu se pojaviti i vertikalne zatege, slično kao što je prikazano kod primera za 2 šipa. Kod ekscentričnog opterećenja obavezno treba proveriti da li projektovani ili ugrađeni ankeri za stub zadovoljavaju potrebnu površinu i raspored, za dati slučaj opterećenja. Može se desiti da tek kod kontrole uočimo potrebu za promenom sistema rešetke, ili čak i korekciju ankera, kako po broju tako i po položaju-geometriji.

Kod četvorostrane (obrnute) piramide (broj strana u osnovi, jer je broj ravni 5) za četiri šipa, može se svaka od 4 kose stranice piramide zameniti trapezom umesto trougla. Uočava se razlika kod slučajeva za 4 i 5 šipova. U slučaju pet šipova, gornji čvor ispod stuba ima oblik zarubljene obrnute piramide. Osnova ove piramide je gore, jer se nalazi na spoju sa stubom, a zarubljeni kraj je donji. Kod pet šipova donji zarubljeni kraj se formira ispod pritisnutog štapa za centralni šip. Kod četiri šipa zarubljeni deo je posledica uvođenja zamenjujućeg oblika, jer se nezarubljena piramida zamenjuje zarubljenom, dakle trougaone stranice se menjaju sa trapezima ekvivalentne površine.

Gornji čvor (ispod stuba) kod grupe od tri šipa a za centrično opterećenje predstavlja oblast između pritisnutog tetraedar (trostrana piramida sa trougaonom osnovom) i obrnutog konusa (čija je baza obim stuba). Na slici 50b je u preseku čvora prikazan i tetraedar i obrnuti konus. Ukoliko je potrebno ugao štapa za ove dimenzije, može se legalno povećati time što se za gornji trougao rezultanta smešta u težište trougla, čime se osa štapa pomera sa polovine u gornju trećinu visine čvora. Geometrija štapa je složena, u gornjem delu ima poprečni presek obrnutog trougla, dok u donjem delu ima oblik pravouganičnik ili trapeza, ili čak poluelipse. Dakle pritisnuti štap ima promenljiv oblik, pa poprečni presek može biti trougao, trapez pravouganičnik isl. i menja se po dužini. I kod STM metode mora se element konstrukcije nacrtati u razmeri i po potrebi korigovati, i na crtežu i u skladu sa tim u proračunu.

Površina gornjeg čvora (trougaoe piramide):

$A_{cn} = (104+0)/2 \cdot 60 = 0,312 \text{ m}^2$  (visina trougla je 60 cm, za tetraedar, a 80 cm, za trougao koji tangira naglavnicu); Za naglavnicu  $A_{cn} = (104+0)/2 \cdot 80 = 0,416 \text{ m}^2$ .

Pripadajuća sila iz stuba  $N_{Ed} = 3000 \text{ kN}$

Napon u gornjem CCC čvoru  $\sigma_{cd} = 15,87 \text{ MPa}$

Napon u štapu  $\sigma_{cd} = 4950,59 / 1000 / 0,416 = 11,90 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} = 11,42 \text{ MPa}$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 v f_{cd}, \text{ za } f_{ck} = 30/37 \rightarrow v = 1 - f_{ck} / 250 = 1 - 0,12 = 0,88$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot 0,88 f_{cd} = 8,98 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 v f_{cd}, \text{ za } f_{ck} = 40/45 \rightarrow v = 1 - f_{ck} / 250 = 1 - 0,12 = 0,84$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,60 \cdot 0,84 f_{cd} = 11,42 \text{ MPa}$$

Za svaki pojedinačni slučaj opterećenja oblik i dimenzije mogu biti različiti. Čak i kada ima samo dva šipa, mogu se javiti više RS, i kod ekscentričnog tako i kod neekscentričnog i kod centričnog opterećenja.

Pretpostavimo promenu jednog slučaja opterećenja, slično naguravanju (pushover), ali za razliku od klasičnog naguravanja ovde se radi o dominantno vertikalnim silama. Ako ekvivalentan sistem opterećenja ima takav smer da ekvivalentne vertikalne sile ostaju u okviru stuba sistem STM se može primeniti za vertikalno pushover opterećenje. Dakle ukoliko bi se koristio ovaj metod za razvoj nove aplikacije, trebalo bi osim nagurivanja za ukupnu kombinaciju, predvideti da se određeni deo kombinacija slučajeva opterećenja drži konstantnim (stalno opterećenje), a da se drugi deo sukcesivno uvećava (vetar i korisno opterećenje) u zadatim koracima.

S obzirom da je čvor za ovaj slučaj opterećenja sigurno troosno pritisnut, prema EC2 dozvoljeno je povećanje dozvoljenog napona za 10%. Pa naponski uslov za čvor tada glasi:  $\sigma_{cd}=15,87 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max}=16,46 \text{ MPa}$ .

Napomena: pošto je naponski uslov za ovaj slučaj u preliminarnom proračunu tek neznatno prekoračen, mogu se koristiti nešto malo veći ugao ose štapa. U slučaju značajnog ekscentričnog opterećenja naponski uslov u gornjem čvoru ne bi bio zadovoljen, pa bi u zavisnost od odnosa proračunskog napona trebalo povećati klasu čvrstoće ili debljinu naglavnice.

Kontrola napona u donjem CTT čvoru

Čvorovi kod kojih su zatege ankerovane više nego u jednom pravcu (compression – tension nodes with anchored ties in more than one direction). Visina donjeg čvora od 65 cm, očitana sa crteža, širina (ekvivalenta) je sračunata u prethodnom delu.

$$\text{Površina čvora } A_{cn} = 86 \cdot 65 = 0,559 \text{ m}^2$$

$$\sigma_{cd} = 4950,59 / 1000 / 0,559 = 8,86 \text{ MPa}$$

$\sigma_{cd} = 8,86 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} = 11,22 \text{ MPa}$  (za proračun je uzet pravougaoni poprečni presek čvora, i ekvivalenta širina šipa);

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$\sigma_{Rd,max} = 0,75 \cdot v \cdot f_{cd}$ ; za C30/37,  $f_{ck} = 30 \rightarrow v = 1 - 0,12 = 0,88 \rightarrow$  usvojeno  $\alpha_{cc} = 0,85$

$\sigma_{Rd,max} = 0,75 \cdot 0,88 \cdot f_{cd} = 0,75 \cdot 0,88 \cdot (0,85 \cdot 30 / 1,5) = 17(13,2) \text{ MPa} = 11,22 \text{ MPa}$

$$\sigma_{Rd,max} = 0,66 \cdot f_{cd} = 0,66 \cdot 17 = 11,22 \text{ MPa}$$

$H = 3938,06 \text{ kN}$ ; Proračun sile u zatezi  $F_{tl} = 3410,46 \text{ kN}$ ; (ugao između zatega  $F_{tl}$  i horizontalne projekcije pritisnutog štapa  $H$  je kod grupe od 3 šipa  $30^\circ$ )

Potrebna armature (tip B500) u zatezi je:  $A_{s,tie1} = 3410,46 \text{ kN} / 50 \text{ kN/cm}^2 = 68,21 \text{ cm}^2$

Usvojena armature  $2 \times 7 \text{Ø}25 \text{ mm}$ , stvarno  $A_s = 2 \cdot 7 \cdot 4,91 = 68,72 \text{ cm}^2$

Razmak šipki  $15 \text{ cm}$ ,  $b = 15 \cdot 6 + 2,5 = 92,5 \text{ cm}$ ; Čist razmak  $15 - 2,5 = 12,5 \text{ cm}$

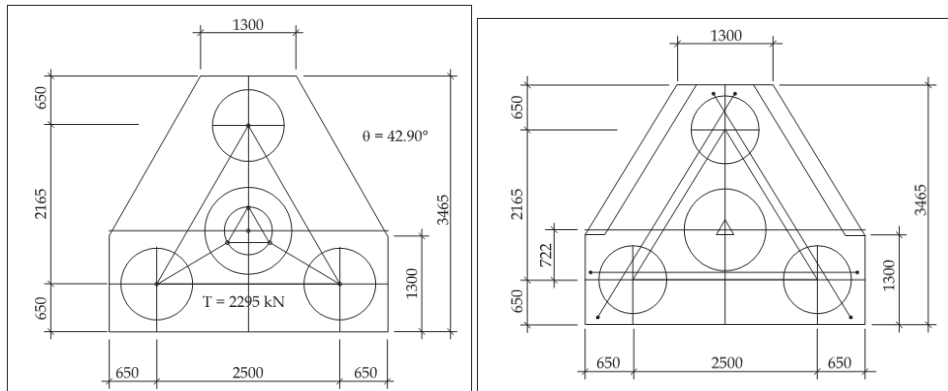
Smeštanje armature u dva reda  $2 \times 7 \text{Ø}25 \text{ mm}$ , iz drugog pravca takođe ista armatura.

Ako se šip krajcuje (obija gornji deo), ostaje sloj šipa od  $10 \text{ cm}$ , na koji se ređaju armature zatega. Ako se armature ređaju direktno jedna na drugu težište niže zatege je na  $10 \text{ cm} + 3,75 \text{ cm} = 13,75 \text{ cm}$ , a više na  $10 \text{ cm} + 2,5 + 3,75 \text{ cm} = 16,25 \text{ cm}$ . Pretpostavljena osa zatege je  $11 \text{ cm}$ , što bi zadovoljavalo samo jedan sloj armature. Prema tabeli slika 31, za dati

primer dobija se sila u zatezi 670,96 odnosno ako se uvodi i uticaj dimenzija stuba 610,65. To je od 5 do 5,5 puta manje od uticaja proračunatih prema STM. Prema tome rezultate sračunate prema tabeli treba uzeti sa rezervom i ne preporučuju se.

Visina čvora sa zategom (slučaj c);  $U = \emptyset + 2c + (2-1)s = 25 + 2 \cdot 50 + (2-1)50 = 17,5 \text{ cm}$

Ako je završna površina šipa 5cm, što obezbeđuje zaštitni sloj, još uvek nedostaje 7,5cm. Potrebno je povećati debljinu naglavnice za bar 10cm. Iako naponi u čvorovima nisu prekoračeni *uslovi smeštanja armature u zatege su problematični pa se preporučuje povećanje visine naglavice.*



**Slika 51.** STM model za grupu od 3 šipa. Armature za grupu od 3 šipa [25]

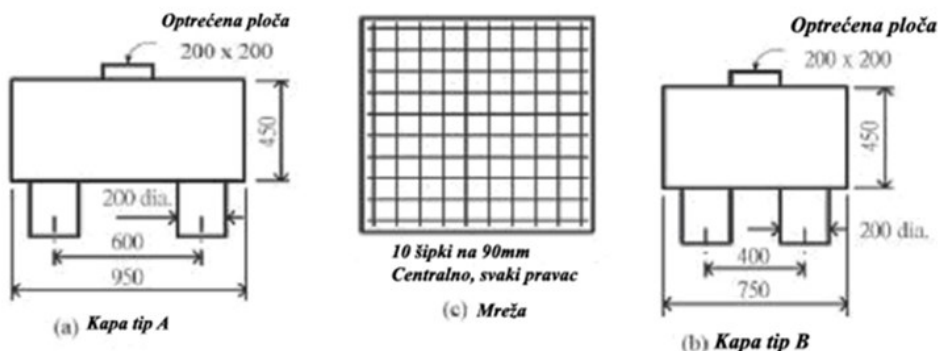
Na grupu od 3 šipa [25] se oslanja stub, i prenosi faktorisano opterećenje od 13500 kN. Debljina naglavnice je 1250mm, prečnik stuba 1200mm, a efektivna debljina naglavnice (statička visina za STM) je 1035mm, tada je ugao između štapova 41,1 ° ako je veličina stuba zanemarena. Konačne veličine stuba, ugla nagiba kosog pritisnutog štapa ( $\theta$ ) u odnosu na horizontalnu ravan jednaka je 42,9°.

$$T = 4500 / \tan 42.9^\circ / 2 / \cos 30^\circ = 2796 \text{ kN} - \text{sila u zatezi}$$

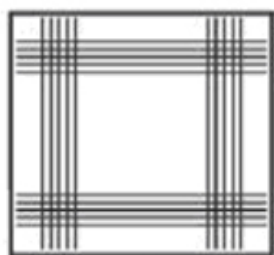
$$\text{Potrebna armatura } A_s = 2796 \text{ kN} / (50 \text{ kN/cm}^2 / 1.15) =$$

$$C = 4500 / \sin 42.9^\circ = 6611 \text{ kN}$$

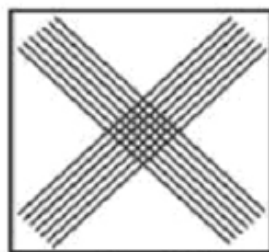
Efekat momenta savijanja na stub može se razdvojiti na opterećenje cepanja stuba unutar ekvivalentnih opterećenja i povezivanje sile u zatezi sa maksimalnom reakcijom šipa.



<p>(a) Naglavnica tip A          Optrećena ploča          200 x 200 mm  <math>D=200\text{mm}</math>  <math>s=600\text{mm}=3D</math>  <math>h=450\text{mm}=0.75s</math></p>	<p>10 šipkina 90mm          Centralno, svaki pravac          (c) Mreža</p>	<p>(b) Naglavnica tip B          Optrećena ploča          200 x 200 mm  <math>D=200\text{mm}</math>  <math>s=400\text{mm}=2D</math>  <math>h=450\text{mm}=2.125s</math></p>
--	--	---



Dve grupe od 5 šipki na 30mm centralno svaki pravac  
 (d) snop na uglu

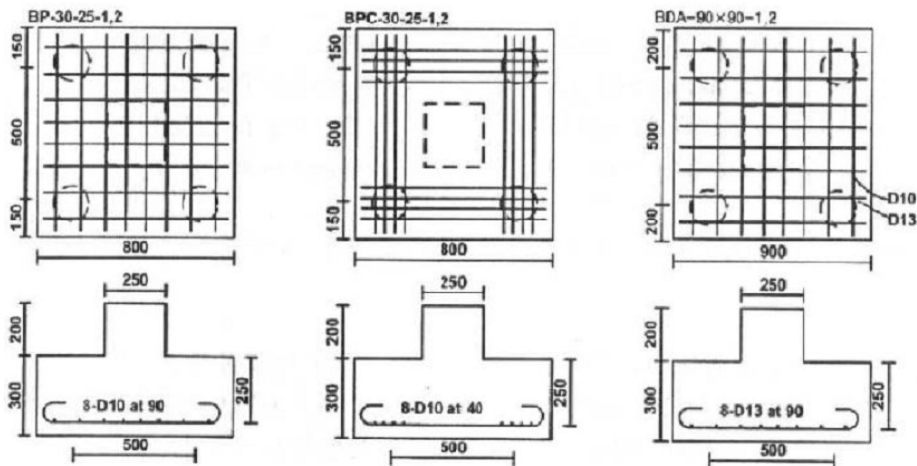


Sedam šipki na 30 mm. centrično svaki pravac  
 (e) dijagonalni snop

<p>Dve grupe od 5 šipkina 30mm centralno svaki pravac          (d) snop na uglu</p>	<p>Sedam šipki na 30 mm. Centrično svaki pravac          (e) Dijagonalni snop</p>
---	---

D- prečnik šipa; s-osno rastojanje šipova; h –visina glavne grede

*Slika 52. Tipovi naglavnica šipova, prema [4]*



**Slika 53.** Naglavnica za 4 šipa, (a) 8D10 na 90mm; (b) 8D10 na 40mm; (c) 8D13 na 90mm, prema [33]

### Primer 2 sa 4 šipa

Stub kvadratnog poprečnog preseka stranice 1,20m, oslonjen je na grupu od 4 šipa. Prečnik šipa je  $D=1,00\text{m}$ , a međusobno osno rastojanje je  $2,50\text{m}$ , tj.  $2,5D$ .

Ukupna visina naglavnice je oko polovine rastojanja šipova, pa je usvojena visina od  $1,25\text{m}$ . Stub je centrično opterećen faktorisanim opterećenjem od  $16000\text{ kN}$ . Proračun prema EC2. Klasa čvrstoće betona naglavne grede je C30/37.

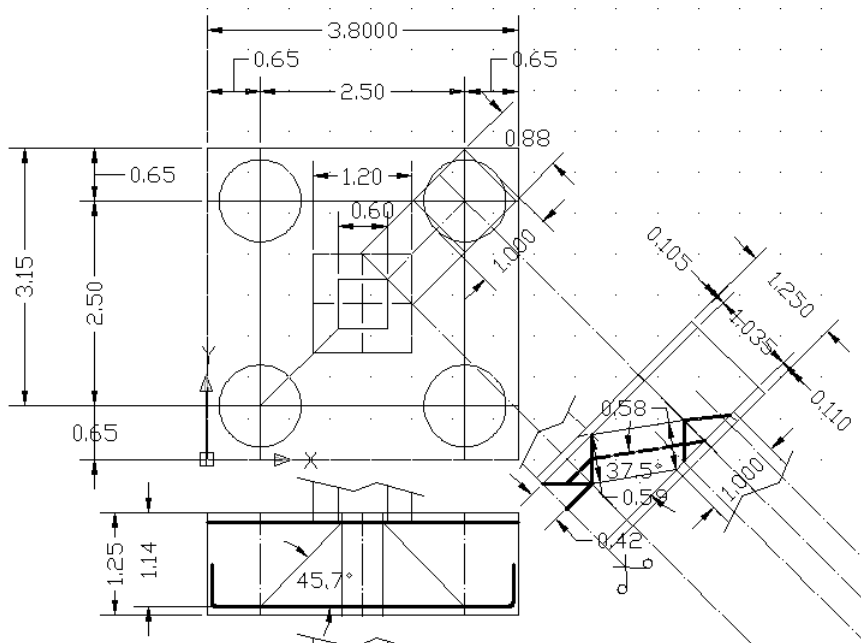
Stub se deli na isti broj površina koliko ima i šipova u grupi. Zato je stub podeljen na četiri jednaka dela. S obzirom da je stub centrično opterećen u svakom težištu pojedine površine deluje četvrtina sile. Pretpostavlja se da se u opštem slučaju dvojno savijanje sa normalnom silom može podeliti na ovakve četiri površine, odnosno četiri sile. Moguć je i raspored kada se rezultanta nalazi samo u jednoj četvrtini, ili samo u dve i sl., što će kasnije biti i prikazano.

Dijagonalni presek prikazan je na slici desno. Ugao između pritisnutog štapa i horizontale u kojoj se nalaze zatege, je  $37,5^\circ$ . Granični uglovi prema različitim propisima mogu imati slične i različite vrednosti,  $25^\circ < 35^\circ < 37,5^\circ < 45^\circ$ . Korišćene manjih uglova, je nerealno, i uključuje veoma visoke dilatacija pritiska. Kad god je moguće treba upotrebiti ugao od  $45^\circ$ .

U osnovi je iznad gornjeg desnog šipa ucrtan kvadrat ekvivalentne površine. Dakle umesto šipa prečnika  $100\text{cm}$  ucrtan je kvadrat stranice  $88\text{cm}$ , tolika je usvojena i širina pritisnutog štapa i čvora. Površina stuba



oblika kvadrata stanice 1,2m je 1,44m<sup>2</sup>. Površina 1 šipa je 0,785m<sup>2</sup>, tako da je površina 4 šipa u grupi 2,18 x veća od površine stuba (za ukupni bruto presek). Visina gornjeg čvora je 42cm, a visina štapa 58cm, ovo sledi iz crteža toka sila.



*Slika 54. Osnova naglavnice za grupu od 4 šipa sa horizontalnim i dijagonalnim presekom, dimenzijama čvorova i uglom nagiba pritisknutog štapa, u merodavnoj kosoj projekciji*

### **Korak 5. Kontrola kosog štapa**

Sila u kosom AB štapu (slika 55) je

$$F_{u,AB} = P_u / \sin(\theta) = 1500 / \sin 45,37^\circ = 2107,6 \text{ kN}$$

Sila u kosom AB štapu (slika 54) je

$$F_{u,AB} = P_u / \sin(\theta) = 4000 / \sin 37,5^\circ = 6570,71 \text{ kN}$$

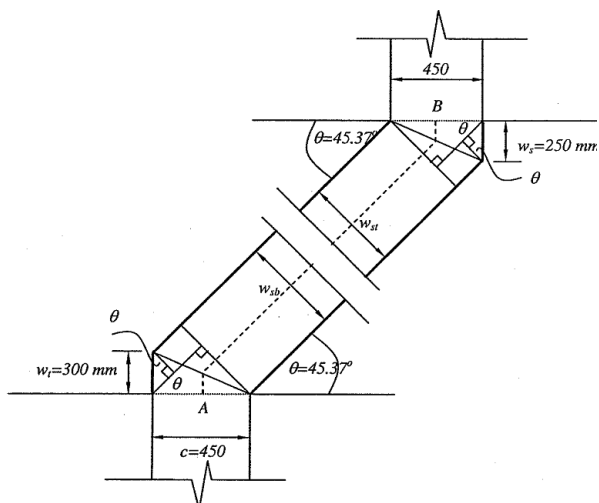
Na osnovu slike 55, visina u vrhu kosog štapa je:

$$w_{st} = c \cdot \sin(\theta) + w_s \cos(\theta) = 450 \cdot \sin(45,37) + 250 \cdot \cos(45,37) = 495,89 \text{ mm}$$

$w_s$  je uzeta kao manja vrednost od  $w_{sb}$  i  $w_{st}$

Očekuje se da AB štap ima oblik boce. Pretpostavljajući da je za kontrolu prslina dovoljna usvojena armatura, da se odupre sili pucanja štapa. ( $\beta_s = 0,7$ ).

Uticaj armature na geometriju štapa prikazan je na slici 55, a proračun u koraku 5, na prethodnoj strani. Takođe vidi sliku 16 na strani 106 i formula 15 na strani 107. Visina zatege označena je sa  $w_t$ .



*Slika 55. Geometrija kosnika kod naglavnice sa 4 šipa (analogija sa zidom koji se oslanja na zid i na koji se oslanja zid)*

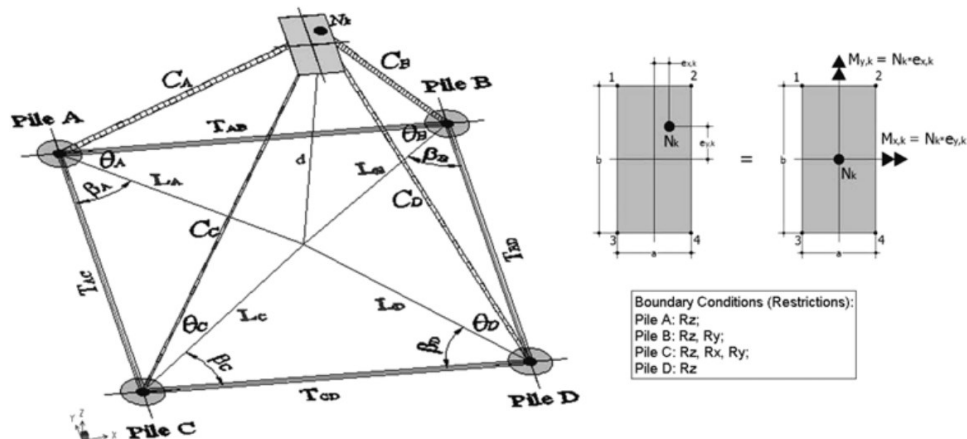
### **O izvođenju naglavnice – temelja na šipovima**

Kod šipova koji se izvode na licu mesta, obično su za 60 cm, iznad projektovane kote, u konstrukciji. Taj deo se „krajcuje“, ili obija najbolje već sutradan, dok je beton još mlad, pa se lako odvaja od osnovne mase. Tokom krajcovanja ankere podužne armature, dužine 60cm, se ne smeju oštetiti. Ako se beton šipova krajcuje, tek nakon završetka svih šipova, oštemovana površina je neravna, pa je neophodno ostaviti 10 cm, koji će sa novim betonom ući u novu betonsku masu naglavnice šipova. Osim toga, treba imati u vidu da se ispod naglavnice prethodno nabije tampon sloj šljunka, preko koga se betonira 10 cm tampon sloja betona. Na ovaj beton se između postojećih ankera iz šipova reda armatura naglavne grede, uključujući uzengije, kosa gvožđa i ankere za stubove i/ili zidove.

Preporučuje se da se na tamponu betona iscrtava osnovna oplata-ivice betona buduće naglavnice, ugraditi armaturu, pa zatim izvesti oplatu. Može se i prvo izvesti oplata, ali je onda armiranje otežano. Oplata može biti visoka i 1m i više, pa ako se prva izvede, kompletno, usloviće merdevine za ulaz u oplatu. Ipak, ako izvedete oplatu, uvek se deo ostavlja otvoren, i zatvara nakon montaže armature.

## Adaptibilni model

U više radova i u ACI je predložen Prilagodljivi model štapova i zatega za projektovanje i verifikaciju naglavnic sa četiri šipa (slika 56). Navedeni su granični uslovi uz sliku.



**Slika 56.** Preporučeni model pritisnutih štapova i zatega za naglavnicu od 4 šipa na koju se oslanja pravougaoni stub opterećen aksijalnim pritiskom i dvoosnim savijanjem

Pojednostavljena verzija ovog modela je kalibrisana korišćenjem izmerenog odziva naglavnic sa četiri šipa koje su nosile kvadratni stub izložen aksijalnom opterećenju, postavljanjem  $e_{x,k} = e_{y,k} = M_{x,k} = M_{y,k} = 0$ . Na ovaj način, može se ilustrovati da se reakcije na šipove, unutrašnji uglovi i sile u pritisnutim štapovima i zategama mogu izračunati na sledeći način:

$$R_{A,k} = R_{B,k} = R_{C,k} = R_{D,k} = N_k / 4 \quad (46)$$

$$\text{tg}(\theta_A) = \text{tg}(\theta_B) = \text{tg}(\theta_C) = \text{tg}(\theta_D) = d / (0,7071 \cdot e) \quad (47)$$

$$C_{A,k} = C_{B,k} = C_{C,k} = C_{D,k} = N_k / 4 \text{ Sin}(\theta_A) \quad (48)$$

$$T_{AB,k} = T_{AC,k} = T_{CD,k} = T_{BD,k} = -N_k \cdot e / 8 d \quad (49)$$

$$N_{y,a} = -A_{sT} \cdot f_y \cdot d / 0.125 e = -8 \cdot \emptyset_y \cdot A_{sT} \cdot f_y \cdot d / e = -8 \cdot \emptyset_y \cdot A_{sT} \cdot f_y / s \quad (50)$$

$$N_{y,a} = -4 \cdot \emptyset_y \cdot A_{sD} \cdot f_y \cdot d / e = -4 \cdot \emptyset_y \cdot A_{sD} \cdot f_y / s \quad (51)$$

$s=e/d$  ( $e$  je ovde rastojanje šipova, pa je  $s$  – bezdimenzionalno rastojanje šipova;  $e_x$  i  $e_y$  su ekscentriciteti opterećenja;  $a$  i  $b$  su dimenzije stuba)

$$N_{fs,a} = -4 f_t (a+b) \cdot d \quad (52)$$

$$f_t = 0.26 f_c^{(2/3)} \quad (\text{MPa}) \quad (53)$$

$$N_{fs,a} = - 4 f_t (b+b) \cdot d = - 2.08 b \cdot d \cdot f_c^{(2/3)}, f_c \text{ u (MPa)} \quad (54)$$

Prema EC2

$f_{ctm}$  - srednja vrednost čvrstoće betona pri aksijalnom zatezanju iznosi

$$f_{ctm} = 0.30 f_c^{(2/3)} \quad (55)$$

Kada je čvrstoća betona pri zatezanju određena pritiskom po izvodnici tzv. Brazilska metoda (splitting tensile strength)  $f_{ct,sp}$

$$f_{ct} = 0.90 f_{ct,sp} \quad (56)$$

a u našem, ranije korišćenom, Pravilniku BAB '87, koji je primenjivan do 2020. godine, srednja vrednost čvrstoće betona pri aksijalnom zatezanju sračunavala se iz:

$$f_{bzm} = 0.25 f_{bk}^{(2/3)}$$

gde je  $f_{bk}$  čvrstoća betonske kocke pri pritisku. U BAB-u se pretpostavlja raspipanje rezultat u granicama +/-30%. Pa se za pojavu prslina uzima vrednost 0,70  $f_{bzm}$ . Betonska kocka prema BAB je bila 20cm, a fraktil 10%, što odgovara EC2 kocki stranice 15cm sa fraktilom 5%.

Pod pretpostavkom da će naglavnicica sa četiri šipa imati smičući lom (cepanjem štapa) ili savijanjem, može se predložiti jedan kriterijum za predviđanje opterećenja pri lomu i načina loma u kojem se kapacitet savijanja procenjuje pomoću jednačine (49) i kapacitet na smicanje (cepanje štapa) je izjednačen sa jednačinom (52), kao što je prikazano u jednačini (55). U ovoj poslednjoj jednačini, ako je  $N_{ff,a} < N_{fs,a}$  onda je  $N_{ff,a} = N_{fs,a}$  i lom je posledica savijanja, i ako  $N_{ff,a} > N_{fs,a}$  onda je  $N_{ff,a} = N_{fs,a}$  i lom je posledica smicanja.

Napomena: (oznaka  $ff$  u indeksu je failure is due to flexure, a  $fs$  failure is due to shear, dakle  $ff$  je lom usled savijanja, a  $fs$  lom usled smicanja)

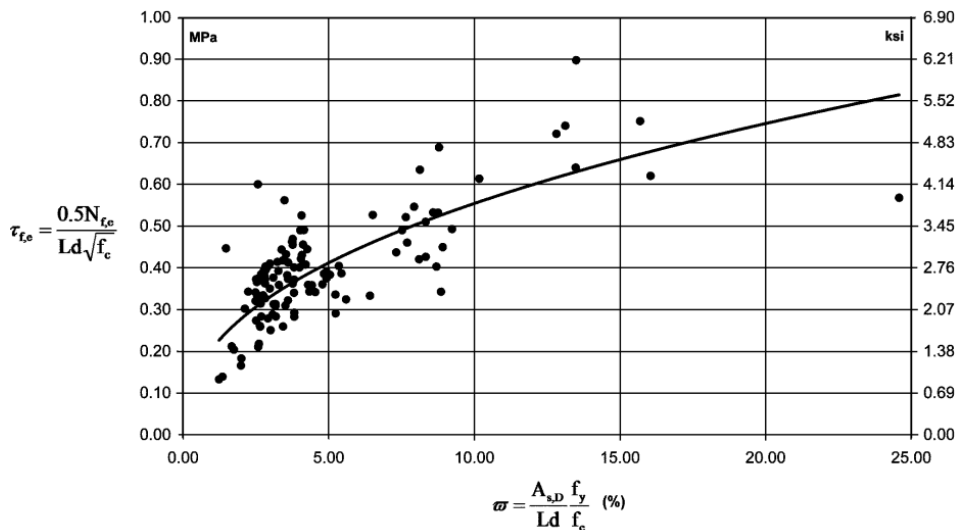
$$N_{f,a} = \min (N_{ff,a} ; N_{fs,a}) \quad (57)$$

$$N_{ff,a} = - 4 \varnothing_f \cdot A_{sD} \cdot f_y \cdot d / e = - 4 \varnothing_y \cdot A_{sD} \cdot f_y / s \quad \text{lom usled savijanja,}$$

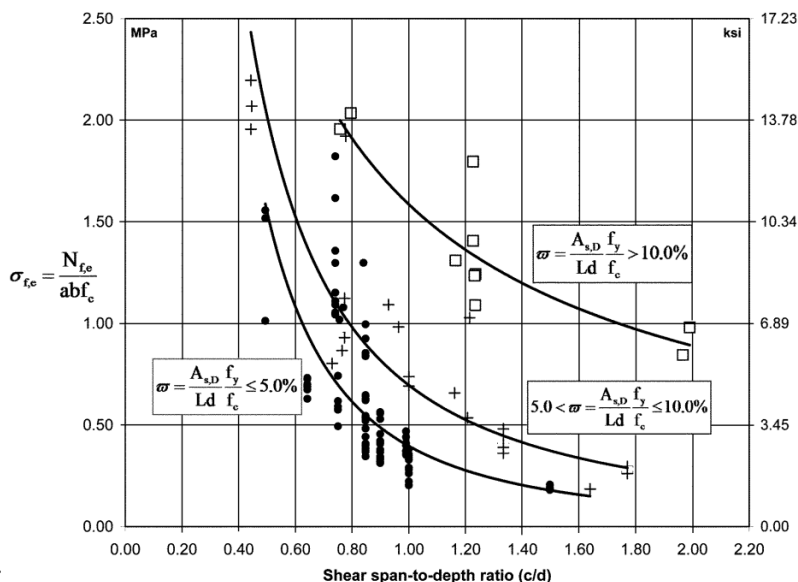
$$N_{fs,a} = - 2.08 b \cdot d \cdot f_c^{(2/3)}, f_c \text{ u (MPa)} \quad \text{lom usled smicanja}$$

$$N_{c,a} = - \varnothing_c \cdot L \cdot d \cdot f_c^{(2/3)} / e, f_c \text{ u (MPa)} \quad (58)$$

Izraz za aksijalno opterećenje koje je eksperimentalno izmereno da bi se proizvele prve pukotine u naglavnicama sa četiri šipa dat je jednačinom. (11), u kojoj je  $\varphi_c$  koeficijent kalibracije iz podataka ispitivanja,  $e$  je rastojanje između osa šipova,  $d$  je dubina, a  $L$  je širina naglavnicice šipa.



*Slika 57. Uticaj odnosa mehaničke armature na smičuću čvrstoću ispitanih naglavnica šipova. (1 MPa = 6.895 ksi.)*

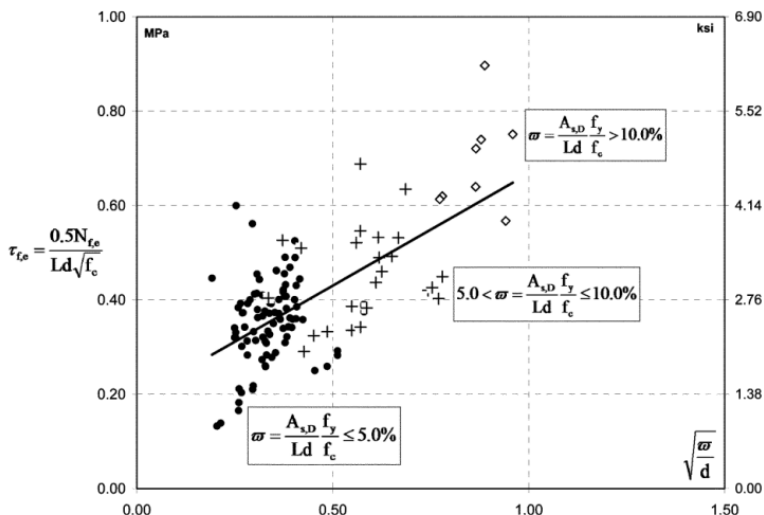


*Slika 58. Uticaj odnosa mehaničke armature na smičuću čvrstoću ispitanih naglavnica šipova. (1 MPa = 6.895 ksi.)*

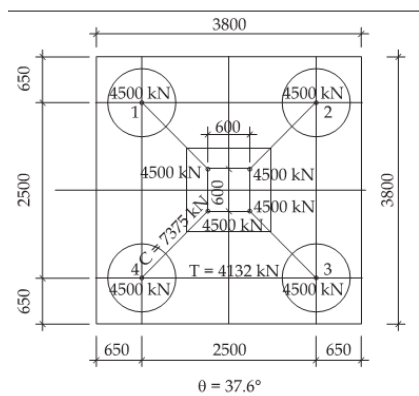
Predloženi model pritisnutih štapova i zatega primenjen je i na predviđanje eksperimentalne podatke [39] za štapove sa odnosom raspona i dubine smicanja u intervalu od  $0,44 \leq c/d \leq 1,99$ .

Ovde su prikazani neki podaci iz literature radi sagledavanja razlika u zavisnosti od ekscentriciteta opterećenja, na 4 šipa, kroz uporednu analizu. Različiti oblici STM rešetke prema [25]. Sila u stubu je 18000 kN. Efektivna debljina naglavnice je 1,035m a ugao 37.6.

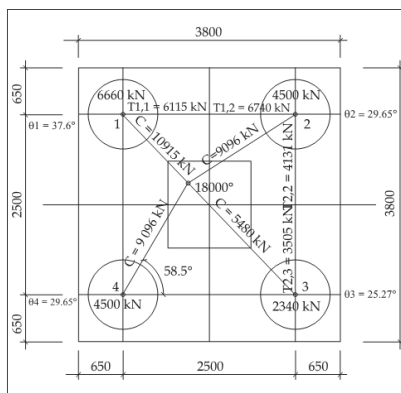
$T = 4500 / \tan 37,6 \cdot \cos 45 < 4132$  kN, a  $C = 4500 / \sin 37,6 = 7375$  kN. Rezultati u osnovi su prikazani na slika 57 do 61, prema [33]. U istom radu je predložen adaptibilni prostorni (3D) model napregnut na pritisak sa  $Nk$  i biaksijalnim savijanjem  $Mkx$  i  $Mky$ , koji deluju na naglavnicu.



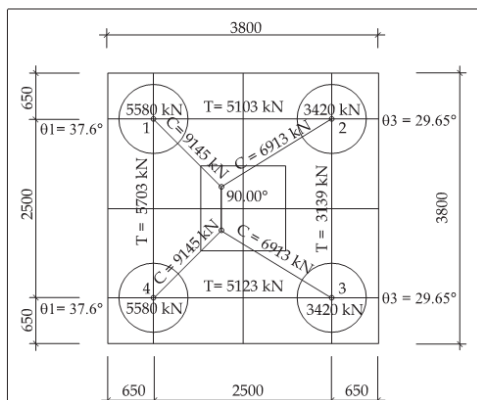
**Slika 59.** Uticaj odnosa armature i visine na smičuću nosivos i spitanih naglavnica šipova. (Napomena: 1 MPa = 6.895 ksi.)



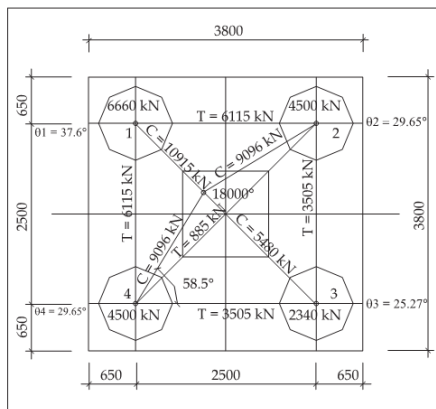
**Slika 60.** STM za 4 šipa u grupi [25]



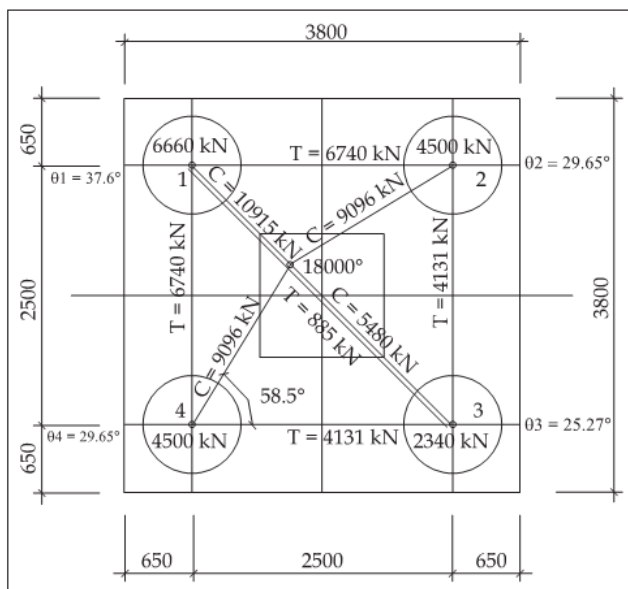
**Slika 61.** 4 šipa sa aksij. opt. i dvoosno savijanje



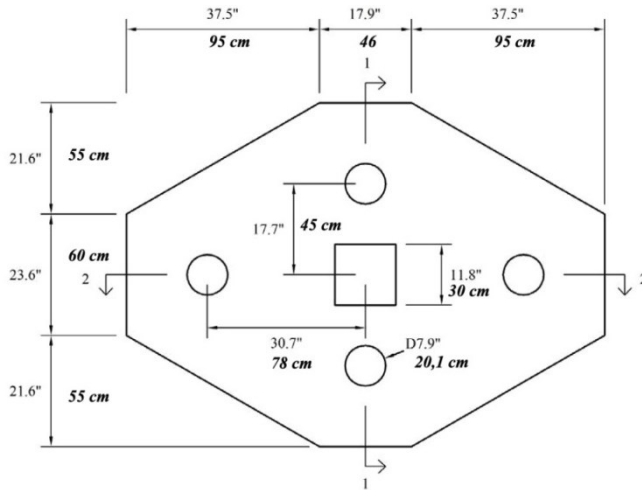
**Slika 62.** Grupa od 4 šipa sa opt. sa  $N$  i  $M$



**Slika 63.** STM sa dijagonalnom zateg



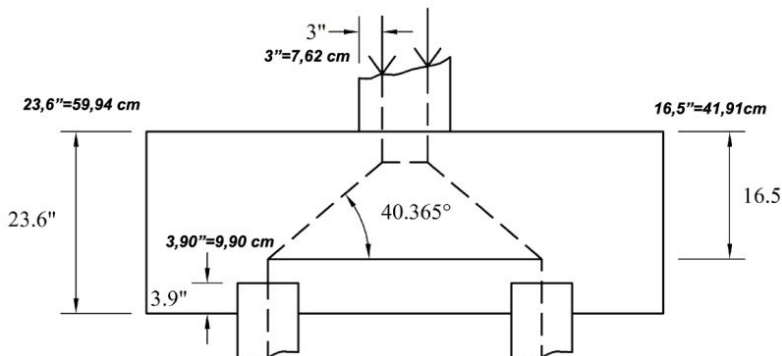
**Slika 64.** STM sa dijagonalnim štapovima



*Slika 65. Izgled u osnovi naglavnice šipova*

Iz ovih rezultata autori [25] su zaključili da primena STM na naglavnice za 4 šipa dovode do veće količine armature za savijanje i korišćenja teorije savijanja grede i momentima dopuštenih u tehničkim propisima, ali se zahteva armature za smicanje raspoređene u trakama. Propisana armatura uslovljava i u drugim oblastima sa aspekta graničnih stanja upotrebljivosti. Nekada STM se ne može koristiti za sve slučajeve opterećanja uključujući moment savijanja. STM se koristi i za oblikovanje adekvatnih detalja

Primer naglavnice iz ASHTO eksperimenata [20], prikazan je u osnovi na slici 66. Prečnici šipova su 20cm. Gabariti naglavnice u osnovi 170 x 236 cm. Širina kvadratnog stuba je 30cm. Karakteristično za ovu naglavnicu je da ima različita međusobna rastojanja šipova po  $x$  i  $z$  osi: 156 i 90 cm (7,8  $D$  i 4,5  $D$ ).



*Slika 66. Dimenzije modela pritisnutih štapova i zatega za presek 1-1.*



Rastojanje od vrha „kajcovanog“ šipa do ose zatege, kao štapa:  $23,6-16,5=7,1-3,9=3,2'' = 8.1$  cm. Deo šipa koji nakon „krajcovanja“ ulazi u temeljni jastuk - kapu:  $3,9''=9,91\text{cm}=10\text{cm}$

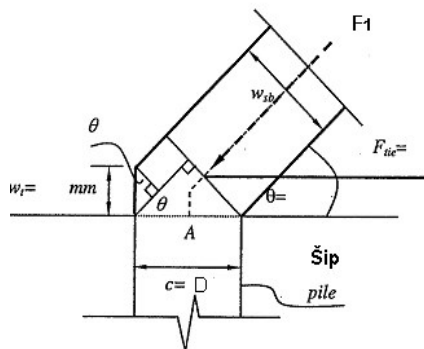
Ukupna debljina naglavnice šipova: 60 cm. Rastojanje od gornje ivice betona do težišta zatege:  $16,5''=41,91\text{cm}$ . Primeri proračuna su, pored ovde prikazanih izrada [25], detaljno obrađeni, prema ACI, Kanadskim i drugim Normama, naročito u [5], [33] i [37] i dr. pa se čitalac upućuje na ove radove.

**Pet šipova** (slike 67, 68 i 69). Za ovu analizu korišćena je metodologija obrađena u knjizi [15]. To je korišćeno i u radu [14], tj. analizi koja je urađena ranije, a ovde se prilazu rezultati u tabelarnom obliku, tabele 7a i 7b.

**Primer:** Naglavnica sa 5 šipova [14]

Prečnik šipa	$D= 800$ mm
Odstojanje između šipova	$s= 2000$ mm
Dimenzije stuba u osnovi	$a=b=1150$ mm
Faktorisanana sila u stubu	$N=12100$ kN. *
Number of piles:	$n=5$ .
Concrete class :	C25/30
Type of reinforcement:	S400, 400 MPa.

\*Sile pomnožene sa faktorom sigurnosti



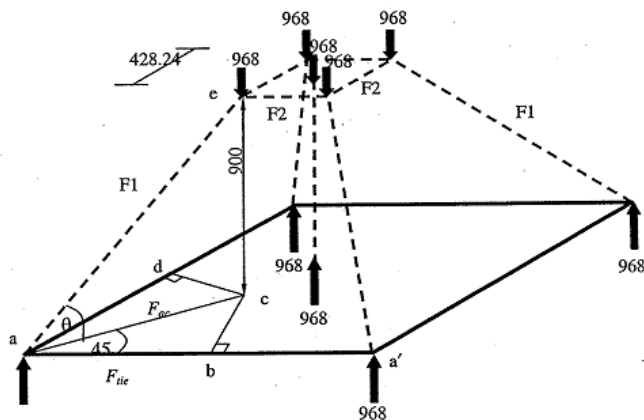
**Tabela 7a).** Ulazni podaci:

**Slika 67.** Donji čvor naglavice sa 5 šipova

**Tabela 7b).** Sračunate i usvojene vrednosti, štapovi i gornji čvor tipa CCC (PPP)

Napon u stubu:	9,15 [MPa]
Sila u šipu (faktorisana)	2420 kN.
Debljina naglavnice	1850 mm
Ugao nagiba kosnika	$\theta = 30,67^{\circ} = 0,54$ [rad]
Sila u kosniku	$F_l = 4744$ , [kN].
Sila u zatezi	$F_{tie} = 2885$ , [kN]
Armatura	$A_s = 8294,42$ [mm <sup>2</sup> ]
Usvojeno	3x10RØ19 u 80cm
Tip gornjeg čvora	C-C-C
Napon u čvoru	$f_c = 7,08$ [MPa]
Dopušteni napon u čvoru	$f_{cn} = 12,56$ [MPa]

Naredni primer sa malim izmenama je obrađen u [[15]] prema Egipatskim normama za projektovanje betonskih konstrukcija. Primer je specifičan jer je jedan od šipova lociran ispod stuba, a ostala četiri na uglovima pa struktura pritisnutih štapova ST modela liči na onaj koji je primenjen u primeru naglavnice sa 4 šipa. Ovaj model je prikazan na slici 68 sa naznakom pritisnutih štapova prema ranije naglašenom.



**Slika 68.** ST model za analizu naglavnice na pet šipova

Na slici 69a je prikazan stub koji prenosi opterećenje na naglavnicu u preseku, a osnova naglavnice sa položajem šipova, a na 69b prikazana podela poprečnog preseka stuba. Položaj svakog opterećenja na poprečnom preseku stuba mora se odrediti u skladu sa modelom štapova. Svaka lokacija je određena uz uslov zadovoljenja graničnih napona štapa.

Poprečni presek stuba podeljen u pet delova (sl. 69b), od kojih je svaki povezan sa po jednim štapom. Površina vertikalnog štapa, (oblika boce) koji je u vrhu, može se odrediti prema: površini A1 preseka kosog štapa sa gornjim čvorom (sa poprečnim presekom stuba). Proračunska čvrstoća pritisnutog betonskog štapa sa prslinama je  $\sigma_{Rd,max}$  i iznosi

$$\sigma_{Rd,max} = 0.60 \cdot v' \cdot f_{cd} \text{ (prema EC2)}$$

$$\text{Za C30/37; } \alpha_{cc} = 0,85; f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 0,85 \cdot 30 / 1,5 = 17,00 \text{ MPa}$$

$$v' = 1 - (f_{ck} / 250) = 1 - (30 / 250) = 0,88; \sigma_{Rd,max} = 0.60 \cdot 0.88 \cdot 17,00 = 8,98 \text{ MPa}$$

$$Q_u = N_g \cdot 1.35 + N_p \cdot 1.5$$

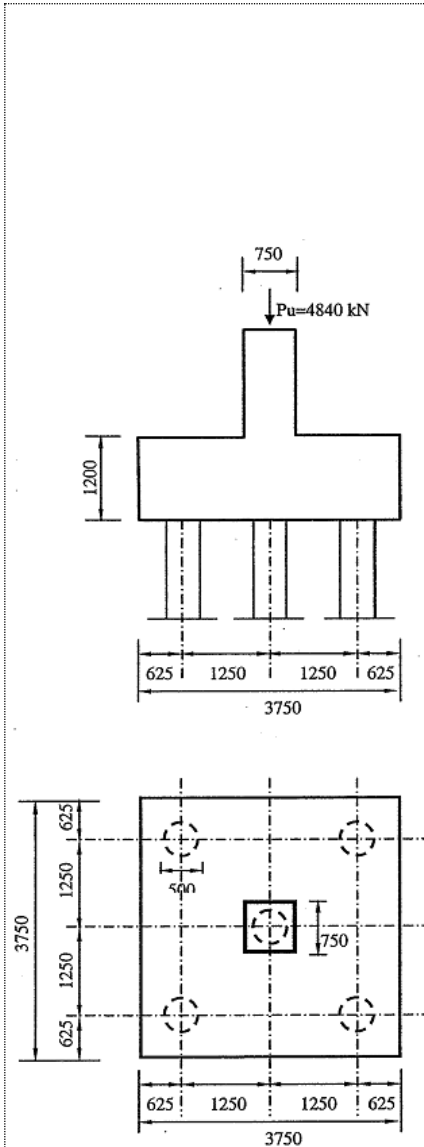
$$Q_u = 2200 \cdot 1.35 + 1245 \cdot 1.5 = 4837.50 \quad [\text{kN}]$$

$$A_c = F_c / f_{cd} = 968 \cdot 1000 \text{ MPa} / (0.60 \cdot 0,88 \cdot 17,00) = 107795,10 \text{ mm}^2$$

$$a = A_c^{1/2} = 328,3 \text{ mm} = 328 \text{ mm (na slici 69b je } a = 332 \text{ prema [[15]])}$$

$$F_c = f_{cd} \cdot A_c \text{ - nosivost na pritisak nearmiranog betona}$$

$f_{cd}$  = efektivna čvrstoća na pritisak betona u štapu ili u zoni čvora prema tabeli za štapove oblika boce, gde su **štapovi paralelni prslinama**, sa štapovima snabdevenim poprečnim šipkama upravno na osu štapa, dakle štapove otporne na transverzalne sile zatezanja. Saglasno tome, površina A2 preseka (kosih) nagnutih štapova sa gornjim čvorom (sa poprečnim presekom stuba) se nalazi preko:  $A_2 = (750^2 - 328^2) / 4 = 113729 \text{ mm}^2$ ;  $b/2 = 750/2 = 375 \text{ mm}$ ;  $a_1 = 328 \cdot 0,707 = 231,8 = 232 \text{ mm}$ ;  $375 - 232 = 143 \text{ mm}$



**Slika 69a.** Naglavnica na 5 šipova

Broj šipova se određuje na osnovu nefaktorisanog opterećenja (bez koef. sig.). Pretpostavlja se nosivost jednog šipa prečnika  $D=500\text{mm}$ , da je  $750\text{ kN}$ . Pa je potreban broj šipova:

$$n = 3445\text{kN} / 750\text{kN} = 4,8 = 5 \text{ kom}$$

(slika 66a).

Sa koeficijentima sigurnosti (faktorisano opterećenje) ukupna vertikalna sila u dnu stuba iznosi  $4840\text{ N}$  ( $\sim 5000\text{ kN}$ ).

Izbor geometrije naglavnice šipova.

Rastojanje šipova na stranici

$$s = 1250 + 1250 = 2500\text{ mm};$$

$$2500 / 500 = 5\text{ D}$$

Rastojanje centralnog šipa od krajnjeg:

$$1250 * 1,4142 = 1767,8\text{ mm} / 500 = 3,54\text{D}$$

Rastojanje krajnjeg šipa do kraja naglavnice:

$$625\text{mm} / 500 = 1,25\text{ D}$$

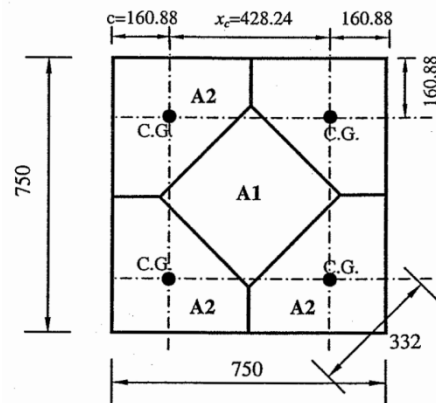
Debljina naglavnice:

$$1200\text{ mm} / 1768 = 0,679$$

$$1200\text{ mm} / 2500 = 0,480$$

Širina naglavnice:

$$3750\text{ mm} / 500 = 7,5\text{ D}$$



**Slika 69b.** Poprečni presek stuba podeljen u pet delova

Petougao  $A_2$  se sastoji od: Kvadrata: 143x143; pravougaonika 232x143; pravougaonika 143x232 i trougla 232 i osnovica i visina. Pretpostavlja se da je osa nagnutog štapa spojena sa težištem površine  $A_2$ , i težištem štapa. Posle sračunavanja težišta površina  $A_i$  ( $c = 157 \text{ mm} \sim 160 \text{ mm}$ ,  $x_c = 700 - 2 \times 160 = 428.24 \text{ mm}$ ), sračunavaju se sile (3. Korak). Zaštitni sloj betona je 7cm, rastojanje ose donje zatege do dna betona je 15 cm. Debljina gornjeg horizontalnog štapa je 30cm. Ugao nagiba štapa  $\theta = \text{atan}(ec/ac) = \text{atan}(900/1465) = 31.56^\circ$

$$ab = ad = 1250 - 428.24/2 = 1035.88 \text{ mm}; ac = (1035.88^2 + 1035.88^2)^{0.5} = 1465 \text{ mm}$$

### Korak 3: proračun sila

Sile u konsicima  $F_1 = 968 / \sin 31.56 = 1849 \text{ kN}$ ; Sila u zategi  $F_{ac} = F_1 \cos \theta = 1849 \cdot \cos 31.56 = 1575.6 \text{ kN}$ ;  $F_{tie} = F_{ac} \cos 45 = 1575.6 \cos 45 = 1114 \text{ kN}$ . Slično tome  $F_2 = 1114 \text{ kN}$  pritisak

### Korak 4: Izbor armature

Za zategu iz izraza:  $F_{tie} = A_s f_y / \gamma_s = A_s \cdot 360 / 1.15$ ;  $A_s = 1114 \cdot 1000 / (360 / 1.15) = 3559 \text{ mm}^2$ . Odabrano 8  $\emptyset 25 \text{ mm}$  u 2 sloja  $\rightarrow A_s = 3927 \text{ mm}^2$ ;

Oblasti van zatege:  $A_{s,min} = (0.6 / 360) \times 1000 \times 1100 = 1833 \text{ mm}^2 / \text{m}' \rightarrow$  odabrano  $\emptyset 18 / \text{m}'$

Korak 5: Određivanje dimenzije štapa u donjem čvoru, na osnovu debljine zatege i širine naleganja donjeg oslonca. Donji oslonac je šip, i širina je jednak prečniku šipa  $w_t = 2c + \emptyset$

Visina čvora zatege  $w_t = u = 200 \text{ mm}$

$$w_{sb} = D \sin \theta + w_t \cos \theta; w_{sb} = 500 \sin 30.98 + 200 \cos 30.98 = 428 \text{ mm}.$$

Sila u kosom štapu

$$f_{cd} = (0.67 f_{cu} / \gamma_c) = (0.85 \cdot 30 / 1.5) = 17,00 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 0.34 f_{ck} (1 - f_{ck} / 250) = 8.98 \text{ MPa}$$

$$A_c = w_{sb} \cdot b = 500 \cdot 428 = 214419 \text{ [mm}^2\text{]}; b = D - \text{širina šipa}$$

Maksimalno dozvoljena  $F_c = f_{cd} \cdot A_c = 8.98 \text{ MPa} \cdot 500 \text{ mm} \cdot 428 \text{ mm} = 1921,72 \text{ [kN]}$ ;

$$F_c < F_1 = 968 / \sin 31.56 = 1849 \text{ kN} < 1921,72 \text{ [kN]};$$

*Gornji čvor:*

Površina štapa u gornjem čvoru

Za štap  $\sigma_{Rd,max} = 0.34 f_{ck} (1 - f_{ck} / 250) = 8.98 \text{ MPa}$

Za čvor  $\sigma_{Rd,max} = 14,96$ , merodavan je napon štapa

$$A_{CsT} = 1849 * 1000 / 8,98 = 244164,46$$

Pretpostavlja se da je štap na gornjem kraju približno kvadratnog preseka

$$h_2 = (A_{CsT})^{0.50} \text{ pa je } h_2 = 454 \text{ [mm]}$$

$$A_{CsT} = 205902 \text{ mm}^2: a = (205902)^{0.5} = 454 \text{ mm}$$

U gornjem čvoru se susiće nagnuti štap, horizontalni vrh štapa i gornje opterećenje. U tom čvoru, horizontalna površina A2, i nagnuta površina nagnutog štapa, iz delova (čine) čvor

$$h_3 = A_2 / h_2 = 113729 \text{ [mm}^2\text{]} / 454 \text{ [mm]} = 251 \text{ [mm]}$$

$$h_2 = h_3 \sin \theta + h_1 \cos \theta$$

$$454 = 251 \sin 30.98 + h_1 \cos 30.98; \text{ pa je}$$

$$h_1 = (454 - 251 * \sin(30.98)) / \cos(30.98) = 379,8$$

$$f_c = F_1 \cos \theta / (h_1 * h_2) = 1849 * 1000 * \cos(30,98) / (454 * 380) = 9,19 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 v f_{cd}, \text{ za } f_{ck} = 30 \rightarrow v = 1 - f_{ck} / 250 = 1 - 0,12 = 0,88; \sigma_{Rd,max} = 0,88$$

$$f_{cd} = 14,96 \text{ MPa}$$

za C-C-C čvor

$$f_c < ; \sigma_{Rd,max}; 9,19 < 14,96 \text{ MPa (uslov za površinu čvora)}$$

$$f_c < ; \sigma_{Rd,max}; 9,19 < 8.98 \text{ MPa (uslov za površinu štapa C30/37)}$$

$$f_c < ; \sigma_{Rd,max}; 9,19 < 10.23 \text{ MPa (uslov za površinu štapa C35/45)}$$

pa se smatra da je projekat adekvatan za klasu čvrstoće C35/45.

## 6. ZAVRŠNE NAPOMENE I ZAKLJUČCI

Štapni model (STM) je jednostavan metod koji efikasno opisuje složena naponska stanja, kao kod naglavnice šipova, na primer. Model se zasniva na analogiji sa rešetkaom. On daje donju granicu u teoriji granične ravnoteže što znači da je obezbeđena sigurnost pod uslovom da: su zadovoljeni uslovi ravnoteže; konstrukcija ima adekvatnu duktilnost za razvoj pretpostavljenih pritisnutih štapova i zatega; pritisnuti štapovi i zatege su dimenzionisane da izdrže pripadajuće sile.

Ova metoda je moćan inženjerski alat za projektovanje različitih temelja, među kojima se najčešće primenjuje za naglavnice grupe šipova i za centrična i ekscentrična opterećenja temelja samaca.

Važno je iskustvo na projektovanju konstrukcija i obradi detalja armature da bi se projektovala sigurna i ekonomičnu konstrukciju, a za D oblasti koristiti štapne modele (STM). Njihova primena je naročito važna u fazi konceptualnog-idejnog projekta. Pri tome, a i u glavnog projekta koristiti projektantsko iskustvo i kompjuterske programe.

Pri formiranju modela za projektovanje D oblasti i/ili naglavnica koristiti linearnu elastičnu analizu i metodu konačnih elemenata (MKE) za orijentaciju kosnika i zatega prema glavnim naponima. Prema silama u štapovima (određenim numerički ili grafički) odabrati dimenzije štapova i proveriti ih analizom usvojenog modela.

Deo rada posvećen je i metodologiji rada ST metodom pritisnutih štapova i zatega pa su uz to priložena tri dijagrama toka koji mogu olakšati projektovanje temelja. Najkraće se može reći da se radi u sledećim koracima:

1. Kreiranje štapnog modela prema toku naprežanja.
2. Proračun potrebne armature u štapovima.
3. Proračun čvora i provera pritiska u čvoru.
4. Raspored armature.

U odeljku 8.5.1 Nacrta budućeg Evrokoda 2 [41] kome su prethodio višegodišnji rad stručnih Tehničkih komiteta i tri publikovana prednacrta je naglašeno: Štapni modeli ili polje napona mogu se koristiti za projektovanje i verifikaciju oblasti diskontinuiteta (poremećaj tj. nelinearnost blizu koncentrisanih sila ili geometrijskih diskontinuiteta) mogu se koristiti odredbe tog budućeg dokumenta, ako ne postoje alternativne analize, MKE, npr. Može se koristiti i za verifikaciju kapaciteta deformisanja uz uslov da je armiran sa najmanje min armaturom čija duktilnost je klase B ili C. Cilj je primena ove metode za isprskale betonske elemente uz uslov ravnoteže sa spoljnim silama i da se zatezanje prima armaturom, a čvorovi raspodeljuju sile na PŠ ili između polja pritiska. Ovo odgovara donjoj granici stvarne nosivosti elemenata. Polje pritiska se može pretpostaviti uniformne raspodele, a napon se redukuje zavisno od ugla nagiba zatege i kreće se od 0,40 do 0,7, a za PŠ sa poprečnim naponima pritiska 1,0. Uvedena je odredba da za čvorove gde se susiču tri PŠ nije potrebna potvrda naponskih stanja ako su u svim štapovima manja od graničnih. U Aneksu G koriste se ove odredbe za linijske elemente sa smičućom armaturom i bez diskontinuiteta (B) proračun za savijanje, smicanje i torziju za ravno stanje napona, ali se može modifikovati i za triaksijalnog stanje

napona. Ubuđue je potrebno da se projektanti naviknu na promene tehničkih propisa i da ih blagovremeno prihvate.

## ZAHVALNOST

Ovaj rad je podržalo Ministarstvo za obrazovanje, nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije (Ugovor br. No. 451-03-68/2022-14/200213 od 4.2.2022). Zahvalan Boris Folić.

## 7. LITERATURA

- [1] Abdul-Razzaq, K. S., Farhood, M. A. (2017): Design and behavior of reinforced concrete pile caps: A literature review. *Int. J. Engg. Res. & Sci. & Tech.* Vol. 6, No. 4, November 2017
- [2] *ACI – 19: Building code requirements for structural concrete*, and *Comentary ACI-318R – 19*, FH ACI, 2019. Appendix A (ACI 318-19).
- [3] ACI SP-208: Klein, G.J. Example 9, in *Examples for design of structural concrete with Strut-and-tie models*, Ed. K.H. Reineck, 2002. pp. 213-223.
- [4] Adebar, P., Zhou, L. Z.: Design of deep pile caps by strut-and –tie models, *ACI Structural journal*, July-August, Vol. 93, No.4, 1996, pp.437-448.
- [5] Ahmad, S., Shah, A., Zaman, S.: Evaluation of the shear strength of four pile cap using strut and tie model (STM), *Journal of the Chinese Institute of Engineering*, Vol. 32, No.2,2009, pp. 243-249
- [6] Bloodworth, A.G., Cao, J., Xu, M. Numerical modeling of shear behaviour of reinforced concrete pile caps, ASCE, *Journal of Structural Engineering*, June 2012. pp. 708-717.
- [7] Chantelot, G., and Matheren, A.: *Strut-and-tie modelling of reinforced concrete pile caps*, Master's Thesis Chalmers University of Technology, Göteborg, 2010
- [8] EHE – ENG 58.4 Code and Structures, EHE – 08 Articles and Annexes; *Struct. Elements Ch. XII, Art. 58. Foundation elements*, 2008.
- [9] El-Metwally, S. E-D. E., Chen, W-F. *Structural concrete- Strut-and Tie Models for unified design*, CRC Press, Teylor anf Frances Group, London, 2018



- [10] EN 1992 (EC2). *Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Brussels, ECS,2004. Dostupan je i prevod na srpski jetik SRPS EN 1992-1-1.
- [11] FHWA-NHI-17-071, NHI Course, Strut-and-tie modeling (STM) for concrete structures, No. 130126, October 2017.
- [12] *Fib* (CEB-FIP): *Design examples for strut-tie models*, Bul. No. 61, Task Group 1.1, Design Applications, September 2011.
- [13] *Fib:fib model code 2010*, Lausanne, 2013.
- [14] Folić, R., Folić, B., Miličić, I.: Strut-and-tie model for analysis of pile cap, 6th Intern. Conf. “Contemp. schivements in CE, Faculty of CE Subotica, 20. April 2018, pp. 33-42
- [15] Ghoneim M. A., El-Mihilmy M.T.: *Design of reinforced concrete structures, Vol 3*. Cairo University, 2008.
- [16] Golam Rabbany, A.B.M., Islam, S., Uz-Zaman, M. H. Pile Cap Performances in Different Consequences, *Architecture Research*, 2018, 8 (2), pp. 51-51.
- [17] Kumar, P., Shetty, K.K., Renganayagi, B. Influence of strut and tie model approach for pile cap,m *Int. J. of Civil Engineering and Technology (IJCEET)*, Vol. 9, Issue 6, June 2018. pp. 1304-1309.
- [18] Lanes, R. M., Greco, M. Guerra, M.B.B.F. Strut-and tie models for linear and nonlinear behaviour of concret based on topological evolutionary structure optimizacoin, *Ibracon Structures and Materials J..Revista*, Vol. 12, No.1, February, 2019. pp. 87-100.
- [19] Leu, L-J., Huang, C-W., Chen, C-S., Liao, Y-P. Strut - and -Tie Design Methodology for Three-Dimez. Reinforced Concrete Structures, ASCE, *Structural Engineering*, June 2006, pp. 929-938.
- [20] Martin, B. T., Sanders, D. H. Verification and Implementation of Strut-Tie Model in LRFD Bridge Design Specifications, AASHTO-Highway Subcommittee on Bridge and Structures, November, 2007.
- [21] Mertz, D.R.: The strut-and tie- model, AASHTO LRFD, ASPIRE, Winter 2011.
- [22] Milton de Araújo, J.: Design of rigid pile caps through an iterative Strut-and-Tie Model, *J. of Advanced Concrete Technology*, Vol.14, 2016, pp. 397-407.
- [23] Mozaffari, S., Akbarzadeh, M., Vogel, T. Grafic statics in a continuum: Strut-and-tie model, *Computers and Structures*, 240, 2021, 106335. p. 18.
- [24] Najdanović, D. Modeli proračuna armiranobetonskih nosača u oblastima smicanja I diskontinuiteta, Građevinski fakultet, Beograd, 2001.

- [25] Nori, V.V., Tharval, M.S.: Designe of pile caps – Strut and tie method (Point of view), *The Indian Concrete Journal*, April, 2007, pp. 13 – 19
- [26] Nzambi, A., Gomes, L. Amanajas, G., Silva, F., Oliveira, D. Pile caps with inclined shesr reinforcement and steel fibers, [www.nature.com/scientificreports](http://www.nature.com/scientificreports), 12, 2022, 10047
- [27] Owaisiriwong, A. Strut-and Tie- Modeling in Reinnforced concret structures-Basics and Applications, Thailand, 2013.
- [28] Park, J.W. , Kuchma, D., Souza, R.: Strength prediction of pile caps by a strut-and-tie model approach, *Can. J. Civil Eng.* Vol. **35**, 2008, pp. 1399-1413.
- [29] Reynolds, C.E., Stendman, J.C.: Reinforced Concrete Designers Handbook, 3th Ed. E&FN Spon, Taylor&Francis, London, 1999.
- [30] Schliach, J., Shafer,K.: Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models, *The structural engineer*, Vol. 69, No. 6, May-June,1991, pp. 113-125
- [31] Shobeiri, V. Determination of Strut-and-Tie Models for Structural Concrete under Dynamic Loads, *Canadian J of Civil Engineering*, 3. March, 2019. p. 37 (a) i Shah, A. Haq, E., Khan, S.: Analyses and Design of distarbed Region in Concrete Structures, *Procidia Engineering*, December, 2011. (b)
- [32] Sklena, J.: *Proračun temelja*, AGM knjiga, Beograd, 2008.
- [33] Souza, R.,, Kuchma, D. Park, J., Bittencourt, T.: Adaptable strut-and-tie model for design and verification of fur-pile caps,*ACI Structural journal*, 2009, Vol 106, No. 2: 142 – 150.
- [34] Tjhin, T. N., Kuchma, D.A. Nonlinear analysis of diskontinuity regions by the Strut-and Tie Method, *fib- Symposium Concrete Structures: the Chalienges af Creativity*, 2004.
- [35] Wight, J.K.,Mc Gregor G.J.: Reinforced concrete –Mechanics and Design, 2009(a); Darwin, D., Dolan, C:W. Nilson, A.H. Design of Concrete Structures, MGHill, 2016 (b)
- [36] Williams C., Deschenes D., and Bayrak O. (2012): Strut-and-Tie Model Design Examples for Bridges: Final Report. FHWA/TX-12/5-5253-01-1. Texas Department of Transport. and the Federal Highway Admin. Technical Report 9/1/2009 – 8/31/2011. June 2012.
- [37] Yun, Y. M., Chae, H-S., Ramirez, J.A. A three-Dimensional Strut-and Tie Model for Four-Pile Reinforced Concret Cap, *J. of Advanced Concrete Technology*, Vol. 17, July 2019. pp. 365-380.
- [38] <http://linkedin.com/in/tyans> Simplified pile caps design with strut-and tie mrthods, Ryan R. Setaidi

- [39] Yi, Y. et. al. 3D Struct and Tie Modeling for Design of Drilled Shaft Footings, Technical Report 0-6953-1, Technical University of Texas at Austin, March 2022.  
<https://library.ctr.utexas.edu/ctr-publications/0-6953-1.pdf>
- [40] CEN: EprEN 1992-1-1:2022 (E); Eurocode 2: Designo f concrete structures – Part 1-1: Genaral rules and rules for buildings, bridges and civil engineering sructures. CEN/TC 250, 2022-10; pre toga Draft 2013; 2018; i 2021.