

## ELEMENTS OF MATHEMATICAL PHENOMENOLOGY OF SELF-ORGANIZATION NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS- FRACTIONAL CALCULUS AND SYNERGETICS APPROACH

**Mihailo P. Lazarević**

Department of Mechanics, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade  
Belgrade, 11120, Serbia, e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs,

**Keywords:** Nonlinear systems, Phenomenology, Synergetics, Self-organization, Fractional calculus

### ABSTRACT

The modern dynamical systems of various physical natures, such as natural, social, economic, and technical ones, are complexes of various subsystems. Here, the fundamental basis of nonlinear theory of system's synthesis based on synergetics as well as fractional calculus approach in modern control theory together with its application will be presented. Also, mathematical phenomenology of self-organization of nonlinear dynamical systems have been considered. The difference of synergetic approach from the classical scientific methods is in identification of the fundamental role of self-organization in nonlinear dynamic systems, and it is necessary to keep the conceptual correspondence to the main qualities of self-organization: nonlinearity–open systems–coherence. Russian scientist A.A. Kolesnikov developed a novel synergetic approach based on the ideas of modern mathematics, cybernetics, and synergetics to the synthesis of control systems for nonlinear, multidimensional and multilinked dynamic systems of various natures. The synergetic approach to control theory (synergetic control theory) is a novel nonlinear control method where the nonlinearities of a system are considered in the control design and a systematic design procedures. On the other side, fractional calculus (FC) has a long history of three hundred years, over which a firm theoretical foundation has been established. All fractional operators consider the entire history of the process being considered, thus being able to model the non-local and distributed effects often encountered in natural and technical phenomena and they provide an excellent instrument for description of the memory, heredity, non-locality, self-similarity, and stochasticity of various materials and processes. Fractional dynamics can be encountered in various nonlinear dynamical systems such as visco-elastic materials, electrochemical processes, thermal systems, transmission and acoustics, chaos and fractals, biomechanical systems, and many others. The fractional dynamic systems with nonlinear control represent a relatively new class of applications of the FC which certified the FC as being a fundamental tool in describing the dynamics of complex systems as well as in advanced nonlinear control theory.

**Acknowledgments** The support of the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia through projects TR 35006, 41006 is gratefully acknowledged.

### REFERENCES

- [1] Petrović, M. (1911), *Elements of mathematical phenomenology*, Serbian Royal Academy, Belgrade, pp.789, (in Serbian).
- [2] Fuchs, A. (2013) *Nonlinear Dynamics in Complex Systems Theory and Applications for the Life-, Neuro- and Natural Sciences*, Springer.
- [3] Haken, H. (2004) *Synergetics-Introduction and Advanced Topics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [4] Kolesnikov, (2004), *Synergetics and Control Theory Problems*, Moscow: Physmathlit.
- [5] Oldham, K.B., Spanier, J., (1974), *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York.
- [6] Lazarević, M.P., (2015), „Elements of mathematical phenomenology of self-organization nonlinear dynamical systems: synergetics and fractional calculus approach“, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Volume 73, July 2015, pp. 31-42.

## ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧКЕ ФЕНОМЕНОЛОГИЈЕ САМООРГАНИЗОВАЊА НЕЛИНЕАРНИХ ДИНАМИЧКИХ СИСТЕМА- ПРИСТУП ПРИМЕНОМ РАЧУНА НЕЦЕЛОГ РЕДА И СИНЕРГИЈСКОГ ПРИСТУПА

Михаило П. Лазеревић

Катедра за Механику, Машински факултет, Универзитет у Београду  
Београд, 11120, Србија, e-mail: mlazarevic@mas.bg.ac.rs

**Кључне речи:** Нелинеарни системи, Феноменологија, Синергетика, Самоорганизација, Рачун нецелог реда

Модерни динамички системи су комплексни системи различитих физичких природа, као што су природни, друштвени, економски и технички и који се састоје од различитих подсистема. Основе нелинеарних теорија синтезе система заснованог на синергетици као и фракционом математичком приступу у савременој теорији управљања, заједно са његовом применом ће овде бити представљени. Такође, разматрана је и математичка феноменологија самоорганизовања нелинеарних динамичких система. Разлика синергетског приступа од класичних научних метода огледа се у идентификацији фундаменталне улоге самоорганизовања у нелинеарним динамичким системима, где је неопходно да се задржи концептуално однос према главним одликама самоорганизовања: нелинеарност - отворени систем – кохерентност. Руски научник А.А. Колесников је развио нови синергетски приступ заснован на идејама модерне математике, кибернетике и синергетике, синтезе система управљања за нелинеарне, мултидимензионалне и вишеструко повезане динамичке системе различите природе. Синергетски приступ теорији управљања је нова нелинеарна метода управљања где су нелинеарности система узете у обзир у синтези управљања као и процедуре систематског пројектовања. С друге стране, рачун нецелог реда (РНР) има дугогодишњу историју где је успостављена теоријска основа истог. Све фракциони оператери узимају у обзир целокупну историју процеса који се разматра, чиме је омогућено сада да се моделују нелокални ефекти и ефекти дистрибуције који се често срећу у природним и техничким појавама и они омогућавају на тај начин одличан инструмент за опис меморије, наслеђивања, нелокалности, самосличности, и стохастичности различитих материјала и процеса. Фракциона динамика се може срести у различитим нелинеарним динамичким системима као што су вискоеластични материјали, електрохемијски процеси, термички процеси, акустика, хаос и фрактали, биомеханички системи и многи други. Фракциони динамички системи са нелинеарним управљањем представљају релативно нову класу примена РНР, где је потврђено да РНР представља основно средство у опису динамике сложених система као и формирању напредне нелинеарне теорије управљања.

**Захвалница** Аутор захваљује на исказаној подршци Министарству за образовање, науку и технолошки развој Републике Србије кроз пројекте ТР 35006, 41006.

### РЕФЕРЕНЦЕ

- [1] Petrović, M. (1911), *Elements of mathematical phenomenology*, Serbian Royal Academy, Belgrade, pp.789, (in Serbian).
- [2] Fuchs, A. (2013) *Nonlinear Dynamics in Complex Systems Theory and Applications for the Life-, Neuro- and Natural Sciences*, Springer.
- [3] Haken, H. (2004) *Synergetics-Introduction and Advanced Topics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [4] Kolesnikov, (2004), *Synergetics and Control Theory Problems*, Moscow: Physmathlit.
- [5] Oldham, K.B., Spanier, J., (1974), *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York.
- [6] Lazarević, M.P., (2015), „Elements of mathematical phenomenology of self-organization nonlinear dynamical systems: synergetics and fractional calculus approach“, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Volume 73, July 2015, pp. 31-42.