

Нина Анђелић

Весна Милошевић-Митић

Милорад Милованчевић

ОСНОВИ ОТПОРНОСТИ КОНСТРУКЦИЈА



Универзитет у Београду
Машински факултет

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Нина Анђелић Весна Милошевић-Митић
Милорад Милованчевић

**ОСНОВИ
ОТПОРНОСТИ
КОНСТРУКЦИЈА**

**Машински факултет
Београд, 2019.**

Аутори:

др Нина Анђелић, дипл. маш. инж, редовни професор
др Весна Милошевић-Митић, дипл. маш. инж, редовни професор
др Милорад Милованчевић, дипл. маш. инж, редовни професор

ОСНОВИ ОТПОРНОСТИ КОНСТРУКЦИЈА

прво издање

Рецензенти:

др Ташко Манески, дипл. маш. инж, редовни професор у пензији
др Зоран Петковић, дипл. маш. инж, редовни професор у пензији
др Игор Балаћ, дипл. маш. инж, редовни професор
др Момчило Дуњић, дипл. маш. инж, редовни професор у пензији

Издавач:

Машински факултет Универзитета у Београду
11020 Београд 35, Краљице Марије 16,
Телефон: 011 3370 350

За издавача:

проф. др Радивоје Митровић, декан

Главни и одговорни уредник:

проф. др Милан Лечић

*Одобрено за штампу одлуком Декана Машинског факултета у Београду
бр. 34/2019 од 09.12.2019.године*

Штампа:

ПЛАНЕТА ПРИНТ
Београд

Тираж:

1000 примерака

ISBN 978-86-6060-031-0

© Аутори и Машински факултет Универзитета у Београду.

Забрањено прештампавање и умножавање.

Сва права задржавају издавач и аутори.

САДРЖАЈ

Списак употребљених ознака	V
1 Стабилност линијских носећих елемената	1
1.1 Извијање у еластичној области	8
1.1.1 Први случај извијања	9
1.1.2 Други случај извијања	12
1.1.3 Трећи случај извијања	14
1.1.4 Четврти случај извијања	16
1.1.5 Ојлерова хипербола	18
1.2 Извијање у нееластичној области	20
1.3 Степен сигурности	22
1.4 Прорачун критичне силе извијања према стандарду Еврокод 3 (Eurocode 3)	23
2 Статички неодређене конструкције. Увод у методу сила	35
2.1 Појам статичке неодређености	35
2.2 Решавање статички неодређених конструкција	38
2.2.1 Метода сила	39
2.3 Статички неодређене линијске конструкције	40
2.3.1 Гредни носачи са једним распоном и допуштеним подужним померањем	41
2.3.2 Гредни носачи са једним распоном и спреченим подужним померањем	44
2.3.3 Непрекидни (континуални) гредни носачи са два и више распона	48
2.3.4 Гредни носачи са еластичним ослонцима	57
2.3.5 Укрштени гредни носачи	58
3 Деформацијски рад (потенцијална енергија деформације)	67
3.1 Деформацијски рад A_d и допунски деформацијски рад A^*_d изражени преко спољашњих сила	68
3.2 Специфични деформацијски рад изражен преко унутрашњих сила (преко напона)	71
3.2.1 Утицај појаве само нормалних напона	71
3.2.2 Утицај појаве само напона смицања	72
3.3 Деформацијски рад изражен преко пресечних сила	74
3.3.1 Утицај подужног напрезања	75
3.3.2 Утицај напрезања на увијање	76
3.3.3 Утицај напрезања на савијање силама	76
3.4 Општи израз за деформацијски рад	83
3.5 Деформацијски рад при општем случају напрезања изражен преко пресечних сила	84

3.6	Примена принципа најмањег деформацијског рада на извијање	87
4	Примена деформацијског рада (енергетске методе)	99
4.1	Теореме о узајамности	99
4.1.1	Теорема о узајамности радова	100
4.1.2	Теорема о узајамности померања	102
4.2	Примена деформацијског рада и допунског рада	104
4.2.1	Прва Кастиљанова (Лагранжова) теорема	104
4.2.2	Кроти-Енгесерова и Друга Кастиљанова теорема	106
4.2.3	Примена Друге Кастиљанове теореме	109
4.3	Метода јединичних оптерећења (Максвел-Морова метода)	121
4.4	Верешћагинов поступак	124
4.5	Примена енергетских метода на решавање статички неодређених проблема	135
4.5.1	Канонске једначине Методе сила	140
4.5.2	Симетричне линијске, раванске и просторне конструкције	143
4.5.3	Раванска симетрична конструкција	146
5	Анализа стања напона и деформација	161
5.1	Напрезање у једном правцу (једноосно напрезање – аксијално напрезање).....	162
5.2	Равно стање напона.....	163
5.2.1	Став о коњугованости напона смицања	164
5.2.2	Услови равнотеже при равном стању напона	166
5.2.3	Анализа деформација при равном стању напона	167
5.2.4	Анализа равног стања напона приказана у Декартовом координатном систему	168
5.3	Просторно стање напона	175
5.3.1	Веза напона и деформација – генерализовани Хуков закон	176
5.3.2	Главни напони	182
5.3.3	Запреминска (кубна) дилатација	185
5.3.4	Деоба тензора напона на компоненте	186
5.3.5	Специфични деформацијски рад промене запремине и промене облика	187
5.4	Анализа стања напона у поларно цилиндричном координатном систему	190
5.4.1	Кружни прстен велике дебљине	190
5.4.2	Танак кружни прстен оптерећен унутрашњим притиском	193
5.4.3	Танак кружни прстен који се окреће константном угаоном брзином	196

6	Увијање штапова (греда) произвољног попречног пресека	197
6.1	Увијање штапа (греде) кружног попречног пресека	197
6.2	Напони смицања у попречном пресеку произвољног облика	199
6.2.1	Мембранска аналогија	203
6.2.2	Увијање штапа облика елипсе	205
6.2.3	Увијање штапа правоугаоног попречног пресека	206
6.2.4	Увијање штапа попречног пресека облика танког правоугаоника	209
6.2.5	Увијање штапа сложеног попречног пресека	211
6.3	Основи теорије танкозидих штапова	213
6.3.1	Основи теорије танкозидих штапова отвореног попречног пресека	215
6.4	Основи теорије танкозидих штапова затвореног попречног пресека	219
6.4.1	Основне претпоставке теорије танкозидих штапова затворених попречних пресека	219
6.4.2	Увијање штапова танкозидог затвореног попречног пресека	219
6.5	Слободно и ометено увијање	225
7	Хипотезе о слому материјала	229
7.1	Хипотеза највећег нормалног напона	233
7.2	Хипотеза највеће линијске деформације	234
7.3	Хипотеза највећег напона смицања	236
7.4	Морова хипотеза	237
7.5	Хипотеза највећег специфичног деформацијског рада промене облика	238
8	Сложено напрезање линијских носача	241
8.1	Напони код основних врста напрезања	243
8.1.1	Нормални напони	243
8.1.2	Тангенцијални – смичући напони	245
8.2	Одређивање еквивалентних напона	253
8.2.1	Слагање напона за кружне и кружно-прстенасте попречне пресеке	254
8.2.2	Слагање напона за правоугаоне попречне пресеке ..	257
8.2.3	Слагање напона за пресеке облика I-профила и кутијасте пресеке	259
9	Косо савијање	271
9.1	Чисто косо савијање	273
9.1.1	Нормални напони код чистог косог савијања	274
9.1.2	Неутрална линија и дијаграм напона	275
9.2	Косо савијање силама	277

9.2.1	Нормални напони при косом савијању силама	277
9.2.2	Напони смицања при косом савијању	278
9.3	Центар смицања	278
10	Подужно напрезање са савијањем носећег елемента (Ексцентрично напрезање силом)	285
10.1	Ексцентрично затегнути или притиснути кратки носећи елемент	285
10.2	Нормални напон	287
10.3	Неутрална линија	288
10.4	Језгро пресека	291
	ЛИТЕРАТУРА	297

1

СТАБИЛНОСТ ЛИНИЈСКИХ НОСЕЋИХ ЕЛЕМЕНАТА

Познато је да је Отпорност материјала научна дисциплина која обухвата инжењерске методе прорачуна чврстоће, крутости и еластичне стабилности конструкција или њихових делова. Треба поменути да постоје три врсте стабилности: статичка (превртање конструкције), еластична (деформисање конструкције) и динамичка (проблем резонанце) стабилност. До сада су били проучавани проблеми напона и деформација линијских конструктивних елемената при основним врстама напрезања и дефинисани услови чврстоће и крутости који морају бити задовољени при њиховом димензионисању. Да би се постигла потпуна сигурност конструкције, треба да се задовољи и критеријум еластичне стабилности, који представља један од неопходних услова који морају бити узети у обзир при одређивању носивости конструкције.

Треба се подсетити да је **стабилност** способност конструкције да сачува свој првобитни облик равнотеже при деформацијама које одговарају задатом оптерећењу.

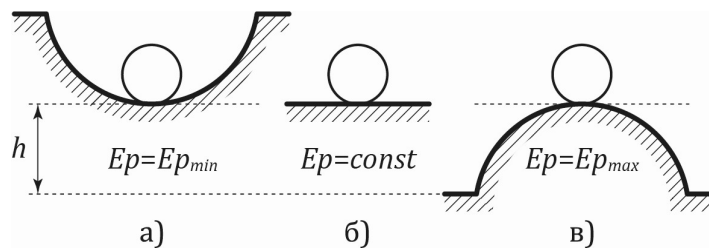
У историји развоја машинске и грађевинске технике, недовољно познавање ефеката губитка стабилности је било повод великом броју хаварија разних грађевинских и машинских конструкција (као што су мостови, кранови, хале, резервоари, летилице, бродови) код којих су њихови носећи елементи облика или штапа-греде, или плоче-љуске, били изложени дејству притискујућих сила. Појава губитка стабилности изражена је код носећих елемената код којих је једна димензија (дужина) значајно већа од преостале две (штапови и греде), као и код носећих елемената код којих је једна димензија

(дебљина) значајно мања од преостале две (плоче и љуске). Код таквих носећих елемената може доћи до појаве великих деформација у области еластичног понашања материјала од којих су направљени, дакле, до појаве деформација које ће изазвати ефекат губитка стабилности (Сл. 1.1). Појава губитка стабилности се не дешава код конструктивних елемената чије су све три димензије величине истог реда. Питање стабилности конструктивног елемента је од изузетног значаја и неопходно је да се детаљније размотри. Овде ће бити разматрана стабилност само линијских носећих елемената.



Слика 1.1 Пример губитка стабилности*

При оваквим анализама потребно је прво имати у виду да постоје три могућа стања равнотеже апсолутно крутих тела: **стабилна**, **индиферентна** и **лабилна** равнотежа. Да би се илустровала ова равнотежна стања, може се посматрати нека кугла постављена на конкавну, хоризонталну и конвексну подлогу (Сл. 1.2).



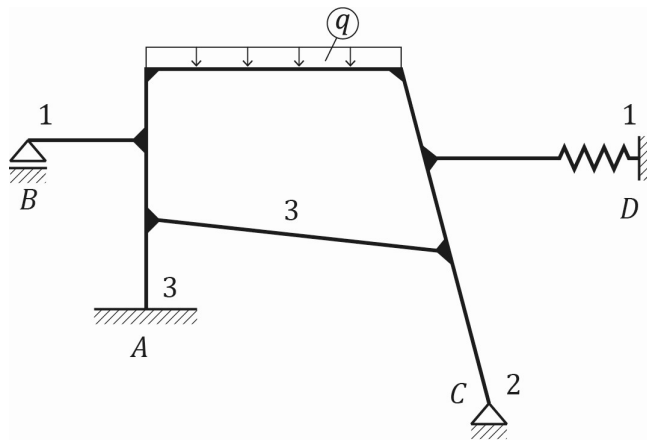
Слика 1.2 Три могућа стања равнотеже

*Бошњак С, Петковић З. и сарадници: Експертиза хаварије роторног багера SchRs 1760, рађено за РБ „Колубара“, Машински факултет, Београд, 2005.

4.5 Примена енергетских метода на решавање статички неодређених проблема

До сада су углавном разматране конструкције које су биле статички одређене, а код којих је помоћу статичких једначина равнотеже било могуће да се одреде све статички непознате величине и да се након тога нацртају одговарајући статички дијаграми.

Сада се разматрају статички неодређене (сложеније) конструкције које могу по свом карактеру да буду линијске, раванске и просторне. За почетак, разматра се неки равански носач приказан на слици 4.17.



Слика 4.17 Статички неодређен носач

Ова конструкција се састоји из више праволинијских распона који могу да буду различитих крутости, а од ослонаца има једно уклештење A , један покретан ослонац B , један непокретан ослонац C и један еластичан ослонац D . Прво је потребно пребројати све непознате реакције у тим ослонцима и анализирати њихове могуће степене слободе кретања:

- у уклештењу постоје три ($n=3$) непознате величине (хоризонтална и вертикална компонента силе и момент), а померање пресека A је једнако нули (по оба правца – хоризонталном и вертикалном, као и његово одговарајуће заокретање);
- у покретном ослонцу B постоји једна ($n=1$) непозната сила, а померање само у правцу те силе је једнако нули;

- у непокретном ослонцу C постоје две ($n=2$) непознате компоненте силе (хоризонтална и вертикална), а померања тог пресека по оба правца су једнака нули;
- код еластичног ослонца D треба одредити једну ($n=1$) непознату силу у ослонцу по правцу осе опруге, при чему је као карактеристика опруге, на том месту задато померање δ_D , које је различито од нуле.

Разматрањем непознатих реакција ослонаца ове конструкције, констатовано је да она има укупно 7 статички непознатих величина ($3+1+2+1$). За конструкцију у равни могу да се напишу само 3 расположиве статичке једначине равнотеже, тако да код ове конструкције постоје 4 „сувишне“ непознате „спољашње“ величине, које треба одредити на неки други начин (треба наћи неке одговарајуће допунске једначине).

Број непознатих величина које представљају реакције у ослонцима најчешће се обележава са n_{sp} („спољашње“), а број статичких једначина које могу да се примене, обележава се са s_{sp} . Њихова разлика даје број **спољашње статичке неодређености** конструкције; $k_{sp} = n_{sp} - s_{sp}$, а овде је то $k_{sp} = 7 - 3 = 4$.

Поред броја спољашње статичке неодређености неке конструкције, постоји и број **унутрашње статичке неодређености** конструкције. Размотриће се у наставку и овај појам.

Да би се одредио момент савијања у неком пресеку конструкције, потребно је на том месту фиктивно пресећи носач тако да се он обавезно раздвоји на два дела (две подцелине). Тада се за израчунавање момента савијања у том пресеку конструкције узимају у разматрање сва оптерећења заједно са реакцијама у ослонцима, или са једног, или са другог дела (подцелине), у односу на тај пресек раздвајања.

Конструкција са слике 4.17 има и једну затворену контуру. Треба да се истакне да је свака затворена контура у равни конструктивни склоп састављен од три и више гредних распона, као и да постоје и просторне затворене контуре. Дакле, ако се замишљено пресече неки распон било где унутар те раванске контуре, конструкција остаје једна целина и не раздваја се на два дела. Познато је да у неком пресеку греде у равни постоје три непознате унутрашње пресечне величине. Према томе, унутар затворене контуре није могуће да се нацртају моментни дијаграми све док се она не „отвори“ и не израчунају величине у пресеку на месту тог „отварања“. Број тих

унутрашњих пресечних величина обележава се са n_u . Број унутрашње статичке неодређености k_u добиће се када се од n_u одузме одговарајући број додатних статичких једначина. На пример, ако у оквиру те затворене контуре постоји Герберов зглоб, као врста везе између два подраспона, може се за њега написати додатна статичка једначина која потврђује да је момент савијања у њему једнак нули. У случају раванске конструкције која се овде разматра, број унутрашње статичке неодређености је $k_u = 3$.

На крају се закључује да посматрана конструкција има укупно ($n = n_{sp} + n_u$) десет непознатих величина, седам „спољашњих“ и три „унутрашње“, и да је ($k = k_{sp} + k_u$) седам пута статички неодређена (од тога четири пута „спољашње“ и три пута „унутрашње“ неодређена).

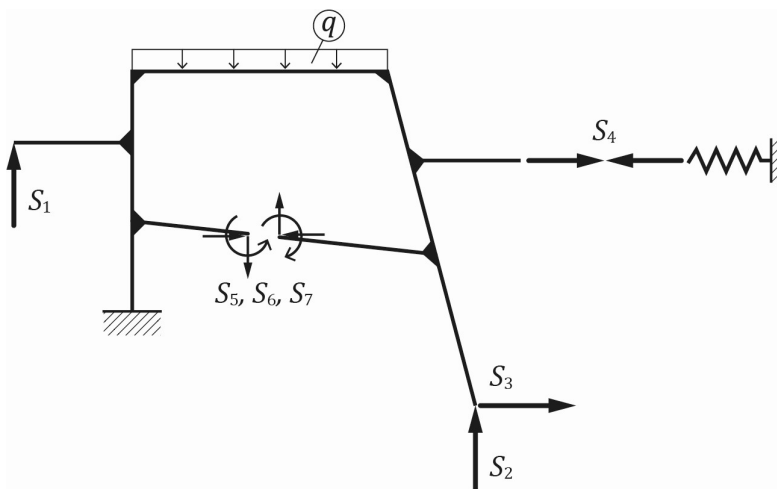
Овакви проблеми се решавају применом Методе сила са којом смо се већ раније упознали.

Да би се применила Метода сила, конструкција прво треба да се фиктивно трансформише у еквивалентну замишљену статички одређену конструкцију „ослобађањем“ од свих статички „сувишних“-прекобројних веза. Генерално, уместо „уклоњених“ веза, на тим местима се уцртавају одговарајуће фиктивне концентрисане, сада „спољашње“ силе (и моменти), као физичка замена за реални утицај тих „уклоњених“ веза. На крају се исписују одговарајуће потребне допунске једначине по померањима, које описују задата померања на местима уклоњених веза. Тако је на основу допунских једначина могуће решити све „сувишне“ непознате, а затим и остале непознате применом статичких једначина равнотеже које су на располагању.

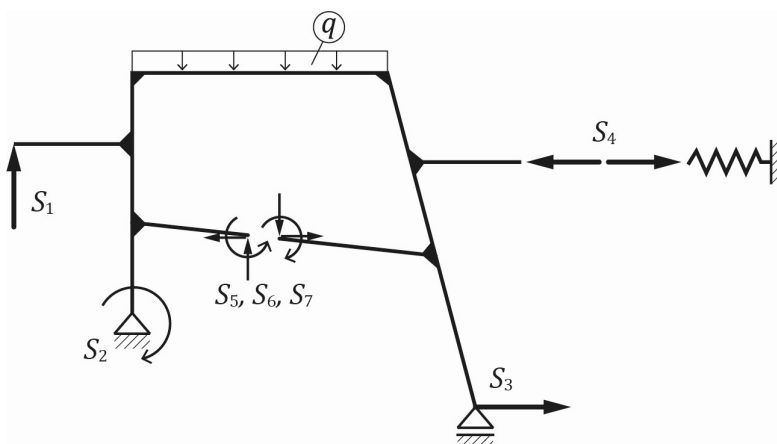
Трансформисање ове конструкције у еквивалентну замишљену статички одређену, могуће је да се уради на више начина. На сликама 4.18 и 4.19 приказане су две варијанте ових трансформација.

На слици 4.18 конструкција је замишљено трансформисана у геометријски сложу конструкцију само са једним конзолним ослонцем (као код конзолне греде), а на слици 4.19 она је претворена у конструкцију која је ослоњена само на два ослонца (као код прсте греде).

У било којој од ове две варијанте, или у некој њима сличној варијанти, треба написати и седам допунских једначина (допунских услова) везаних за померања, о чему је већ било речи (поглавље 2.).



Слика 4.18 Трансформација конструкције – варијанта 1



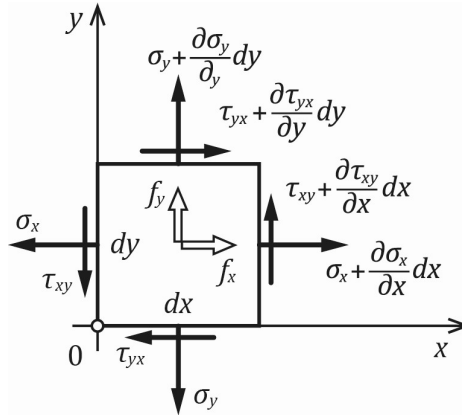
Слика 4.19 Трансформација конструкције – варијанта 2

Допунски услови (допунске једначине по померањима) описују шта се дешава са померањима на местима трансформације статички неодређене конструкције у еквивалентну фиктивну статички одређену конструкцију. У овом примеру, а у обе варијанте трансформације, допунски услови гласе:

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & \text{за } i = 1, 2, 3, 5, 6, 7 \\ \delta_{0i}, & \text{за } i = 4 \end{cases} \quad (4.40)$$

5.2.1 Услови равнотеже при равном стању напона

За равно стање напона није тешко извести и одговарајуће услове равнотеже. Овде ће бити изведене једначине равнотеже у Декартовом координатном систему. Због тога у оквиру овог разматрања треба посматрати већ описани елементарни део на који сада делују и запреминске силе у правцима оса x и y , чији интензитети по јединици запремине износе f_x и f_y .



Слика 5.4 Извођење услова равнотеже

Претпоставиће се да се напони мењају за неке мале вредности дуж одговарајућих страница дужине dx и dy , што је приказано на слици 5.4, на којој је испоштован став о коњугованости напона смицања. Једначине равнотеже се пишу тако што се сумирају све силе у правцима координатних оса x и y . После скраћивања свих елементарних сила истих интензитета, а супротних смерова, добија се:

$$\sum dF_i^x = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) (dydz) + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) (dxdz) dx + f_x dx dy dz = 0,$$

$$\sum dF_i^y = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \right) (dxdz) + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) (dydz) dx + f_y dx dy dz = 0. \quad (5.6)$$

Када се једначине (5.6) поделе са елементарном запремином, добијају се услови равнотеже у облику

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + f_y = 0. \quad (5.7)$$

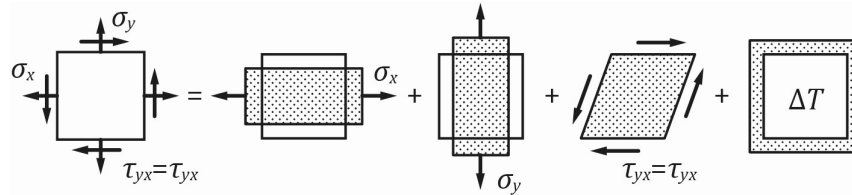
Добијене једначине по аналогији могу да се прошире и на просторно стање напона, и тада гласе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + f_y &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + f_z &= 0. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Једначине 5.8 се називају Навијеове* једначине равнотеже, и дају везу између напона и запреминских сила.

5.2.2 Анализа деформација при равном стању напона

Анализа деформација при равном стању напона обавља се применом принципа суперпозиције (раздвајањем оптерећења) као што је приказано на слици 5.5. Посматра се утицај појаве нормалних напона σ_x и σ_y , тангенцијалног напона τ_{xy} и температурске разлике ΔT .



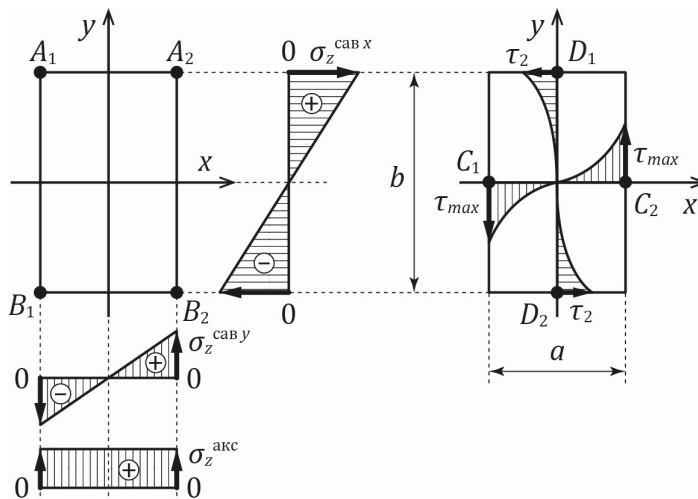
$\varepsilon_x =$	$+\frac{\sigma_x}{E}$	$-v\frac{\sigma_y}{E}$	0	$+\alpha\Delta T$
$\varepsilon_y =$	$-v\frac{\sigma_x}{E}$	$+\frac{\sigma_y}{E}$	0	$+\alpha\Delta T$
$\gamma_{xy} =$	0	0	$+\frac{\tau_{xy}}{G}$	0

Слика 5.5 Деформације при равном стању напона

*Claude-Louis Navier (1785-1836), француски математичар и физичар.

8.2.2 Слагање напона за правоугаоне попречне пресеке

Правоугаони попречни пресек, код кога је краћа страница (која је паралелна оси x) обележена са a , а дужа страница са b , приказан је на слици 8.10. На истој слици приказана је и расподела нормалних напона и напона смицања код правоугаоног попречног пресека.



Слика 8.10 Нормални напони и напони смицања у правоугаоном пресеку

Геометријске карактеристике попречног пресека овог облика потребне за израчунавање компоненти напона приказане су у Табели 8.4.

Табела 8.4 Геометријске карактеристике правоугаоног пресека

Површина пресека	Отпорни момент за осу x	Отпорни момент за осу y	Торзиони отпорни момент
$A = a \cdot b$	$W_x = \frac{a \cdot b^2}{6}$	$W_y = \frac{b \cdot a^2}{6}$	$W_t = \alpha \cdot b \cdot a^2$

На правоугаоном попречном пресеку са слике 8.10, прво је потребно уочити осам карактеристичних тачака, од којих су четири тачке које одговарају теменима правоугаоника и четири тачке на срединама страница.

На слици 8.10 приказани су напони који делују у попречном пресеку облика правоугаоника са произвољно усвојеним предзнацима (+ или -). При промени знака напона, интензитети максималних напона остају исти, а мења се само положај тачака у којима се они појављују. Како је у оквиру ове анализе потребно одредити само апсолутну вредност највећег напона у пресеку, Табела 8.5 формирана је на основу предзнака напона са слике 8.10.

Табела 8.5 Напони у карактеристичним тачкама правоугаоног пресека

	M_x	M_y	N	Нормални напони	M_t
A ₁	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$ \sigma_z = \left +\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} - \sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $	0
A₂	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$\sigma_z = \left +\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} + \sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right$	0
B ₁	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$ \sigma_z = \left -\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} - \sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $	0
B ₂	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$ \sigma_z = \left -\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} + \sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $	0
C ₁	0	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$ \sigma_z = \left -\sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $	τ_{\max}
C₂	0	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } y}$	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$\sigma_z = \left +\sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right$	τ_{\max}
D₁	$+\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	0	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$\sigma_z = \left +\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} + \sigma_z^{\text{акс}} \right$	τ_2
D ₂	$-\sigma_{z \max}^{\text{сав } x}$	0	$+\sigma_z^{\text{акс}}$	$ \sigma_z = \left -\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $	τ_2

Прво, у попречном пресеку облика правоугаоника, увек се у једном његовом темену сабирају интензитети све три компоненте нормалних напона, али, у теменима правоугаоника тангенцијални напон је једнак нули. Друго, на срединама страница, где се појављују велики тангенцијални напони, увек је по један нормални напон услед савијања једнак нули.

Како код овог облика попречног пресека не постоји тачка у којој се појављују све максималне вредности појединачних компоненти напона, тако је генерално потребно извршити проверу за три тачке пресека, већ издвојене у Табели 8.5.

Због прегледности, поступак слагања напона приказан је и табеларно (Табела 8.6)

Табела 8.6 Слагање напона за правоугаони пресек

Оптерећење	Карактеристика пресека	Компоненте напона	Слагање напона
M_x	W_x	$\sigma_{z\max}^{\text{сав } x} = M_x / W_x$	$\sigma_{e1} = \left \sigma_{z\max}^{\text{сав } x} + \sigma_{z\max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right $ $\sigma_{e2} = \sqrt{\left(\sigma_{z\max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right)^2 + \alpha \cdot \tau_{\max}^2}$ $\sigma_{e3} = \sqrt{\left(\sigma_{z\max}^{\text{сав } x} + \sigma_z^{\text{акс}} \right)^2 + \alpha \cdot \tau_2^2}$
M_y	W_y	$\sigma_{z\max}^{\text{сав } y} = M_y / W_y$	
N	A	$\sigma_z^{\text{акс}} = N / A$	
M_t	W_t	$\tau = M_t / W_t$	
Еквивалентни напон			$\sigma_e = \max(\sigma_{e1}, \sigma_{e2}, \sigma_{e3})$

Дужа страница правоугаоника приказаног на слици 8.10 је паралелна вертикалној оси, тако да се максимални напони појављују у тачкама C_1 и C_2 . У случају када је дужа страница паралелна хоризонталној оси, максимални напони би се појавили у тачкама D_1 и D_2 , па о томе треба водити рачуна при слагању напона приказаног у табели 8.6.

8.2.3 Слагање напона за пресеке облика I профила и кутијасте пресеке

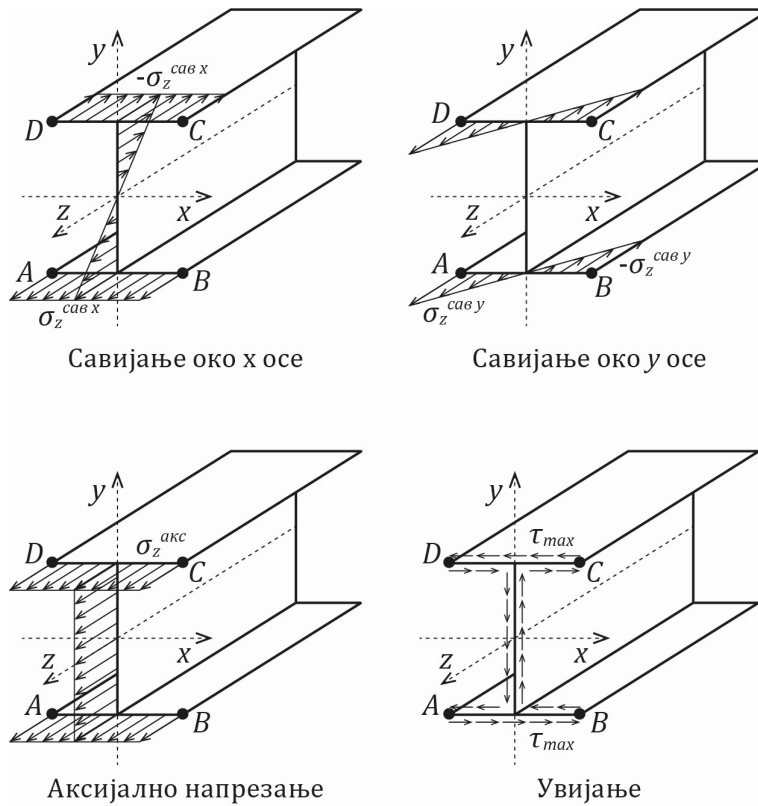
У оквиру овог поглавља разматра се слагање напона за пресеке облика I профила и облика танке правоугаоне кутије. Нека су основне димензије I профила висина h (паралелна оси y) и ширина појаса (стопе) b (паралелна оси x). Основне димензије кутијастог пресека су: спољашња ширина a_1 (паралелна оси x) и спољашња висина b_1 (паралелна оси y), а одговарајуће унутрашње димензије износе a_2 и b_2 . Отпорни моменти ових пресека приказани су у Табели 8.7.

Слика 8.11 приказује расподелу напона у попречном пресеку облика I профила. У том пресеку се уочавају четири карактеристичне тачке у којима се појављују екстремне вредности нормалних напона услед савијања. Са предзнацима напона приказаним на слици, у тачки A долази до сабирања затежућих напона, а у тачки C се сабирају притискујући напони. Зато, без обзира на предзнак напона од аксијалног оптерећења, максимални нормални напон је по интензитету једнак

$$\sigma_z = \left| \sigma_{z \max}^{\text{сав}x} + \sigma_{z \max}^{\text{сав}y} + \sigma_z^{\text{акс}} \right|.$$

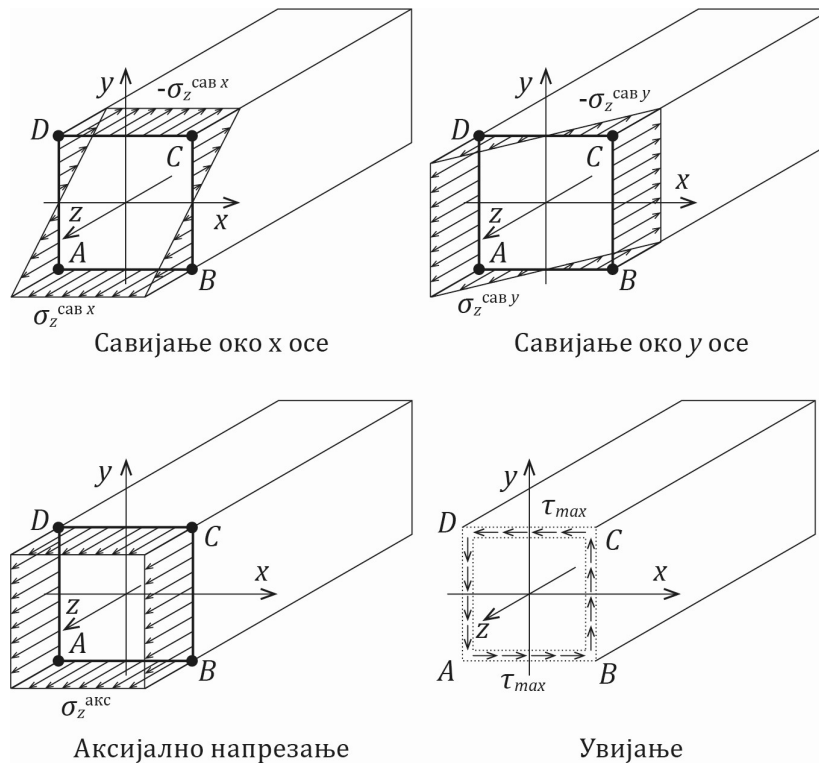
Табела 8.7 Геометријске карактеристике пресека облика I профила и кутијастог пресека

Пресек	Површина пресека	Отпорни момент за осу x	Отпорни момент за осу y	Торзиони отпорни момент
I профил	A	$W_x = \frac{I_x}{h/2}$	$W_y = \frac{I_y}{b/2}$	$W_t = \frac{I_t}{t_{\max}}$
Кутијаста пресек	$A = a_1 b_1 - a_2 b_2$	$W_x = \frac{a_1 b_1^3 - a_2 b_2^3}{6b}$	$W_y = \frac{b_1 a_1^3 - b_2 a_2^3}{6a}$	$W_t = 2 A^* t_{\min}$



Слика 8.11 Нормални напони и напони смицања у попречном пресеку облика I профила

Како се максимални смичући напон услед увијања појављује у правоугаоницима који одговарају стопама профила (зато што стопа-појас профила има већу дебљину од ребра), при сваком распореду предзнака оптерећења у пресеку овог облика постоји једна тачка (на слици 8.11 је то тачка A) у којој истовремено делују и максимални нормални и максимални смичући напон.



Слика 8.12 Нормални напони и напони смицања у попречном пресеку облика правоугаоне кутије

У попречном пресеку који има облик танке правоугаоне кутије, такође постоји једна тачка у којој се појављују сви максимални напони. За случај расподеле напона по попречном пресеку који је приказан на слици 8.12, то је тачка A . Променом предзнака напона, само се мења тачка (теме) у којој се појављују максимални напони, док интензитет еквивалентног напона остаје исти.

За ове две врсте попречних пресека (Сл. 8.11 и 8.12) поступак слагања напона прегледно је приказан у Табели 8.8.

Табела 8.8 Слагање напона за попречни пресек облика I профила и облика танке правоугаоне кутије

Оптерећење	Карактерист. пресека	Компоненте напона	Слагање напона
M_x	W_x	$\sigma_{z \max}^{\text{сав } x} = M_x / W_x$	$\sigma_z = \sigma_{z \max}^{\text{сав } x} + \sigma_{z \max}^{\text{сав } y} + \sigma_z^{\text{акс}} \downarrow$
M_y	W_y	$\sigma_{z \max}^{\text{сав } y} = M_y / W_y$	
N	A	$\sigma_z^{\text{акс}} = N / A$	
M_t	W_t	$\tau = M_t / W_t$	$\sigma_e = \sqrt{\sigma_z^2 + \alpha \cdot \tau^2}$

На крају овог поглавља се истиче да је било речи о најједноставнијем приступу израчунавању еквивалентног напона, приступу који је за циљ имао схватање физикалности овог проблема.

Пример 8.1

Одредити вредност еквивалентног напона у општим бројевима у пресеку (уклештењу) A према Хипотези највећег специфичног деформацијског рада промене облика за просторно оптерећени носач приказан скицом (Сл. 8.13). Попречни пресек носача је кружни. Занемарити утицај аксијалне силе.

Димензионисати попречни пресек ако је дато: $l=1$ m, $F=2$ kN, $\sigma_d=20$ kN/cm².

$$\text{За кружни попречни пресек: } W_x = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}; W_0 = \frac{\pi \cdot d^3}{16}.$$