

## FRACTIONAL CALCULUS APPROACH TO MODELING AND CONTROL OF (BIO)MECHANICAL SYSTEMS

**Mihailo P. Lazarević<sup>1</sup>**

Department of Mechanics

<sup>1</sup>University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering  
Belgrade, 11000, Serbia

e-mail: [mlazarevic@mas.bg.ac.rs](mailto:mlazarevic@mas.bg.ac.rs),

### ABSTRACT

Recently, an increasing attention has been paid to fractional calculus (FC) and its application in control and modeling of fractional order (bio)mechanical system. Fractional derivatives and integrals may have a wide application in describing complex properties of materials including long-term memory, non-locality of power-law type and fractality [1]. In this presentation we applied the concept of fractional order for biomechanical modeling of human arm dynamics as well as soft tissues, specially human skin as well as human blood. Besides, it is also presented the connection between fractional order differintegral operators and behavior of the mem-systems which can be used for modeling dynamics of (bio)mechanical systems. Further, we present robust feedback-(feedforward) loop fractional-order iterative learning control [2] for regular and singular fractional order system. Particularly, a feedback-(feedforward)  $PD^\alpha / PI^\beta D^\alpha$  type iterative learning control (ILC) of fractional order system- (regular and degenerate type) which includes time delay are considered [3]. Sufficient conditions for the convergence of a proposed PD alpha type of learning control algorithm for a class of fractional state space time delay system are given in time domain. Finally, a simulation results show the feasibility and effectiveness of the suggested approach.

**Keywords:** Fractional Derivative; Biomechanical system, Iterative Learning Control, Singular System.

**Acknowledgments:** This research was supported by the research grants of the Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development under the numbers TR35006, III41006.

### REFERENCES

- [1] Lazarević, M., Editor of, (2014) “Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability and Modeling”, Sci. Int. Mon., WSEAS, ID9028, ISBN:978-960-474-348-3 pp.202.
- [2] Lazarević, P. M., Tzekis, P. (2014), “Robust second-order PD type iterative learning control for a class of uncertain fractional order singular systems”. Journal of Vibration and Control, Journal of Vibration and Control, December 9, doi: 1077546314562241.
- [3] Cvetković, B., Lazarević, P.M., Đurović, N., Mandić, D.P., (2016), “Open-closed-loop fractional-order iterative learning control for singular fractional order system,” ICFDA, Novi Sad, Serbia, July 18 – 20, pp. 404-414,

## ПРИМЕНА ФРАКЦИОНОГ РАЧУНА У МОДЕЛИРАЊУ И УПРАВЉАЊУ (БИО)МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА

**Михаило П. Лазаревић**

Машински Факултет, Универзитет у Београду,  
Краљице Марије 16, 11 120 Београд  
e-mail: [mlazarevic@mas.bg.ac.rs](mailto:mlazarevic@mas.bg.ac.rs),  
web page: <http://www.mlazarevic-fracmeh.com/>

### АПСТРАКТ

Недавно, већа пажња је посвећена фракционом рачуну (ФР) и њеној примени у управљању и моделирању (био) механичког система фракционог реда. Фракциони изводи и интегрални потенцијално имају широку примену у описивању сложених особина материјала, укључујући дугорочно памћење, не-нелокалности типа степеног закона и фракталности [1]. У овој презентацији смо применили концепт фракционог реда у циљу биомеханичког моделирања динамике људске руке, као и меких ткива, посебно људске коже, као и људске крви. Посебно, овде је представљена веза између диференцијално-интегралних оператора фракционог реда и понашања мемристорских система где се исти могу применити за моделовање динамике (био)механичких система. Даље, представљено је робустно итеративно управљање путем учења (ИЛЦ), у отвореној-затвореној петљи за регуларне и сингуларне системе фракционог реда [2]. Посебно, тип ИЛЦ  $PD^\alpha / PI^\beta D^\alpha$  који садржи директну и повратну грану за систем фракционог реда (регуларан и сингуларан тип) који укључује кашњење се овде разматра [3]. Довољни услови за конвергенцију предложеног фракционог реда ИЛЦ за класу фракционог реда система са кашњењем датог у простору псеудо-стања су дати у временском домену. Коначно, резултати симулације показују изводљивост и ефикасност предложеног приступа.

**Кључне речи:** Фракциони извод, Биомеханички систем, Итеративно управљање путем учења, Сингуларни систем

**Захвалница:** Ово истраживање је подржано од стране пројекта Министарства образовања, науке и технолошког развоја Републике Србије, бр. TR35006, III41006.

### ЛИТЕРАТУРА

- [4] Lazarević, M., Editor of, (2014) “Advanced Topics on Applications of Fractional Calculus on Control Problems, System Stability and Modeling”, Sci. Int. Mon., WSEAS, ID9028, ISBN:978-960-474-348-3 pp.202.
- [5] Lazarević, P. M., Tzakis, P. (2014), “Robust second-order PD type iterative learning control for a class of uncertain fractional order singular systems”. Journal of Vibration and Control, Journal of Vibration and Control, December 9, doi: 1077546314562241.
- [6] Cvetković, B., Lazarević, P.M., Đurović, N., Mandić, D.P., (2016), “Open-closed-loop fractional-order iterative learning control for singular fractional order system,” ICFDA, Novi Sad, Serbia, July 18 – 20, pp. 404-414,