Zbornik radova XLVI Konf za ETRAN, Banja Vrućica – Teslić, 4-7 juna 2002, tom III
Proc. XLVI ETRAN Conference, Banja Vrućica – Teslić, June 4-7, 2002, Vol. III

RASEJANJE SVETLOSTI I TEHNIKE U BIOLOŠKIM I BIOMEDICINSKIM PROBLEMIMA

Stanko Ostojić[1], Željka Tomić[2], Nenad Bundaleski[3], Jelena Ilić[4], Milena Davidović[5], Aleksandar Bugarinović[6], Vladimir Mlinar[7]

1.Tehnološko–metalurški fakultet, Karnegijeva 4, Beograd, 2. IRITEL, Beograd, 3. Institut za nuklearne nauke, Vinča, 4. Mašinski fakultet, Beograd, 5. Građevinski fakultet, Beograd, 6. Telekom Srpske, Bijeljina, 7. Elektrotehnički fakultet, Beograd

Sadržaj – *Biološke i biomedicinske sredine sadrže veliki broj čestica različitog oblika i veličine koje predstavljaju potencijalne centre rasejanja laserske svetlosti u analizi dinamike i strukture biološke materije. U zavisnosti od oblika, veličina i medjusobne interakcije rasejavača, sredina se modeluje na različite načine.*

Proučavanjem problema rasejanja svetlosti u biološkim sredinama pojavljuje se potreba za razmatranjem dva krajnja slučaja u kojima se analiziraju centri rasejanja kao nezavisni, i slučajevi kod kojih postoji interakcija. U tom slučaju korelacione funkcije se eksplctitno ne mogu izbeći. Među–slučajevi (između pomenuta dva krajnja) se razmatraju u raznim stepenima interakcija među centrima; problem modelovanja postaje znatno složeniji. U radu je predstavljen jedan način modelovanja ansambla rasejavača biološke sredine čiji se oblik može smatrati cilindričnim. Ovakav model je primenljiv na veliki broj bioloških sistema u kojima su rasejavači svetlosti razni mikroorganizmi, (bakterije, virusi, gljivice i dr), ili pak, neki drugi elementi živih tkiva.

1. UVOD

Posebno mesto u proučavanju unutrašnjih mehanizama elementarnih procesa u biologiji i biomedicini pripada metodama rasejanja (svetlosti, X-zraka, neutrona…). Pri tome je od velikog interesa da perturbacija odnosno destrukcija sredine bude što je moguće manja pogotovu kad se radi o biološkim i biomedicinskim sistemima gde svaki spoljašnji uticaj na eventualne žive organizme može imati negativne posledice. Zbog toga se za ispitivanje ovakvih sredina često koristi rasejanje svetlosti zahvaljujući svom malom uticaju na merni sistem. Medju tehnikama rasejanja svetlosti u biomedicinske svrhe, danas se koriste tehnike optičkog mešanja, posebno za fluktuacije sredine čija je dinamika procesa sporija od 10^{-6} s (heterodin i homodin metoda). Intenzitet rasejane svetlosti na nekom biološkom centru rasejanja je nekoliko redova veličine slabiji od intenziteta upadne svetlosti, pa se zbog toga ne može izvršiti zadovoljavajuća analiza rasejanja u biološkoj sredini, ako je upadna svetlost nedovoljnog intenziteta. Takav je slučaj bio sa rasejanom integralnom svetlošću, kod koje nije mogao adekvatno biti analiziran frekvencijski pomeraj kao ni promene polarizacije. Medjutim laser je izvor svetlosti visokog intenziteta, uz to jos monohromatske i konerentne, tako da je intenzitet rasejane svetlosti sasvim dovoljan za ispitivanje, uz moguće detektovanje promena polarizacije i frekvencijskih pomeraja. Sa druge strane dobra osobina laserske svetlosti je da i pored visokog intenziteta ne vrši značajniju perturbaciju biološke sredine i ne dovodi do većih poremećaja funkcionisanja bio-sistema koji se ispituje, za razliku od metoda rasejanja neutrona ili X zraka (Tabela 1. prikazuje neke uporedne vrednosti različitih izvora, koji se koriste u metodama rasejanja u biologiji i biomedicini.

U biologiji, ovakve optičke metode omogućavaju praćenje procesa in vivo. Klasične optičke primene u biologiji su zahvatale spektroskopske i fotometrijske metode, a uz primenu atributa vezanih za koherentno zračenje pojavljuje se niz novih metoda, kako linearnih, tako i nelinearnih. Kao posledica nove klasične podele postoji fitometrija i bioaktinometrija. Posebno mesto pripada spektroskopiji vezanoj za fenomene rasejanja. Problem rasejanja laserske svetlosti uključuje analizu specifičnog efikasnog preseka koji zavisi od oblika i veličine centra rasejanja. Posebna pažnja se posvećuje razmatranju medjusobnih interakcija centara rasejanja kroz analizu odgovarajućih korelacionih funkcija. U teoriji postoji mnogo zadataka, koji uključuju matematičke probleme, izbor odgovarajuće aparature, kao i fizičke interpretacije i modelovanje pretpostavljenih efekata [1-12]. U radu se modeluje sredina, koja se može predstaviti preko nezavisnih centara, gde se kao problem pojavljuje rasejanje na jednoj čestici (biocentar), a dalje sumira. Korektan dokaz primenljivosti pojedine formule ili prenošenja znanja iz jedne u drugu oblast zahteva mnogo zametnih matematičkih dokaza .

Analiziraju se specifični preseci, koji zavise od oblika i veličine centara rasejanja, sumacija i korelacija između centara rasejanja (izotropnost, anizotropnost, sfera anizotropne unutrašnjosti, slojevitost, ljuska...). U teoriji postoji mnogo zadataka za rešavanje i analizu, uključujući matematičke probleme, izbor odgovarajuće aparature kao i fizička interpretacija i modelovanje pretpostavljenih efekata.

Među njima su od posebnog interesa praktični problemi raspodele rasejavača i manipulacije sa njima. Definicije generalizovanih funkcija mogu biti od interesa za druge tipove rasejavača (ne samo sferni slučaj). Naša istraživanja su vezana za zavisnost generalisane funkcije od veličine rasejavača. U ovom radu su analizirani i izračunavani problemi sumiranja i rasejanja o cilindrične objekte različitih veličina, koji su model onih rasejavača biološke sredine kod koje se dimenzije poprečnog preseka centara rasejanja mogu zanemariti u odnosu na njihovu dužinu. Da bi se rešio taj problem korišćene su analitičke i numeričke metode.

2. ANALIZA

Analiziran je intenzitet rasejanog elektromagnetnog zračenja o simetrični cilindrični objekat. To je urađeno na primeru linearne polarizacije laserskog zračenja sa normalnom polarizacijom u odnosu na osu homogenog cilindra. Polazeći od standardnog izraza za rasejanje svetlosti, razvijena je nova relacija sa uvedenim specijalnim funkcijama. U ovom radu kao glavni problem istaknuto je pitanje konvergencije, u klasičnom i generalisanom smislu, izraza za intenzitet (trigonometrijski red sa Besselovim funkcijama kao koeficijentima) rasejanog elektromagnetnog zračenja. Diskusija o konvergentnim i divergentnim redovima u smislu Cauchy-eve definicije [1,2], o generalisanoj konvergenciji (zbirljivosti), tj. o efikasnim postupcima za nalaženje sume divergentnih redova je vrlo osetljivo polje zbog postojanja odstupanja između matematičkog i fizičkog pristupa [4].

Tabela 1.

Komparacija izvora svetlosti, X–zračenja i Neutrona			
Osobine	Vidljiva svetlost	X–zračenje	Neutroni
1. Izvor	Monomodni gasni laseri kao što je He–Ne, Argon jon	Cu ili Mo meta, 50kV, 20mA snopa elektrona na 0.1cm^2 površine	Termalni reaktori
3. $\lambda(nm)$	632,8 (He-Ne) 514,5, 488,0 (Argon)	0,071 (MoKα) 0,154 (CuKα)	0,05-0,5

Za dokazivanje sumabilnosti divergentnih redova, koristi se Toeplitzov i Cesaroov kriterijum [1].

a) Definicija opšte konvergencije po Cesarou data je na sledeći način:

Neka je $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$. Definiše se niz $\left(S_n^{(r)}\right)$, gde je $S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^{n} s_k$, $S_n^{(2)} = \sum_{k=1}^{n} S_k^{(1)}$,..., $S_n^{(r)} = \sum_{k=1}^{n} S_k^{(r-1)}$, i $c_n^{(r)} = \dfrac{S_n^{(r)}}{\binom{n+r}{r}}$. Ako za neko fiksirano r postoji $\lim c_n^{(r)} = s$, tada kažemo da je red $s = \sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ *(C,r) – zbirljiv*, i da je njegova suma s.

b) Definicija opšte konvergencije po Toeplitzu data je na sledeći način:

Neka je $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, i

$$A = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \cdots \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \cdots \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{Vmatrix}$$

Ako svi redovi $b_n = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{nk} s_k$ konvergiraju i ako je $\lim b_n = s$, tada kažemo da je red $s = \sum_{k=1}^{+\infty} a_k$ *A-zbirljiv*, i da je njegova *A- suma s*.

Na izraz za intenzitet rasejanog EM zračenja o homogeni cilindar za slučaj pravca upadnog zračenja normalnog na osu cilindra [3], primenjene su prethodno navedene definicije zbirljivosti. Izraz za intenzitet rasejanog EM zračenja na cilindričnom objektu, koji je korišćen za dalja izračunavanja, dat je sa:

$$I = \frac{\lambda}{\pi^2 r} \left| b_0 + 2\sum_{m=1}^{\infty} b_m \cos m\psi \right|^2, \qquad (1)$$

gde je

$$b_m = \frac{\det M_1}{\det M_2}$$

λ je talasna dužina upadnog laserskog snopa, r je rastojanje između centra rasejanja i detektora i ψ je ugao rasejanja. Za slučaj homogenog dielektričnog cilindra i ravni polarizacije normalne na osu cilindra, matrice M_1 i M_2 su date sa:

$$M_1 = \begin{pmatrix} n_0 J_m(\rho_0) & n_1 J_m(\rho_1) \\ H'_m(\rho_0) & J'_m(\rho_1) \end{pmatrix}$$
$$M_2 = \begin{pmatrix} n_0 H_m(\rho_0) & n_1 J_m(\rho_1) \\ H'_m(\rho_0) & J'_m(\rho_1) \end{pmatrix} \qquad (2)$$

gde je $J_m(z)$ Besselova funkcija prve vrste, dok je izraz $H_m(z)= J_m(z)–iN_m(z)$, Hankel-ova funkcija druge vrste, a $N_m(z)$ je Besselova funkcija druge vrste. Argumenti funkcije su $\rho_i=n_i ka$, gde je n_i indeks prelamanja materijala (n_1), ili okoline (n_0), $k=2\pi/\lambda$ je talasni broj i a je radijus cilindra. Odnosi između Besselovih funkcija prve i druge vrste dati su sa [3] :

$$B_m(z) = \frac{J_m(z)}{N_m(z)} \qquad (3)$$

$$F_m(z) = \frac{J_{m+1}(z)}{J_m(z)} \qquad (4)$$

$$D_m(z) = \frac{N_{m+1}(z)}{N_m(z)} \qquad (5)$$

Posle odgovarajućih analitičkih transformacija, dobija se da je koeficijent b_m oblika

$$b_m = \frac{P}{Q} \qquad (6)$$

gde je

$$P = B_m(\rho_0)\left[m\left(\frac{n_0}{\rho_1} - \frac{n_1}{\rho_0}\right) + F_m(\rho_0) - F_m(\rho_1) \right] + \\ + i n_1 \left[\frac{m}{\rho_0} - D_m(\rho_0) \right]$$

$$Q = B_m(\rho_0)\left[m\left(\frac{n_0}{\rho_1} - \frac{n_1}{\rho_0}\right) + F_m(\rho_0) - F_m(\rho_1) \right] - \\ - i \left[m\left(\frac{n_0}{\rho_1} - \frac{n_1}{\rho_0}\right) + n_1 D_m(\rho_0) - n_0 F_m(\rho_1) \right]$$

$$\lim_{n\to\infty} b_m = \frac{-\frac{n_1}{n_0}}{\frac{n_0}{n_1} - \frac{n_1}{n_0}}$$

Na osnovu prikazanog modela, izračunate su parcijalne sume reda, koji predstavlja intenzitet rasejanog EM zračenja, za λ=*1,06* µm, radijus *a=90* µm i različite vrednosti ψ, n_0 i n_1. Rezultati su prikazani na slikama 1-5 (parcijalne sume su računate za $m \leq 5000$). Iz prethodnog zaključujemo da je kriva zavisnosti parcijalne sume od m je kvaziperiodična, a kvaziperiodičnost prelazi u idealnu periodičnost za dovoljno veliko m. Učestanost zavisnosti parcijalnih suma od njihovog reda raste sa uglom ψ, a veličina m, za koju kriva zavisnosti postaje idealno periodična, raste sa opadanjem veličine ugla ψ. Periodičnost ne postoji za $\psi = 0°$ (videti izraz 1).

Parcijalne sume reda (1) $I(m) = \sum_{k=1}^{m} b_k \cos k\psi$ su prikazane na slici 1.

Sada će se razmotriti problem zbirljivosti Cesarove i Toeplitzove procedure:

<u>Teorema 1</u>

(a) Dat je red $\sum_{m=1}^{\infty} \cos m\psi, \psi \neq 2k\pi$ i niz pozitivnih brojeva a_m, m=1, 2, 3, …, n,…, koji zadovoljavaju relaciju $a_{m-1} > a_m$, $\lim a_m = 0$, onda red

(b) $\sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos m\psi$ konvergira [7]

Deo niza (1) može biti izražen:

$$\sum_{m=1}^{\infty} b_m \cos m\psi =$$

$$= -\sum_{m=1}^{\infty} (b - \operatorname{Re} b_m) \cos m\psi + \sum_{m=1}^{\infty} b \cos m\psi + i \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{Im} b_m \cos m\psi$$

$$lim \operatorname{Re} b_m = b \text{ and } lim \operatorname{Im} b_m = 0$$

Red $\operatorname{Im} b_m$ i (b–$\operatorname{Re} b_m$) linearno opada, i na osnovu teoreme 1, može se zaključiti da prvi i treći red konvergira u Cauchyevom smislu. Suma reda $\sum_{m=1}^{\infty} b \cos m\psi = b \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\psi$ može biti izračunata Cesaroovom procedurom.

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{im\psi} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(e^{i\psi}\right)^m$$

$$s_k = e^{i\psi} + \left(e^{i\psi}\right)^2 + \left(e^{i\psi}\right)^3 + \ldots + \left(e^{i\psi}\right)^k =$$

$$= e^{i\psi}\left(1 + e^{i\psi} + \left(e^{i\psi}\right)^2 + \ldots + \left(e^{i\psi}\right)^{k-1}\right) = \frac{e^{i\psi}\left(1 - e^{ik\psi}\right)}{1 - e^{i\psi}}$$

Za $r = 1$, ima se:

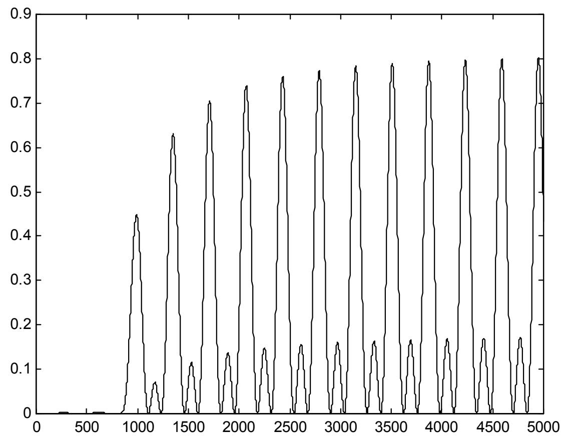
$$S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^{n} s_k = \frac{e^{i\psi}}{1 - e^{i\psi}} \sum_{k=1}^{n} \left(1 - e^{ik\psi}\right)$$

$$c_n^{(1)} = \frac{S_n^{(1)}}{\binom{n+1}{1}} = \frac{e^{i\psi}}{1 - e^{i\psi}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1 - e^{ik\psi}}{n+1} \tag{7}$$

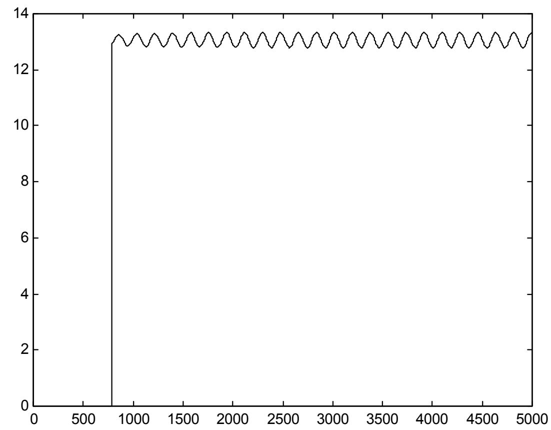
$$\lim c_n^{(1)} = \frac{e^{i\psi}}{1 - e^{i\psi}} \tag{8}$$

Na osnovu (8) može se zaključiti da je red

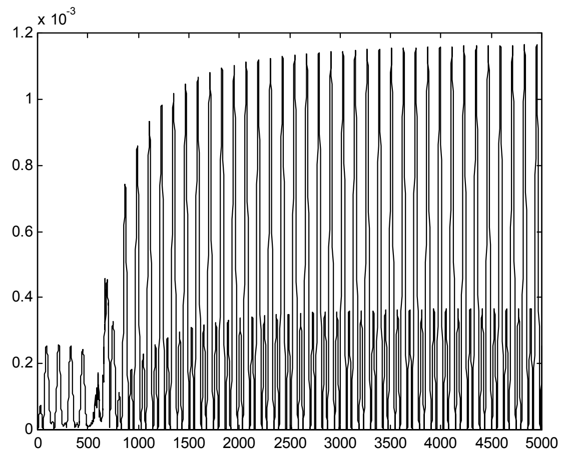
$$\sum_{m=1}^{\infty} b \cos m\psi \quad (C,\ 1) - \text{zbirljiv}$$



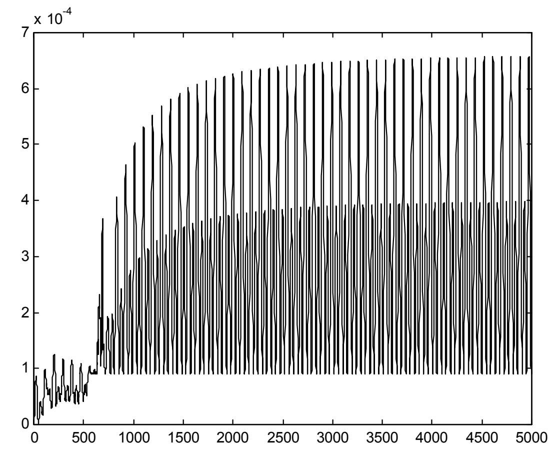
Slika 1. Zavisnost parcijalnih suma od parametra m (Ψ=1°, n_o=1,35; n_1=1,39)



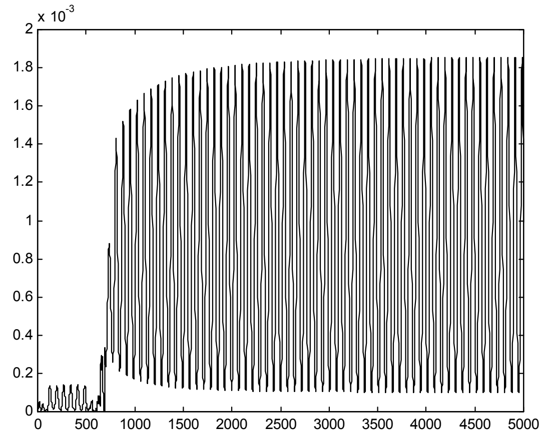
Slika 2. Zavisnost parcijalnih suma od parametra m (Ψ=2°, n_o=1; n_1=1,39)



Slika 3. Zavisnost parcijalnih suma od parametra m (Ψ=3°, n_o=1; n_1=1,37)



Slika 4. Zavisnost parcijalnih suma od parametra m (Ψ=4°, n_o=1;n_1=1,35)



Slika 5. Zavisnost parcijalnih suma od parametra m ($\Psi=5^o$, $n_o=1$; $n_1=1,39$),

4. ZAKLJUČAK

Rasejanje svetlosti našlo je široku primenu u biološkim i biomedicinskim sredinama, koje su sastavljene od velikog broja potencijalnih centara rasejanja, čiji se oblik može modelovati cilindričnim ili drugim pravilnim geometrijskim oblikom. Intenzitet rasejane laserske svetlosti o cilindrični objekat je oblika izraza, koji u sebi sadrži trigonometrijski red, koji nije konvergentan u klasičnom (Caushy-evom) smislu, ali je uopšteno konvergentan. Na osnovu Cesaroove definicije uopštene konvergencije, može se naći broj, koji se može pridružiti trigonometrijskom redu odnosno intenzitetu rasejane svetlosti. Pokazano je da se Cesaroov može svesti na Toeplitzov kriterijum. Pridruženi broj može se smatrati realnom vrednošću intenziteta rasejane svetlosti.

5. REFERENCE

1. Fihtengoljc, G. M., Kurs diferencial'nogo i integral'nogo ischisleniya, Nauka, Moskva, 1969.
2. Zemansky M., La sommation des series divergents, Memorial des sciences mathematiques, No. 128, Paris, 1954.
3. Lazarev I., Mirovitskaya M., Kontrol' geometricheskih i opticheskih parametrov volokon, Radio svyaz, 1988, Mir, Moskva.
4. Ostojić, S., Bundaleski, N., Srećković, M., Mirčevski, J., Slavković, N., New Algorithm for Evaluation of Diffraction on Cylindrical Geometries, Proceedings of Lasers 99, Quebec, pp. 227-234, McLean, Eds. W.J. Corcoran and T.A. Corcoran, 2000.
5. Bohren C. and Huffman D., Absorption and Scattering of Small Particles, Moskow, Mir 1986.
6. Nefedov E.I., Difraktsiya elektromagneticheskih voln', Nauka, Moskow, 1979.
7. a) T. Pejović, Matematička analiza III, Građevinska knjiga, Beograd, 1972.
8. b) J. M. Hyslop, Infinite series (2nd ed.). Edinburgh, 1945.
   c) K. Knopp, Theorie und Anwendung der unendlichen Reien, Berlin, 1931.
9. S. Ostojic, N Bundaleski, M Sreckovic, On the convergence of series in the calculation of the laser beam intensity scattered by cilinder, to be published
10. S. Ostojic, Ph.D ,Faculty of Electrical Engineering, Belgrade, 1998.
11. Electromagnetic Wave Theory, edited by J. Brown, Pergamon Press, Oxford, 1967.
12. G. N. Glazov, Statistickie voprosi lidarnogo zondirovanya atmosferi, Nauka, Novosibirsk, 1987.

Abstract – Biomedic and biologic media consist on a large number of particles with different dimensions and shapes representing potential laser light scattering centers in analyse of dynamics and structure of biologic substance. Dependence on shape, dimensions and mutual interactions of scatterers medium is modelled in various ways.
The studing some problems of light scattering light in biological media has to be considered as two boundary major cases: the analyses of independent centres of scattering, and the case where the centres are mutualy dependent objects. In such case correlation functions are explicite non avoidable. The cases between the major two, are considered on different levels of interaction between centres; modelling problem becomes more complex. Modelling of the scatterrers ansamble in biological media where the the cyilindrical geometry is in case is anaysed in this paper. This model could be applied to many biological systems where the scatterrers are different microorganisms (bacteria, viruses, micose etc.), or some other parts of the living tissue.

LIGHT SCATTERING AND TECHNIQUES APPLIED IN BIOLOGICAL AND BIOMEDICINE PROBLEMS

S. Ostojić, Ž. Tomić, N. Bundaleski, J. Ilić, M. Davidović, A. Bugarinović, V. Mlinar