

КОМПАРАТИВНИ ПРИКАЗ УПРОШЋЕНОГ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА И  
КОНАЧНОЕЛЕМЕНТНОГ МОДЕЛА СТРЕЛЕ ПРЕТОВАРНОГ МОСТА ЗА УГАЉCOMPARATIVE OVERVIEW OF SIMPLIFIED DYNAMIC AND FINITE ELEMENT  
MODEL OF BOOM STRUCTURE AT SPECIAL COAL STACKER-RECLAIMERЗоран Петковић, Влада Гашић<sup>1</sup>, Срђан Бошњак  
Zoran Petković, Vlada Gašić, Srđan Bošnjak

Научни рад

Динамички модели су веома важни за симулацију рада машина за механизацију. У овом раду приказана су два оригинална модела за анализу динамичког понашања стреле претоварног моста за угаљ. Први модел је упрошћени динамички модел са 2 степена слободe, а други је коначно елементни модел стреле. Приказана је њихова повезаност и обострана верификација и потребност, посебно у случају када не постоје експериментални подаци који би се искористили као реперни. Приказане су предности и мане сваког од модела које се укратко могу поставити кроз следеће: динамички модел има универзалост, обзиром да су променљиве дате у општим бројевима, али је разматрано само не-резонантно стање, док коначно елементни модел даје могућност за свеобухватну анализу али само за конкретан пример и ситуацију. Такође, добијени су главни динамички параметри који могу послужити за даљу анализу овог типа депонијских машина.

**Кључне речи:** стрела претоварног моста, динамички модел, коначноелементни модел, линијски елементи

*Idealized models are very important for simulation and determination of behaviour of some material handling machine. This paper considers two models for determination of dynamic behaviour of reclaiming boom. One is simplified mathematical model with 2 DOFs, and other is finite element model. It is shown mutual correlation between them, necessity and verification, especially in the case if there is not any experimental data which can be used. There are advantages and drawbacks of each model which can be in shortly described as universal character and basic analysis (non-resonance state) for mathematical model and advanced analysis with example character for FE model. Also, it is obtained some relevant dynamic parameters for reclaiming boom, which can produce more complex analysis of this type of machine.*

**Keywords:** stacker-reclaimer boom, dynamic model, FE model, beam elements

## 1. УВОД

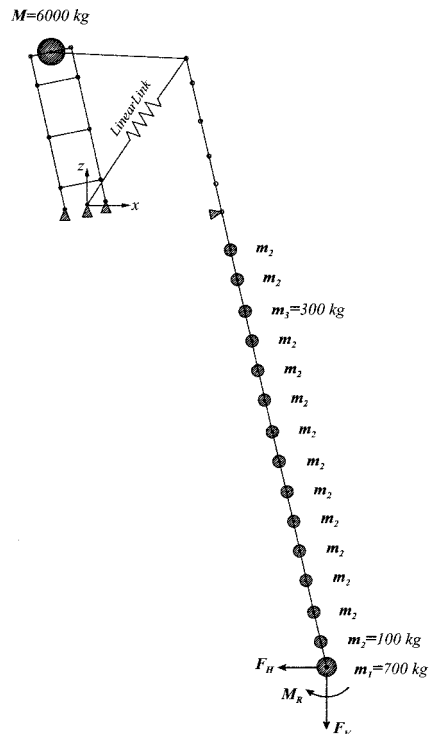
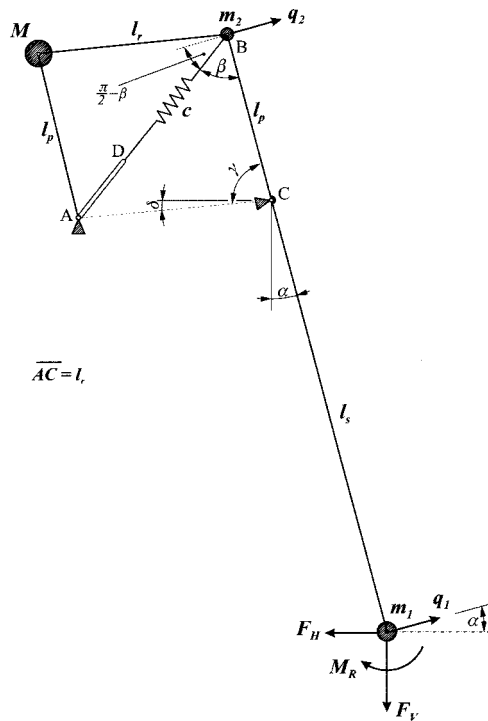
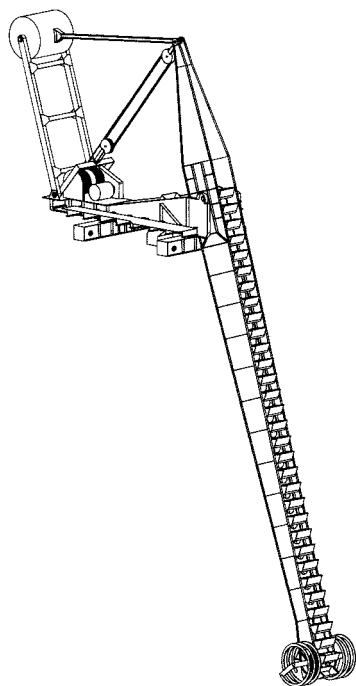
Симулацију рада неке машине увек вршимо на идеализованим динамичким моделима те машине, који у зависности од своје сложености, могу више или мање да презентују реалну ситуацију. Као што је познато, динамички модели су веома важни за постављање увида у динамичко понашање машина. Динамичко моделирање и анализа су посебно потребни код моделирања конструкција машина за механизацију типа дизалица, рото багера, транспортера итд. Претходне анализе истих показују велику динамичку нестабилност чак и код светски познатих произвођача. Све ово указује на неопходност добрих и верификованих модела ових машина. У овом раду дат је приказ и поређење математичког модела и коначноелементног модела за динамичку анализу носеће конструкције покретног елеватора, слика 1.а. Елеватор је захватни уређај на претоварном мосту за угаљ у термоелектрани, који припада специјалном типу депонијске машине. Примери овог типа машина се могу наћи у термоелектрани Колубара, (В.Црљени,

## 1. INTRODUCTION

Working simulation of some machine is always performed on idealized models of that machine and, depending of its complexity, can present more or less real situation. As known, dynamic models of machines are very important for analysis and provide the insight into the behaviour of machine. Dynamic analysis and modeling are extra needed at material handling machines, especially at cranes, bucket wheel excavators/reclaimers and other heavy machinery. Monitoring and past analysis of such machines showed dynamic instability even at world known producers of these machines. All of this point to necessity of good and verified models of this machines. In this paper there has been presented comparasion of mathematical and finite element model for determination of dynamic behaviour of reclaiming bucket chain boom, fig.1a. Reclaiming bucket chain boom is reclaiming device of coal unloading bridges in thermal plants, which belong to the group of bridge-type equipment with blending effect. These machines can be found in power plant Kolubara, (V.Crljeni, Srbija), where they work within

<sup>1</sup> Контакт адреса аутора (Address of authors): assistant Mr.-Ing. Vlada Gašić, Машински факултет Београд / Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Kraljice Marije 16, 11000 Београд / Belgrade, Србија и Црна Гора / Serbia and Montenegro, E-mail: vgasic@mas.bg.ac.yu

Србија), где раде на отвореној депонији угља у склопу система транспорта угља. Ови модели стреле, због специфичних конструктивно-технолошких решења њених саставних елемената, приказују основе моделирања машина за механизацију. Стрела је посматрана као самостални систем, што је својеврсна идеализација, јер је она саставни део преоварног моста [5].



Слика 1. Стрела претоварног моста

- а) Основни модел
- б) Упрошћени математички модел
- ц) Коначноелементни модел

Figure 1. Boom of bridge-type stacker-reclaimer

- а) Basic model
- б) simplified mathematical model
- ц) finite element model

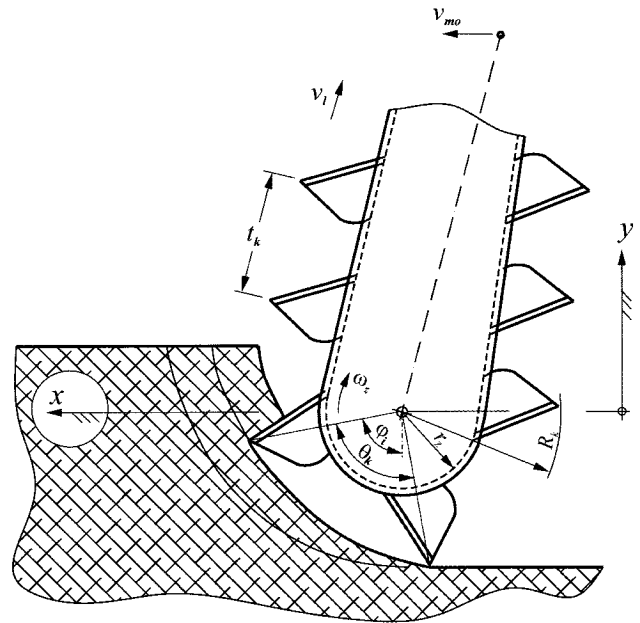
## 2. СПОЉАШЊЕ ОПТЕРЕЋЕЊЕ СТРЕЛЕ

Спољашња оптерећења стреле узрокована отпорима захватања угља имају, за разлику од других оптерећења, динамички карактер. Идентификација ових оптерећења код роторних ровокопача обухвата проблематику димензија одреска, специфичног отпора захватања угља, као и положаја компоненти оптерећења. Процес захватања угља се остварује сложеним кретањем кофица у зони затезне звезде, слика 2. Може се закључити да постоји директна аналогија кинематике захватног уређаја тј. стреле и кинематике захватног уређаја роторних ровокопача. Анализа која следи је потпуно аналогна анализи датој у [1,5]. Кретање кофица у зони захватања угља припада класи равнoг кретања, и може да се описује у било којој равни управној на осу обртања затезне звезде. У оквиру ове анализе, као основни показатељ отпора захватања угља, је усвојен специфични отпор сведен на јединицу површине одреска ( $k_\phi$ ). Периодичност уласка и изласка кофица је такође разматрана [1,5].

## 2. EXTERNAL LOADS ACTING UPON BOOM

External loads acting upon structure of bridge reclaimer, which are caused by resistances to coal reclaiming process are dynamic loads, unlike other loads. Identification of such loads, as at wheel excavating machines, considers the problems related to: chip section, specific resistance to digging and position of components of force resisting excavation.

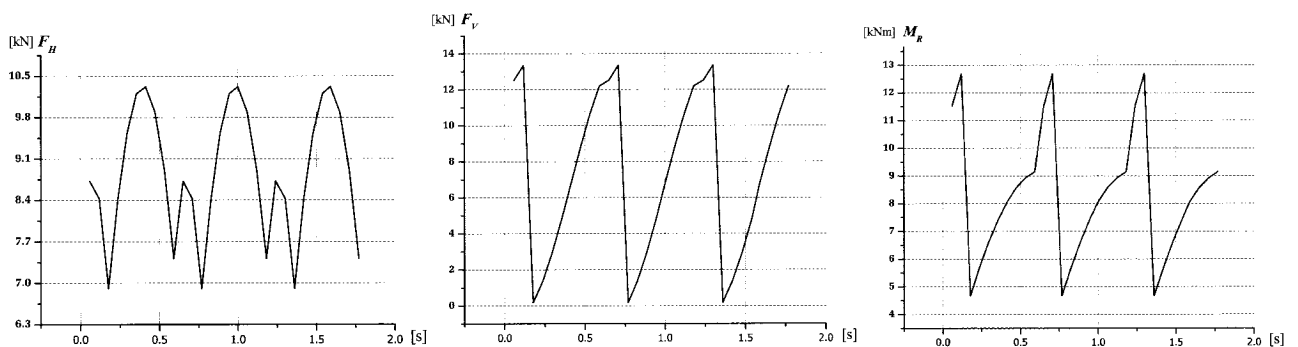
Coal reclaiming (excavating) process is happen within the zone of driven pulley, by complex motion of buckets, fig. 2. It can be concluded that motion of reclaiming device of bridge reclaimer is fully similar to motion of reclaiming device of bucket wheel excavator. Analysis that follows is fully analogous to presented analysis in [1,5]. Bucket movement within the coal reclaiming area is plane motion, and so can be described in any plane that is normal to driven pulley rotation axis. It is taken specific resistance to excavating per unit of chip area ( $k_F$ ) as basic attribute of coal reclaiming process. Periodic entrance and exit of bucket at reclaiming zone, as basic characteristic, is also considered [1,5].



Слика 2. Кретање кофица у зони захватања угља  
Figure 2. Bucket movement within the coal reclaiming zone

Цео алгоритам је обухваћен оригиналним софтвером [2] који даје дијаграме промене интензитета компоненти оптерећења изазваног отпором захватања угља за одређене параметре режима рада [5,6], приказане на следећим дијаграмима.

Whole described procedure is comprehended with original software [2], which gives magnitudes of dynamic loadings acting on the top of the boom, fig 1.b and fig. 1.c, showed on following charts and fully presented in [5,6].



Слика 3. Дијаграми промене интензитета хоризонталне, вертикалне компоненте оптерећења и момента отпора захватања угља, респективно  
Figure 3. Magnitude charts of horisontal, vertical dynamic loading component and moment of resistance to coal reclaiming, respectively

### 3. ДИНАМИЧКИ МОДЕЛ СТРЕЛЕ

Усвојени еквивалентни динамички модел стреле је приказан на слици 1.б. Носећа структура је дискретизована на гредне носаче и на 1 конзолни носач-захватни део стреле. Све претпоставке о карактеристичним масама на усвојеном моделу су дате у [5]. Стрела је посматрана као самостални систем који врши осцилације. Усвојене генерализане координате су померање врха стреле и померање пете стреле. Математичка формулација осциловања усвојеног модела постављена је применом Лангранжевих једначина друге врсте које

### 3. DYNAMIC MODEL OF BOOM

Dynamic model of boom structure of stacker-reclaimer is presented in figure 1.b. Boom structure is divided on beam elements and cantilever element that represent topp boom segment. All presumption, regarding the lumped masses, concentrate mass of counterweight and reduced mass on top of the boom, are given in [5]. The boom is considered as sole system.

This model is dealing with 2 DOF's, deflection of boom top  $q_1$  and deflection of boom bottom  $q_2$ .

Mathematical formulation of vibration of adopted model is set through Langranges equations of the

доведе до диференцијалне једначине

$$A \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} = Q$$

чије је решавање дато у [5,6], заједно са добијањем фреквентне једначине и фреквенција. Формирање израза за кинетичку и потенцијалну енергију система је такође приказано у [5,6]. Потенцијална енергија је одређена принципом суперпозиције деформација, а матрица крутости укључује и утицај променљивости попречног пресека стреле дуж распона [5]. Динамичка оптерећења, слика 3, је апроксимирана Фурејеовим редовима [5]. Решење диференцијалне једначине осциловања, у општим бројевима и у зависности од угла нагиба стреле је комплетно презентовано у [5]. Разматрају се само принудне осцилације без пригушења (јер нема пригушних елемената у моделу) обзиром да се слободне осцилације у реалним условима веома брзо пригушују. Решење важи за осциловање ван резонантне области.

### 3.1 РЕЗУЛТАТИ ДИНАМИЧКОГ МОДЕЛА

Математичка формулација осциловања је примењена у оригиналном софтверу у МатКЕД-у. За конкретан пример стреле и за угао нагиба од 15 степени добијени су следећи релевантни динамички одговори: сопствене кружне фреквенције

$$\omega = [9,6 \quad 32,3] \text{ s}^{-1},$$

модална матрица

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,11 & 2,18 \end{bmatrix}.$$

Промена генерализаних координата врха стреле и пете стреле у времену дата је на слици 6.

Динамички параметре за друге углове нагиба стреле презентовани су у прилогу [5].

## 4. КОНАЧНОЕЛЕМЕНТНИ МОДЕЛ СТРЕЛЕ

Конечно-елементни модел стреле је урађен у програмском пакету САП 2000 и приказан на слици 1.ц, за положај стреле када она гради угао од 15° са вертикалом. Сви елементи су моделирани као линијски елементи типа греде, осим ужетног система који је моделиран као опруга [3]. Због променљивости попречног пресека стреле, предњи део је подељен на 15, а задњи на 5 коначна елемента. Карактеристичне концентрисане масе су додате масама у чворовима, генерисањем самим програмским пакетом. Оптерећења на врху стреле задата су табеларно.

### 4.1 РЕЗУЛТАТИ КОНАЧНОЕЛЕМ. АНАЛИЗЕ

Као резултат имамо главне облике осциловања од којих су прва 4 приказана на слици 5. Занемарен је утицај виших фреквенци. Такође, добијена су временска померања свих чворова, при чему су померања врха стреле и пете стреле приказана на дијаграму на слици 7.

second part

$$A \cdot \ddot{q} + C \cdot \dot{q} = Q$$

and presented in [5,6], along with eigenvector analysis and determination of circular frequencies.

Kinetic energy and potential energy formulation is presented in [5,6]. It has to be point out that variability of boom section is included in stiffness matrix of the whole system, which is determined through the principle of deformation superposition [5]. Gained external loadings, fig.3, is inserted as periodic function described in Fourier series [5].

Solution of differential equation gives formulation of oscilating motions, with variability of its parameters, (alogn with inclination of boom  $\alpha$ ), and presented in [5]. It is only considered forced non-damped vibration (since there is not damping elements), concerning the fact that in real cases free vibration is easily damped. The solution considers non-resonance case of motion.

### 3.1 RESULTS OF DYNAMIC MODEL

Mathematical formulation of boom vibration motions is applied in original software in MathCAD. For real example of boom and for inclination angle of 15°, there are obtained relevante dynamic responces.

Circular frequencies, are as follows:

$$\omega = [9,6 \quad 32,3] \text{ s}^{-1}$$

Modal matrix is

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,11 & 2,18 \end{bmatrix}$$

Transversal oscilation charts for boom top and bottom are given in figure 6.

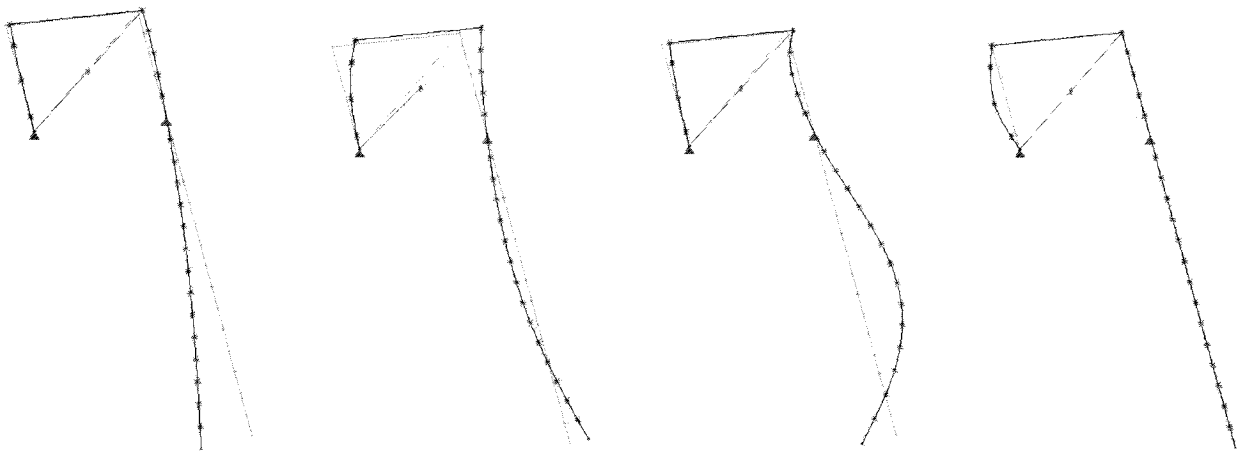
Dynamic responces for other inclination angles of boom are presented in appendix of [5].

## 4. FINITE ELEMENT MODEL OF BOOM

Finite element model of boom structure is done with FE analysis software SAP 2000, and presented in figure 1.c. Model is done for inclination angle of boom of 15°. All the elements are modeled as beam linear elements. Rope system is modeled with LinearLink element [3]. Top boom segment is divided into 15, and botom segment in 5 elements because of the variability of boom section. The concentrated masses of characteristic parts of boom are added to generated lumped system of masses [5]. The dynamic loadings are performed on top of the boom as time history functions.

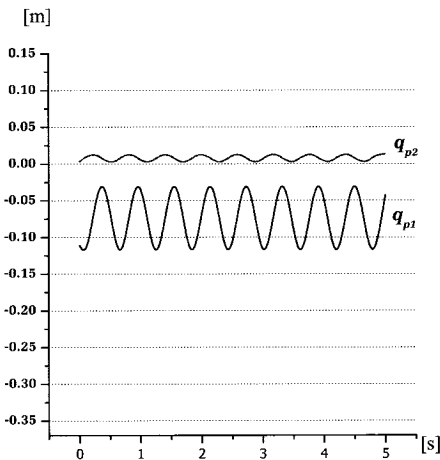
### 4.1 RESULTS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS

Modal shapes are determened with modal analysis, with 4 principle shapes, presented in figure 5. Modal shapes with higher frequencies are neglected. Nodal deflections, of boom top and boom bottom, are presented in figure 7, and includes results from time-history analysis.

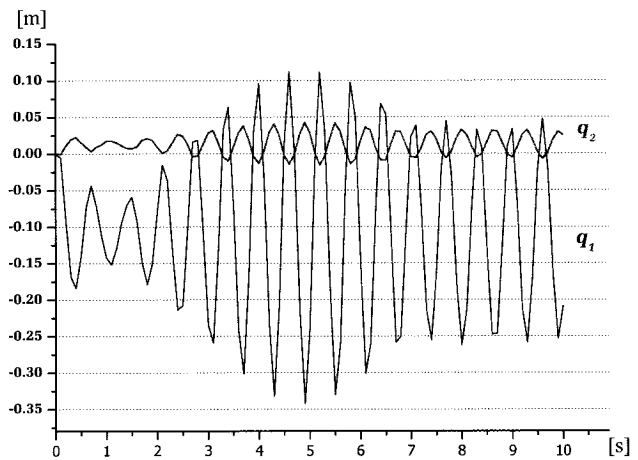


1. mode  $\omega_1 = 9,9rad / s$       2. mode  $\omega_2 = 34,7rad / s$       3. mode  $\omega_3 = 64,6rad / s$       4. mode  $\omega_4 = 153,4rad / s$

Слика 5. Главни облици осциловања/ Figure 5. Modal shapes



Слика 6. Генералисана померања/ Figure 6. Transversal oscillations



Слика 7. Померања чворова/ Figure 7. Nodal deflections

## 5. УПОРЕДНИ ПРИКАЗ РЕЗУЛТАТА

На основу претходног може се дати поређење релевантних резултата добијени математичким моделом и динамичком анализом програма за МКЕ. Разматрају се само прва 2 облика осциловања код КЕ модела приказана на слици 5, јер се 3 и 4. облик могу занемарити због виших фреквенци па самим тим и мањим утицајем на динамику стреле [8]. Разлике сопствених кружних фреквенци ових модела су дата у табели 5.1.

## 5. COMPARASION OF RESULTS

Now, it can be proceeded with comparasion of results gained with mathematical-dynamic model and finite element analysys for boom inclination angle of  $15^\circ$ . Into consideration it can be taken only two modal shapes, from FE model, fig. 5, because of the values of the gained frequencies (3rd and 4th frequency can be neglected from analysis because of high values [8]). Diferencies between circular frequencies gained by these 2 models are given in table 5.1.

Табела 5.1-Кружне фреквенције/ Table 5.1-Circular frequencies

| Вр. No. | Динамички модел<br>Dynamic model | КЕ модел<br>FE model | Одступање<br>error [%] |
|---------|----------------------------------|----------------------|------------------------|
| 1.      | 9,6                              | 9,9                  | 3                      |
| 2.      | 32,3                             | 34,7                 | 7                      |

Посматрањем облика прва 2 облика осциловања коначноелементног модела на слици 5 и модалне матрице динамичког модела може се приметити велика подударност. Евидентно је да померања карактеристичних тачака на стрели добијених на

According to the two modal shapes of FE model, presented in figure 5, and values in modal vectors it can be concluded that modal matrix follows modal shapes with high accuracy. But, if we compare deflections of characteristic boom

основу ова 2 модела, слике 6 и 7, одударају и једина сличност постоји код померања пете стреле. Средње вредности за оба случаја су веома сличне што указује на сличност статичких угиба, а самим тим и на добро постављање проблема. Велике разлике код померања врха стреле потичу од блискости основне фреквенце и фреквенце принуде код ове машине, па самим тим, због појаве резонанције, и мале разлике у фреквенцијама могу имати великог утицаја на скоковит облик дијаграма. Комплетна верификација оба модела је могућа само ван резонантне области.

## 6. ЗАКЉУЧАК

У претходном тексту приказана су два различита модела конструкције стреле претоварног моста: упрошћени математички модел и коначноелементни модел. Математички модел даје коначне једначине осциловања генерализаних тачака у општим бројевима, па самим тим има универзалан карактер и може се применити на сличним машинама или на фамилији машина за одређене анализе. Међутим, алгоритмом није обухваћена резонантна област што даје путоказ за даље усавршавање постојећег модела. Модел је веома погодан за математичку манипулацију с обзиром да су једначине у поменутом алгоритму 2 реда. Са аспекта фреквентне анализе може се рећи да је модел довољан. Коначноелементни модел је урађен за конкретан пример стреле и за специјалан положај. За тај положај он даје свеобухватну фреквенту анализу стреле и одзив система на динамичко оптерећење. Одговарајући резултати коначноелементног модела потврђују исправност и претпоставке математичког модела и довољност 2 степена слободе за одређивање фреквенција стреле. Може се закључити да су оба модела веома важна и потребна за адекватну динамичку анализу стреле посебно због њене динамичке нестабилности коју показује у пракси.

## LITERATURA / REFERENCES

- [1] Bošnjak, S.: *Bucket wheel trenchers* (in Serbian), Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2001.
- [2] Bošnjak, S., Jovković, M., Gašić, V.: *PREMO, Software for calculating the external loads caused by coal reclaiming process at bridge-type reclaimers*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2004.
- [3] Computers and structures, Inc.: *Sap 2000 Analysis reference manual*, Berkeley, California, Usa, 2002.
- [4] Dedijer, S., Petković, Z., Grujić, B.: *Design T-107, Working processes of heavy machinery*, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 1990.
- [5] Gašić V.: *Dynamic behaviour identification of bridge type stacker – reclaimer with bucket chain booms in power plants*, M. Sc. Thesis, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 2004.
- [6] Gašić V., Petković Z., Bošnjak S.: *Setting up the dynamic model of boom structure at bridge-type stacker-reclaimer*, V International conference of Heavy machinery 2005, Kraljevo, 2005.
- [7] Makar, M.: *Teorija bagerovanja rotornim bagerima*, Rudarski institut, Beograd, 1990.
- [8] Radosavljević, Lj.: *Theory of vibrations* (in Serbian), Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade 1981.
- [9] Spyarakos, C.: *Finite element modeling in engineering practice*, West Virginia Univ., Morgantown 1994.
- [10] Tuma, J., Munshi, R.: *Advanced structural analysis, Schaums outline series*, McGraw-Hill, Oklahoma 1971.
- [11] Wöhlbier, R.H.: *Stacking, Blending, Reclaiming of Bulk Materials*, Trans Tech Public., First Edition 1977.

Овај рад представља део истраживања у оквиру пројекта Технолошког Развоја TR 6344 "Истраживање, развој и конструкција машина за претовар и складиштење контејнера и расутих материјала", подржан од Министарства за науку и заштиту животне средине Републике Србије.

This paper is a part of the research project in the field of technological development TR 6344 "Research, development and construction of machines for handling and stocking of containers and bulk materials", supported by Serbian Ministry of Science and Environmental Protection.

points for two models (charts in figure 6 and 7) we can see only resemblance for motion of boom bottom, i.e  $q_2$ . Medium values for both cases are nearly the same which approves static deflection due to external loading acting on the boom structure. Big differences at  $q_1$  comes from the fact that natural frequency is very close to the forced frequency of this machine, and even small differences can take effect upon displacement in case of resonance. So, complete verification of dynamic model with finite element model comes only in non-resonance case of vibration of boom.

## 6. CONCLUSION

In previous text there are presented two models for boom of special stacker-reclaimer: dynamic and finite element model. Dynamic model gives final solution of transversal oscillations of characteristic points in general numbers. Therefore, it has universal character and can be taken for different variables and so can produce adequate analysis for similar machines or family of machine. However, mathematical algorithm doesn't include resonance case and in that sense it can be improved. This model is very convenient because of only 2 dof's which is not of big mathematical volume, and most suitable for frequency analysis. Finite element model is done for specific example of boom and for specific inclination angle. However, it gives mode shapes with adequate frequencies and time-history response of structure subjected to dynamic loadings. Also, it enables further stress/deformation analysis for this case. Relevant results from FE model highly verify the dynamic model and approve simplification of model with only 2 dof's for frequency determination. It can be concluded that both the models are needed and necessary for comprehensive dynamic analysis of this machine which particularly shows dynamic instability in practice.