



N. Lukić, P. B. Petrović, L. Matijašević¹⁾

KONCEPTUALNI ASPEKTI KRUTOSTI NULE KONFIGURACIONOG PROSTORA RELEVANTNI ZA PROCES ROBOTIZOVANOG SPAJANJA ²⁾

Rezime

U radu su predstavljeni konceptualni aspekti upravljanja kretanja redundantne antropomorfne robotske ruke sa 7 stepeni slobode u konfiguracionom prostoru nule, sa ciljem postizanja svojstva generalizovane krutosti vrha robota koja su konzistentna sa osnovnim zahtevima procesa robotizovanog spajanja krutih delova. Teorijska istraživanja su bazirana na sintezi prostora nule pripadajuće Jakobijanove matrice i njenog komplementarnog projektora primenom metode redukovane stepenaste forme linearnog preslikavanja. Simulacioni eksperimenti potvrdili su očekivanu konvergentnost, stabilnost i efikasno dejstvo predloženog komplementarnog projektora na svojstva generisane generalizovane krutosti. Fizičkim eksperimentom demonstrirana je eksperimentalna procedura za pobudu i merenje ostvarenog kinetostatičkog ponašanja. Praktična demonstracija ostvarena je na kinematski redundantnoj robotskoj ruci Yaskawa SIA 10F sa upravljačkom platformom otvorene arhitekture, baziranoj na FS100 upravljačkom sistemu i MotoPlus SDK razvojnom sistemu.

Ključne reči: Kinematska redundansa, Krutost konfiguracionog prostora nule, Robotizovano spajanje

1. UVOD

U okviru ovog rada razmatraju se neki aspekti upravljanja krutosti (ili popustljivosti) mehanizma robotske ruke kao procesne veličine, što se sreće u širokoj klasi industrijskih zadataka, pre svega kod spajanja delova [1] koji se izdvaja svojom izuzetnom kompleksnošću, ali takođe i poliranje, mašinska obrada i slično.

U kontekstu robotizovane montaže, kada robot kao univerzalni manipulacioni sistem izvodi i proces spajanja delova, primena teorije popustljivo oslonjenih krutih delova [2] polazi od pretpostavke da je mehanizam robotske ruke beskonačno krut sistem. Ova pretpostavka je neodrživa, jer svaki od zglobova robota poseduje određenu popustljivost, pa odatle sledi i ukupna popustljivost robotske ruke posmatrano u odnosu na prostor radnog zadatka. Ovaj problem je davno prepoznat, kao i njegove konsekvence [3]. Međutim, mehanizam robotske ruke, umesto izvora popustljivosti nepoznatog karaktera koji narušava ukupno kinetostatičko ponašanje sistema za montažu, možemo posmatrati kao izvor popustljivosti programabilnih karakteristika, na čemu je fokus u ovom radu. Prethodno navedeno, otvara dva osnovna pitanja: 1) Zadatak produkcije željene ukupne krutosti kao programabilne procesne veličine, i 2) Pitanje potencijalnog konflikta zadatka upravljanja kretanjem i zadatka upravljanja popustljivošću, odnosno ostvarivanje komplementarnosti primarnog i sekundarnog zadatka iz kojih se sastoji zadatak spajanja. Potencijalni odgovor na ova pitanja autori rada traže u primeni kinematski redundantne robotske ruke, gde postoji mogućnost izvođenja unutrašnjih kretanja koja ne utiču na položaj karakteristične tačke vrha robota (TCP). Na taj način, potencijalno se stvara mogućnost istovremenog izvršavanja više zadataka. Teorijski okvir za upravljanje kinematskom redundansom bazira se na odlično fundiranom aparatu linearne algebre [4].

Rad je organizovan u četiri poglavlja. Nakon uvodnog dela u drugom poglavlju izložena je analiza svojstava krutosti u robotizovanom spajanju i analitička formulacija modela upravljanja. Rezultati praktične verifikacije prikazani su u trećem poglavlju. Četvrto poglavlje obuhvata zaključak i moguće pravce za dalja istraživanja.

¹⁾ Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet, Laboratorija za kibernetiku i mehatronske sisteme, doktorant Nikola Lukić, istraživač saradnik, (nlukic@mas.bg.ac.rs), prof. dr Petar B. Petrović, (pbpetrovic@mas.bg.ac.rs), doktorant Lazar Matijašević, istraživač pripravnik (imatijasevic@mas.bg.ac.rs)

²⁾ U okviru ovog rada saopštavaju se rezultati istraživanja koja se sprovode na projektu tehnološkog razvoja: TR35007 - Inteligentni robotski sistemi za ekstremno diverzifikovanu proizvodnju i na projektu bilateralne saradnje sa Kinom: Next generation technology for ubiquitous collaborative robotics – UbiCbot, koje finansijski podržava Ministarstvo za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj

2. KRUTOST KONFIGURACIONOG PROSTORA NULE

2.1 Osnovni zahtevi svojstava krutosti za proces spajanja delova

Proces spajanja delova je u osnovi kontaktni proces. Kod visoko preciznih spojeva sa zazorom vrednost zazora je reda veličine 0.01 mm, što je najmanje za red veličine manja vrednost od tačnosti pozicioniranja i sleđenja programirane trajektorije industrijskog robota (tipično oko 0.10 mm ili lošije), pa je kolizija nužna. Istovremeno, kod preciznih metalnih sklopova kod kojih sastavni delovi najčešće imaju visoku krutost i površinsku tvrdoću, kontaktne sile su velikog intenziteta sa izrazitom dinamičkom komponentom, podjednako u ortogonalnoj i tangencijalnoj ravni. Posebno su kritične pojave neregularnih stanja u procesu spajanja: zaglavljivanje i zaklinjavanje [2]. U opštem slučaju popustljivost proizvoljnih svojstava nema tendenciju da robotski sistem izvede iz neregularnog stanja. Suština je u tome da pasivna popustljiva jedinica (RCC) poseduje svojstvo mehaničke izotropnosti. RCC jedinica navedena svojstva popustljivog oslanjanja ostvaruje u fiktivnoj tački u prostoru, centru popustljivosti, čija je lokacija određena usvojenim parametrima njene mehaničke strukture. Odavde proizilaze osnovni zahtevi za svojstva popustljivosti, odnosno krutosti, robotske ruke relevantna za proces spajanja, pa se istraživanje dalje usmerava ka potencijalnom ostvarivanju ovih svojstava kao upravljive veličine u robotskim sistemima za montažu.

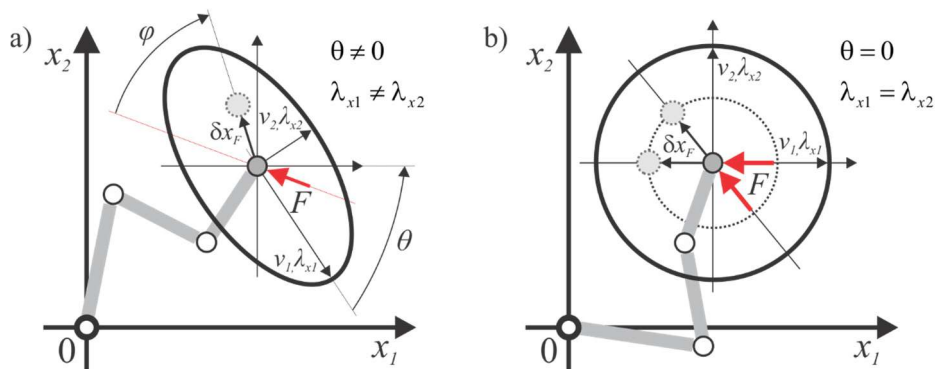
2.2 Kongruentne transformacije i karakterizacija matrice krutosti robotske ruke

Polaznu osnovu za analizu kinetostatičkog ponašanja sistema popustljivog oslanjanja predstavlja relacija $F=K_x\delta x$ koja povezuje vektor sile pobude $F\in R^m$ sa odzivom, pomerajem, $\delta x\in R^m$, gde je $K_x\in R^{m\times m}$ matricna funkcija preslikavanja, odnosno generalizovana krutost vrha robota, a m broj stepeni slobode u prostoru radnog zadatka $X\in R^{m\times m}$. Međutim, nije moguće direktno oblikovanje matrice K_x , jer je on rezultujuća veličina, već je to moguće posredno oblikovanjem matrice aktuacione krutosti $K_q\in R^{n\times n}$, gde je n broj stepeni slobode robota. Primenom kongruentne transformacije [5, 6] zadata forma matrice K_x se nakon preslikavanja u konfiguracioni prostor prevodi u matricu K_q čiji su nedijagonalni članovi u opštem slučaju različiti od nule. Problem nastaje kada je potrebno fizički realizovati matricu K_q takvog oblika [7]. Rešavanje ovog problema ovde se zasniva na kinematskoj redundansi robotskog mehanizma, sa ciljem da se sintetiše odgovarajući upravljački algoritam koji će omogućiti da se izabere konfiguracija koja je konzistentna sa dijagonalnim oblikom matrice K_q .

Željeni oblik matrice generalizovane krutosti $K_{x,d}$ prema zahtevima relevantnim za proces spajanja ima dijagonalnu formu. Na taj način se postiže da vektor odziva robotske ruke, pomeraj δx , bude kodirekcionalan sa pravcem dejstva vektora pobudne sile F . Karakter kinetostatičkog ponašanja vrha robotske ruke reprezentuje se elipsoidom krutosti u 3D, ili elipsom krutosti u 2D prostoru. Elipsoid se konstruiše na osnovu izračunatih sopstvenih vektora v i sopstvenih vrednosti λ matrice K_x , čime se određuje orijentacija glavne ose elipsoida i vrednost njegovih poluprečnika. Relacija matrice $K_x\in R^{m\times m}$ sa elementima sopstvenog sistema je sledeća:

$$K_x v_i = \lambda_{xi} v_i \rightarrow \begin{bmatrix} k_{x11} & \cdots & k_{x1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{xm1} & \cdots & k_{xmm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1i} \\ \vdots \\ v_{mi} \end{bmatrix} = \lambda_{xi} \begin{bmatrix} v_{1i} \\ \vdots \\ v_{mi} \end{bmatrix}, \quad i = 1, m \quad (1)$$

Dva karakteristična slučaja kinetostatičkog ponašanja reprezentovana elipsom krutosti, za ravanski model mehanizma robotske ruke ($q\in R^3, x\in R^2$), prikazana su grafički na slici 1, gde je θ ugao između glavne ose elipse i koordinatnog sistema radnog zadatka, a φ ugao kodirekcionalnosti pobude F i odziva δx .



Slika 1. Karakter kinetostatičkog ponašanja TCP robotske ruke ($q\in R^3, x\in R^2$) predstavljen elipsom krutosti: a) generalni slučaj, b) slučaj izotropnosti - idealno sa aspekta procesa spajanja (ponašanje RCC u lateralnoj ravni).

2.3 Analitička formulacija konfiguracionog prostora nule

Inverzno preslikavanje se kod kinematski redundantnih robota, prema instrumentarijumu linearne algebre [4, 8], sastoji iz dve komponente prirasta unutrašnjih koordinata, i to: 1) onih koje produkuju korespondentno kretanje TCP robota u radnom prostoru, koje nazivamo partikularnom komponentom δq_p i 2) takozvane homogene komponente δq_N koja produkuje nulti pomeraj TCP, odnosno kretanje mehanizma robotske ruke u konfiguracionom prostoru nule. Prethodno se analitički formuliše kao generalizovani model pomeraja [7, 9]:

$$\delta q = \delta q_p + \delta q_N = J^+(q)\delta x + P^c \delta q_0 \quad (2)$$

U izrazu (2) $J^+(q) \in R^{n \times m}$ predstavlja pseudoinverziju Jakobijan matrice $J(q) \in R^{m \times n}$, a δq_0 u opštem slučaju predstavlja proizvoljan vektor prirasta unutrašnjih koordinata razmatranog mehanizma robotske ruke, dok član P^c predstavlja komplementarni projektor koji vektor δq_0 projektuje u prostor nule. Prisustvo homogenog člana δq_N u relaciji (2) omogućuje izvođenje unutrašnjih kretanja koja ne utiču na sleđenje zadate trajektorije TCP robotske ruke. U slučaju procesa spajanja delova ovakvim kretanjima moguće je ostvariti sekundarni zadatak željenog kinetostatičkog ponašanja TCP kroz sintezu komplementarnog projektora $P^c \delta q_0$ za generisanje stanja mehaničke izotropnosti ili kompromisno rešenje kroz relaksaciju zahteva. Ovo predstavlja osnovu za povezivanje konfiguracionog prostora nule i generalizovane krutosti mehanizma redundantne robotske ruke.

U matematičkom smislu potrebno je prvo analitički formulisati prostor nule, gde se u ovde uvodi i koristi metod redukovane stepenaste forme linearnog preslikavanja Jakobijanove pravougaone matrice. Postupkom Gausove eliminacije generiše se matrica redukovane stepenaste forme J_R koja sadrži dva bloka: 1) podmatricu identiteta dimenzija $m \times m$, koja je korespondentna slici prostora radnog zadatka i 2) podmatricu koeficijenata linearno zavisnih vektora j_{Rmr} dimenzija $m \times r$, gde je $r = n - m$, koja je korespondentna nuli konfiguracionog prostora. Za ostvarivanje kretanja u prostoru nule potrebno je formulisati zavisnost komponenta infinitezimalnog vektora priraštaja unutrašnjih koordinata mehanizma robotske ruke δq , takvih da produkuju nulto kretanje u radnom prostoru $\delta x = 0$. Eksplicitnim oblikom ove zavisnosti u matricnom zapisu definiše se prostor nule N_J , odakle dalje može da se formuliše komplementarni projektor P^c u matematičkom smislu:

$$\begin{bmatrix} \delta q_1 \\ \vdots \\ \delta q_m \\ \delta q_{m+1} \\ \vdots \\ \delta q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta q_{m+1} \cdot j_{R11} \dots - \delta q_n \cdot j_{R1r} \\ \vdots \\ -\delta q_{m+1} \cdot j_{Rm1} \dots - \delta q_n \cdot j_{Rmr} \\ \delta q_{m+1} \\ \vdots \\ \delta q_n \end{bmatrix} = \delta q_{m+1} \begin{bmatrix} -j_{R11} \\ \vdots \\ -j_{Rm1} \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \delta q_n \begin{bmatrix} -j_{R1r} \\ \vdots \\ -j_{Rmr} \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow N_J = \begin{bmatrix} -j_{R11} & \dots & -j_{R1r} \\ \vdots & & \vdots \\ -j_{Rm1} & \dots & -j_{Rmr} \\ 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$P^c = N_J (N_J^T N_J)^{-1} N_J^T = N_J N_J^+ \quad (4)$$

2.4 Sinteza optimalnog komplementarnog projektora

Analizom preslikavanja krutosti iz radnog u konfiguracioni prostor može se uvideti da je matrica K_q funkcija unutrašnjih koordinata, pa svako kretanje u konfiguracionom prostoru nule implicitno ima uticaj na promenu vrednosti članova matrice generalizovane krutosti K_x kroz inverznu kongruentnu transformaciju [7]:

$$K_x(q, K_q) = J^{+T}(q) K_q J^+(q), \quad K_x \in R^{m \times m} \quad (5)$$

Uspostavljanjem odgovarajućeg kriterijuma $u = u(q, K_q(K_{xd}))$ i njegovog gradijentnog vektora $\delta q_c = \nabla(u)$, može da se sintetiše komplementarni projektor koji će produkovati dijagonalnu formu matrice aktuacione krutosti nekonfliktnu sa realizacijom primarnog zadatka ostvarivanja zadate trajektorije vrha robotske ruke. Sledstveno, kriterijumska funkcija za posrednu minimizaciju odstupanja stvarne od željene generalizovane krutosti robotske ruke, definiše se normom nedijagonalnih članova matrice aktuacione krutosti K_q [6]:

$$u(q, K_{xd}) = \left\| k_{q-ij}(q, K_{xd}) \right\|_{\frac{1}{2} \binom{n-1}{2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^n (k_{q-ij}(K_{xd}, q))^2} \quad (6)$$

Primenom gradijentnog metoda nad kriterijumskom funkcijom (6) generiše se vektor priraštaja $\delta q_0 = \delta q_c$, i na osnovu (4) sintetiše optimalni komplementarni projektor izotropne popustljivosti redundantne robotske ruke kao homogeni član modela generalizovanog pomeraja (2):

$$P_{IC}^c(q) = \delta q_N = P^c(q) \cdot \delta q_c = N_J N_J^+ \left(\frac{\partial}{\partial q} u(q) \right) \quad (7)$$

Za ostvarivanje kinematske konzistentnosti primarnog i sekundarnog zadatka ovde se uvodi kategoričko ograničenje δq_{Nmax} homogene komponente kao maksimalna dozvoljena norma vektora prirasta δq_N .

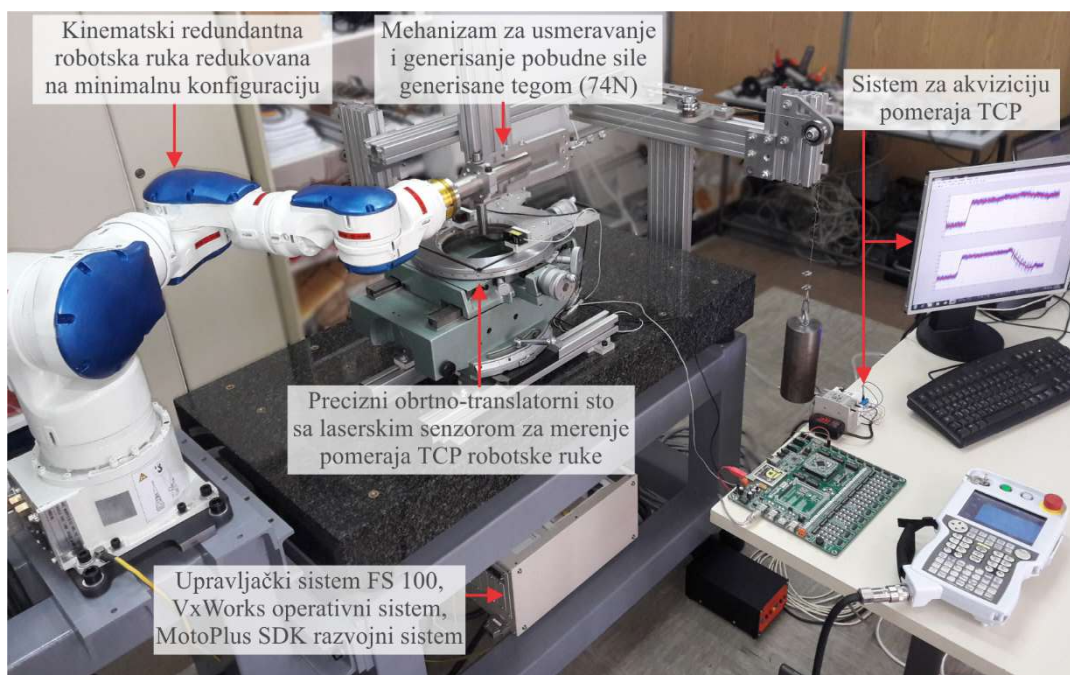
3. EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA

Verifikacija sintetisanog projektora (7) je sprovedena na redundantnom robotu minimalne konfiguracije ($m=2 \rightarrow x \in R^2$; $n=3 \rightarrow q \in R^3$), gde se kinetostatičko ponašanje reprezentuje sa matricama $K_x \in R^{2 \times 2}$ i $K_q \in R^{3 \times 3}$. Verifikacija je izvedena simulaciono i fizički, sa sledećom strukturom radnog zadatka: 1) Primarni zadatak: održavanje zadate inicijalne pozicije TCP, odnosno $x(t) = x_d \in R^2 = const$; 2) Sekundarni zadatak: dostizanje željenih karakteristika popustljivosti $K_x(t) \rightarrow K_{xd} \in R^{2 \times 2}$. Prema modelu pomeraja (2), sledi da se u ovom slučaju priraštaj unutrašnjih koordinata degeneriše na homogenu komponentu, odnosno $\delta q = \delta q_N = P_{IC}^c(q)$. Ovakvom kompozicijom radnog zadatka stvaraju se specifični uslovi u ukupnom konfiguracionom prostoru robota koji omogućavaju praćenje ponašanja sistema samo pod uticajem sintetisanog komplementarnog projektora izotropne popustljivosti (7).

3.1 Postavka simulacionog i fizičkog eksperimenta

Verifikacija je izvedena za sledeće parametre primarnog i sekundarnog zadatka: $x_d = [0.734, -0.090](m)$; $q_{in} = [0.60, -1.70, 1.20](rad)$; $\delta q_{Nmax} = 0.01(rad)$; $K_{xd} = diag [0.1, 0.1](N/m)$; $F_{x1} = [74, 0]$ i $F_{x2} = [74, 0](N)$; gde q_{in} predstavlja inicijalnu konfiguraciju a F_{x1} i F_{x2} pobudne sile u dva međusobno ortogonalna pravca. Dužine segmenata su usvojene tako da su identične robotskoj ruci Yaskawa SIA10F u ravanskoj konfiguraciji: $l1=l2=0.36m$, $l3=0.275m$, čime se postiže uporedivost rezultata simulacione i fizičke verifikacije.

Eksperimentalna platforma za fizičku verifikaciju komplementarnog projektora (7) sastoji se od sledećih modula (slika 2): 1) Industrijski robot Yaskawa SIA10F; 2) Upravljačka platforma otvorene arhitekture: FS100 sistem nadograđen bibliotekama MotoPlus SDK; 3) Modul za merenje pomeraja TCP robotske ruke (laserski senzor Omron ZX-LT010 postavljen na precizni obrtno-translatorni sto); 4) Modul za generisanje i usmeravanje pobudne sile TCP robota; 5) Modul za akviziciju pomeraja TCP robotske ruke.

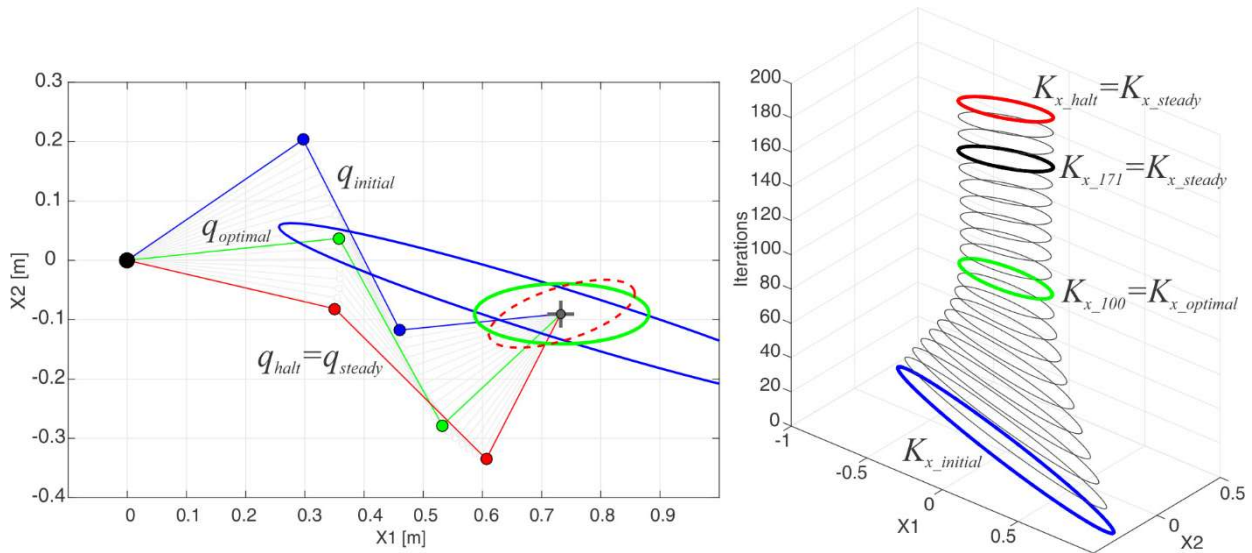


Slika 2. Eksperimentalna platforma za fizičku verifikaciju predloženog koncepta upravljanja kinetostatičkim svojstvima zglobnog mehanizma robotske ruke Yaskawa SIA 10F na bazi komplementarnog projektora izotropne popustljivosti (7)

3.2 Rezultati

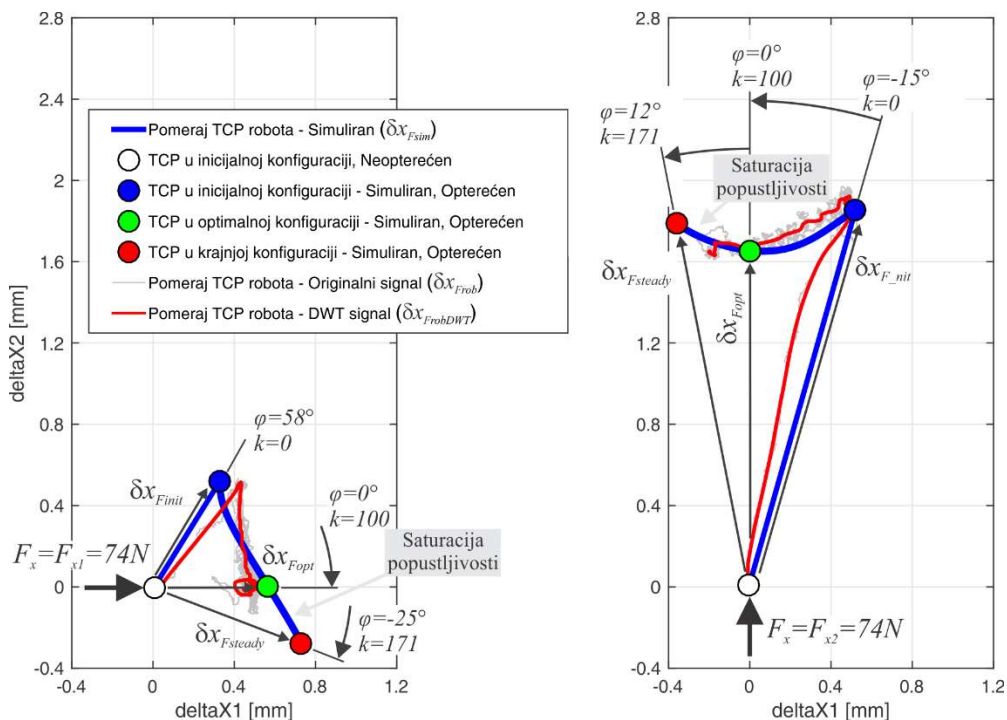
Izvođenjem simulacionog eksperimenta prema prikazanoj postavci oblikuje se matrica generalizovane krutosti K_x , tako da se inicijalno stanje dovodi u optimalno pod dejstvom projektora (7). U skladu sa teorijskim postavkama, prema izrazu (1), kinetostatička svojstva u prostoru radnog zadatka mogu se reprezentovati na osnovu elemenata sopstvenog sistema matrice K_x . U razmatranom slučaju postoje dve sopstvene vrednosti, λ_{x1} i λ_{x2} , sa pripadajućim sopstvenim vektorima, v_1 i v_2 , odakle je moguće formirati jednačinu elipse [10].

Na slici 3 su prikazani rezultati simulacionog eksperimenta koji je izveden u k=200 iteracija. Inicijalna konfiguracija $q_{initial}$ i pripadajuća svojstva krutosti robotske ruke prikazana su plavom bojom, stabilno stanje koje je ujedno i krajnje $q_{steady}=q_{halt}$ crnom i crvenom, respektivno, a optimalno $q_{optimal}$ zelenom bojom. Prikazane elipse su normirane prema najvećoj sopstvenoj vrednosti $\lambda_{x_{max}}$ u kompletном eksperimentu.



Slika 3. Kretanje robotske ruke u konfiguracionom prostoru nule i korespondentna evolucija elipse krutosti

Fizička verifikacija je izvedena na eksperimentalnoj robotskoj platformi prikazanoj na slici 2, u svemu ekvivalentnoj simulacionom eksperimentu. Identifikacija kinetostatičkih svojstava tokom generisanog kretanja sprovedena je indirektno, merenjem pomeraja TCP robota, δx_F , kao odziva na eksternu pobudu silom F_x . Poređenje simulacionih i fizičkih rezultata δx_{Fsim} i δx_{Frob} prikazano je na slici 4, uz obradu i aproksimaciju originalnog signala multirezolucijskom dekompozicijom (DWT), $\delta x_{FrobDWT}$.



Slika 4. Verifikacija komplementarnog projektora (7) – komparativni prikaz simulacionog i fizički ostvareno pomeraja

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu su predstavljeni rezultati teorijskih i eksperimentalnih istraživanja upravljanja kinetostatičkim ponašanjem kinematski redundantne robotske ruke relevantnim za proces robotizovanog spajanja delova visoke geometrijske preciznosti. U skladu sa identifikovanim osnovnim zahtevima za svojstva krutosti, koja garantuju uspešan tok procesa spajanja, sintetisan je komplementarni projektor za upravljanje krutošću konfiguracionog prostora nule. Ponašanje sintetisanog komplementarnog projektora izotropne popustljivosti (7) prvo je verifikovano simulacijom, a zatim i fizičkim eksperimentima, njegovom implementacijom na redundantnom antropomorfnom robotu Yaskawa SIA10F opremljenom upravljačkim sistemom otvorene arhitekture i sistemom za generisanje mehaničke pobude i merenje odziva TCP robota. Eksperimentalni rezultati ukazuju na moguću primenljivost postavljenog koncepta u fizičkom okruženju, pri čemu je ostvarena visoka korelacija između simulacionih i eksperimentalnih rezultata. Takođe, uočljivi su i određeni nedostaci i ograničenja, čiji uzrok su pre svega nesavršenosti aktacionog mehanizma robotske ruke (nelinearnosti tipa zazora i trenja, kao i pojava zasićenja popustljivosti zglobova robotske ruke). Pored prethodnog, ostaje niz otvorenih pitanja vezanih za izbegavanje singulariteta, dinamičku konzistentnost, i takođe određivanje potrebne dimenzije konfiguracionog prostora nule, odnosno stepena kinematske redundanse ($r=n-m$) i njegove implikacije na performanse sekundarnog zadatka.

5. LITERATURA

- [1] H. Chen, J. Wang, G. Zhang, T. Fuhlbrigge, and Kock S.: *High-precision assembly automation based on robot compliance*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 45, No. 9-10, pp. 999–1006, 2009.
- [2] D.E. Whitney: *Quasi-static assembly of compliantly supported rigid parts*, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 104, No. 1, pp. 65–77, 1982.
- [3] T.L. De Fazio, D.S. Seltzer, and D.E. Whitney: *The instrumented remote center compliance*, Industrial Robot, Vol. 11, No. 4, pp. 238–242, 1984.
- [4] H. Yanai, K. Takeuchi, and Y. Takane: *Projection Matrices, Generalizes Inverse Matrices, and Singular Value Decomposition*. Springer, New York, 2011.
- [5] J. Salisbury: *Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates*, 19th IEEE International Conference on Decision and Control, pp. 95–100. Albuquerque, NM, USA, IEEE, 10-12 Dec., 1980.
- [6] Petar B. Petrovic, Nikola Lukic: *Configuration-based compliance control of kinematically redundant robot arm, part I - theoretical framework*, FME, Vol. 45, No. 4, pp. 468–474, 2017. ISSN 2406-128X.
- [7] Nikola Lukic, Petar B. Petrovic: *Complementary projector for null-space stiffness control of redundant assembly robot arm*, Assembly Automation, Vol. 39, No. 4, 696–714, 2019.
- [8] Gilbert Strang: *Linear Algebra and Its Applications*. Thomson, Brooks/Cole, USA, 4th edition, 2005.
- [9] B. Siciliano and J. J. Slotine. *A general framework for managing multiple tasks in highly redundant robotic systems*, In Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Robotics, pp. 1211–1216., Pisa, Italy, IEEE, 19-22 June, 1991.
- [10] E.H. Lockwood: *A Book of Curves*. The Syndics of the Cambridge University Press, London, 1961.

N. Lukić, P. B. Petrović, L. Matijašević

CONCEPTUAL ASPECTS OF NULLSPACE STIFFNESS RELEVANT TO ROBOTIC PART MATING

Abstract: This paper presents the conceptual aspects of nullspace motion control of a redundant anthropomorphic robotic arm with 7 degrees of freedom, with the goal of achieving generalized stiffness properties of the robot TCP that are consistent with the basic requirements of the robotic part mating process of rigid parts. Theoretical research is based on the nullspace formulation of the Jacobian matrix and its corresponding complementary projector using the method of reduced row echelon form of linear mapping. Simulation experiments showed the convergence, stability and efficient influence of the proposed complementary projector on the generalized stiffness properties of the robot arm. A physical experiment demonstrated an experimental procedure for excitation and measurement of realized kinetostatic behavior. The practical demonstration was realized on a kinematically redundant robotic arm Yaskawa SIA 10F with an open architecture control platform, based on the FS100 control system and MotoPlus SDK development system.

Key words: Kinematic Redundancy, Nullspace Stiffness, Robotic Part Mating