

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

ШЕСТА МАТЕМАТИЧКА КОНФЕРЕНЦИЈА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ

КЊИГА АПСТРАКАТА

Пале, 21-22. мај 2016.

UNIVERSITY OF EAST SARAJEVO
MATHEMATICAL SOCIETY OF THE REPUBLIC OF SRPSKA

6th MATHEMATICAL CONFERENCE
OF THE REPUBLIC OF SRPSKA

BOOK OF ABSTRACTS

Pale, 21-22 May 2016.

**ШЕСТА МАТЕМАТИЧКА КОНФЕРЕНЦИЈА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ**

Издавач:

Филозофски факултет Пале
Универзитет у Источном Сарајеву

За издавача:

Доц. др Драга Мاستиловић

Главни уредник:

Проф. др Миленко Пикула

Технички уредник и компјутерски слог:

др Дарко Дракулић

ISBN 978-99938-47-79-3

COBISS.RS-ID 5843736

Пале, мај 2016.

Пленарно предавање / Plenary speaker

DRAGAN MARUŠIČ

University of Primorska, Kopar, Slovenia

**VERTEX TRANSITIVE GRAPHS: WHY SEMIREGULARITY
MATTERS**

In this talk I will discuss a still open problem of existence of semiregular automorphisms in vertex-transitive (di)graphs (that is, a non-identity automorphism with all orbits of the same size) and its generalization to 2-closed groups. The problem is now known as the Polycirculant conjecture. In particular, I will focus on the importance of existence of semiregular automorphisms to certain other open problems in graph theory.

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЈА

ALGEBRA AND GEOMETRY

GREJEM-HAUTONOVİ GRAFOVI I PRIMJENE

Jelena Radović

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet

Grejem-Hautonov graf polugrupe je bipartitini graf dodijeljen kompletnoj 0-prostoj polugrupi, posmatranoj kao Risova matricna polugrupa. Ovaj pojam je prvi uveo Grejem u radu *On finite 0-simple semigroups and graph theory* iz 1968. Problem određivanja ranga Risove matricne polugrupe se ovim metodom sveo na problem iz teorije grafova. U radu dajemo pregled primjene Grejem-Hautonovih grafova za određivanje ranga glavnih faktora nekih polugrupa kao što su polugrupa transformacije T_n , polugrupa matrica $M_n(F)$ i polugrupa particija P_n . Takođe predstavljamo pokušaj primjene ovog metoda na druge, povezane tipove polugrupa, te izučavamo opštu strukturu Grejem-Hautonovih grafova.

ON SOME PROPERTIES OF SKEW RINGS

Dušan Jokanović, Marina Milićević

University of East Sarajevo, Faculty of Production and Management Trebinje

In this paper R denotes an associative ring with identity. We use the notion $R[x; \sigma]$, for some endomorphism σ to denote skew polynomial ring, with the ordinary addition and the multiplication subject to the relation $xr = \sigma(r)x$. When σ is an automorphism, $R[x, x^{-1}; \sigma]$ denotes skew Laurent polynomial ring with the multiplication subject to the relation $x^{-1}r = \sigma^{-1}(r)x$. A ring R is Armendariz if $f(x)g(x) = 0$ implies $a_i b_j = 0$, for all polynomials $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ and $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ from $R[x]$. We also consider a skew armendariz rings and weak skew armendariz rings as a generalizations of Armendariz rings. Ring R is called σ -skew Armendariz if $f(x)g(x) = 0$ implies $a_i \sigma^i(b_j) = 0$, for all $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ and $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ is from $R[x; \sigma]$. As a generalization of σ -skew Armendariz rings, we introduce a notion of weak σ -skew Armendariz ring R as a ring in which $f(x)g(x) = 0$ implies $a_i \sigma^i(b_j)$ is the nilpotent element of R for all $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ and $g(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ is from $R[x; \sigma]$. Main result of this paper is the possibility of extending armendariz

property from ring R to factor ring and skew ring. The R is σ -skew Armendariz ring if and only if $R[x, x^{-1}; \sigma]$ is σ -skew Armendariz ring. It is well known that if R and S are rings, and σ is an isomorphism of rings R and S , and R is α -skew Armendariz ring, then S is $\sigma\alpha\sigma^{-1}$ -skew Armendariz ring. Our main result is a variant of this theorem for weak skew-Armendariz rings. We also prove some variant of extending armendariz property on matrix rings.

ИЗОМОРФИЗАМ ЈЕДНЕ КЛАСЕ ПИТАГОРИНИХ ТРОЈКИ СА ПРСТЕНОМ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА

Милан Живановић

Висока школа струковних студија за образовање васпитача

Александар Липковски

Математички факултет Београд

Проблем Питагориних тројки је једна од најинтересантнијих, па стога и најексплоатисанијих тема у математици. Почев од првих античких цивилизација па до данашњих дана ова тематика је изучавана са различитих аспеката. Најпре су то била одређивања разних параметризација, преко изучавања особина, па све до увођења операција и релација, и испитивања алгебарских структура на целом скупу Питагориних тројки, или неким његовим специјалним подскуповима. Најчешће су увођене мултипликативне операције које са скупом Питагориних тројки творе полугрупу. У неколико случајева операције су задовољавале и додатне особине па су добијане и групе Питагориних тројки (Eckert, Krylov, Kulzer). У овом раду ће бити уведене мултипликативна и адитивна операција које на једној класи Питагориних тројки чине прстен изоморфан прстену целих бројева.

Литература

1. М. Живановић, „Алгебра Питагориних тројки“, Споменица академика Веселина Перића, АНУРС, Бања Лука, стр. 525-535. (2011)
2. М. Живановић, „Релације и аритметичке операције на једној класи Питагориних троуглова“, Трећа МКРС, Требиње, стр. 97-102. (2013)
3. М. Živanović, A. Lipkovski, „Pythagorean triples and their algebraic structure“, Internacional Congress on Mathematics MICOM-2015, abstracts, pg. 40-41. Athens, Greece (2015)

-
4. E. J. Eckert, „The Group of Primitive Pythagorean Triangles. “, Math. Mag. 57, pg. 22-27. (1984)
 5. N. A. Krylov, L. M. Kulzer, „The group of primitive almost pythagorean triples“, Involve, Vol.6, No. 1, pg. 13–24,(2013)

O NEKOMUTATIVNIM PARAGRADUIRANIM PRSTENIMA

Emil Ilić-Georgijević

Univerzitet u Sarajevu, Građevinski fakultet

Mirjana Vuković

Akademija nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine

Dajemo pregled dosadašnjih istraživanja iz oblasti nekomutativnih paragra-
duiranih prstena. Kao centralni rezultat ističemo Vederbern–Artinovu teo-
remu za paragra-
duirane prstene. Osnovni gradivni elementi navedene teo-
reme predstavljaju Šurova lema i paragra-
duirani Džekopsonov radikal. Na-
pomenimo da je u procesu posmatrana kategorija paragra-
duiranih prstena
s istim skupom gradusa sa homomorfizmima određenog gradusa. Takođe,
predstavićemo i neka otvorena pitanja.

ОПТИМИЗАЦИЈА ЗБИРА КВАДРАТА СТРАНИЦА, ЗБИРА КВАДРАТА ДИЈАГОНАЛА И ПОВРШИНЕ У КОНВЕКСНИМ ОСМОУГЛОВИМА

Марко Титић

Филозофски факултет Пале

Видан Говедарица

Електротехнички факултет Источно Сарајево

Познато је да збир квадрата дијагонала конвексног четвороугла није
мањи од четвороструке његове површине и да није већи од збира квадрата
његових сртаница. У раду се доказују аналогне неједнакости између
одговарајућих величина у конвексном осмоуглу. У том циљу је скуп

дијагонала осмоугла разбијен на три дисјунктне класе. На крају су добијене неједнакости разматране и на скупу конвексних цјелобројних осмоуглова.

ODD AUTOMORPHISMS IN VERTEX-TRANSITIVE GRAPHS

Klavdija Kutnar, Ademir Hujdurović, Dragan Marušič
University of Primorska

An automorphism of a graph is said to be *even/odd* if it acts on the set of vertices as an *even/odd* permutation. In this talk some recent results in regards to the problem about the existence of odd automorphisms in vertex-transitive graphs will be considered. Partial results for certain classes of vertex-transitive graphs, in particular for Cayley graphs, will be presented.

АНАЛИЗА

MATHEMATICAL ANALYSIS

SPEKTAR JEDNE KLASSE DIFERENCIJALNIH OPERATORA

Vladimir Vladičić

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet Pale

Nebojša Đurić

Univerzitet u Banja Luci, Arhitektonsko-građevinsko-geodetski fakultet

U ovom radu se istražuje operator:

$$Ly := -y''(x) + q(x)y(x - \tau) + f(x), q \in L^2[0, \pi], f \in L^2[0, \pi],$$

definisan na skupu:

$$S = \{y|y : (-\infty, \pi] \rightarrow C; y \in D^2(0, \pi); y(x) = 0, x \leq 0, y(\pi) = 0\}.$$

Ispituje se spektar ovog operatora, preciznije pokazaćemo da je spektar prebrojiv skup sa tačkama nagomilavanja $\pm\infty$. Takođe ispitaćemo asimptotsko ponašanje spectra.

Literatura

1. Milenko Pikula, Vladimir Vladičić, Olivera Marković „A solution to the inverse problem for the Sturm-Liouville-type equation with a delay,,
Филомат, 27:7 Универзитет у Нишу, Србија, стр 1237-1245,(2013)
2. Milenko Pikula, Vladimir Vladičić “О једном диференцијалном оператору и његовим својственим вриједностима“ ,Зборник радова са Прве математичке конференције Републике Српске, Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву, Пале. стр 7-12(2012)
3. Milenko Pikula, Vladimir Vladičić, Dragana Nedić “Inverse problems for Sturm-Liouville differential operators with a homogeneous delay“, Siberian Mathematical Journal, Vol 55, No 2, Springer, стр 301-308 (2014)

O INTEGRABILNOSTI FUNKCIJE IZVODA INVERZNE *KANTOROVE* FUNKCIJE

Branko Sarić

Visoka škola tehničkih strukovnih studija, Čačak, Srbija

Esad Jakupović

Univerzitet Apeiron, Banja Luka, Bosna i Hercegovina

Na osnovu definisane vrednosti sume ostataka funkcija sa prekidom, a koristeći se totalnim *Rimanovim* integralom, u radu se, kao glavni rezultat, pokazuje da se *Njutn-Lajbnicova* formula može primeniti na funkciju, koja je inverzna funkcija *Kantorove* funkcije i njenu funkciju izvoda, na jediničnom intervalu, uprkos činjenici da inverzna funkcija *Kantorove* funkcije nije i apsolutno neprekidna funkcija na tom intervalu.

STATISTICAL CLUSTER POINT RESULTS

Harry Miller

International University of Sarajevo

Hot, new, statistical cluster point theorems for single and double sequences.

INVERZNI PROBLEM ŠTURM-LIUVILOVOG OPERATORA SA KONSTANTNIM KAŠNJENJEM,

$$\tau \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Milenko Pikula, Vladimir Vladičić, Olivera Marković

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet Pale

Univerzitet u Kragujevcu, Učiteljski fakultet Užice

U ovom radu se istražuje granični zadatak:

$$-y''(x) + q(x)y(x - \tau) = \lambda y(x)$$

gdje je $x \in [0, \pi]$, $\tau \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$, $q \in L^2[0, \pi]$.

Početna funkcija $y(x) = \varphi(x)$, $x \in (-\tau, 0)$ je poznata.

Zajedno sa graničnim uslovima $y'(0) - hy(0) = 0$, $y'(\pi) + Hy(\pi) = 0$, $h, H \in \overline{\mathbb{R}}$.

Pokazuje se da na osnovu dva spektra koje dobijamo varijacijom graničnog uslova na desnom kraju određujemo potencijal.

Literatura

-
1. V.Vladičić, M.Pikula “Inverse problems for Sturm-Liouville-type differential equation with a constant delay”*Šarajevo Journal of Mathematics*, (2016) in press
 2. G.Freiling, V.A.Yurko “Inverse problems for Sturm-Liouville differential operators with a constant delay”, *Applied Mathematics Letters* 1999-2004, (2012)

ЈЕДНО УОПШТЕЊЕ КОМПАКТНИХ И ПОВЕЗАНИХ ПРОСТОРА

Небојша Елез, Огњен Папаз
Универзитет у Источном Сарајеву

У раду се даје једно уопштење компактних и повезаних тополошких простора. Наиме, компактни и повезани простори имају сличне особине, да су као класе затворени у односу на тополошки производ и непрекидну слику. Посматрани простори у раду су минимална класа тополошких простора која садржи компактне и повезане просторе и има наведене особине. То је и доказано у случају потпростора реалне праве. Такође су дате и друге особине и карактеризације посматраних простора.

MULTIVALUED MAPPINGS AND FIXED POINT RESULTS USING INTEGRAL TYPE OF CONTRACTION

Tatjana Došenović¹, Biljana Carić², Dušan Rakić¹

¹ Faculty of Technology, Bulevar cara Lazara 1, University of Novi Sad, Serbia

² Faculty of Technical Science, Trg Dositeja Obradovića 6, University of Novi Sad, Serbia

In paper (A. Branciari, *A fixed point theorem for mappings satisfying a general contractive condition of integral type*, IJMMS 29:9 (2002) 531-536) is generalized Banach contraction principle using the integral type of contraction. This study gives new opportunities for application of fixed points techniques on solving integral equations. In this paper, inspired by mention result, we prove a fixed point theorems in complete metric space for contractive type mappings. This is done using admissible mappings in integral settings.

INVERSE PROBLEM FOR DIFFERENTIAL PENCILS ON HEDGEHOG-TYPE GRAPHS WITH DIRICHLET BOUNDARY CONDITIONS

Yurko Vjacheslav

Saratov University, Russia

We study boundary value problems on hedgehog-type graphs for second-order ordinary differential equations with nonlinear dependence on the spectral parameter. We establish properties of the spectral characteristics and investigate the inverse spectral problem of recovering the coefficients of the differential pencil from the spectral data. For this inverse problem we prove a uniqueness theorem and provide a procedure for constructing its solution.

Consider a compact graph G in \mathbf{R}^m with the set of edges $\mathcal{E} = \{e_0, \dots, e_r\}$, where e_0 is a cycle, $\mathcal{E}' = \{e_1, \dots, e_r\}$ are boundary edges. Let $\{v_1, \dots, v_{r+N}\}$ be the set of vertices, where $V = \{v_1, \dots, v_r\}$, $v_k \in e_k$, are boundary vertices, and $U = \{v_{r+1}, \dots, v_{r+N}\}$ are internal vertices, $U = \mathcal{E}' \cap e_0$. The cycle e_0 consists of N parts: $e_0 = e_{r+1} \cup \dots \cup e_{r+N}$, $e_{r+k} = [v_{r+k}, v_{r+k+1}]$, $k = \overline{1, N}$, $v_{r+N+1} := v_{r+1}$. Each boundary edge e_j , $j = \overline{1, r}$ has the initial point at v_j . The set \mathcal{E}' consists of N groups of edges: $\mathcal{E}' = \mathcal{E}_1 \cup \dots \cup \mathcal{E}_N$, $\mathcal{E}_k \cap e_0 = v_{r+k}$. Let T_j be the length of the edge e_j , $j = \overline{1, r+N}$, and $T := T_{r+1} + \dots + T_{r+N}$. Put $b_k = T_{r+1} + \dots + T_{r+k}$, $k = \overline{1, N}$. Each edge e_j , $j = \overline{1, r+N}$ is parameterized by the parameter $x_j \in [0, T_j]$, and $x_j = 0$ corresponds to v_j . The cycle e_0 is parameterized by $x \in [0, T]$, where $x = x_{r+j} + b_{j-1}$ for $x_{r+j} \in [0, T_{r+j}]$, $j = \overline{1, N}$.

A function Y on G is represented as $Y = \{y_j\}_{j=\overline{1, r+N}}$, where $y_j(x_j)$, $x_j \in [0, T_j]$, is defined on e_j . The function $y(x)$ on e_0 is defined by $y(x) = y_{r+j}(x_{r+j})$, $j = \overline{1, N}$. Let $Q = \{q_j\}_{j=\overline{1, r+N}}$ and $P = \{p_j\}_{j=\overline{1, r+N}}$ be complex-valued functions on G , $q_j(x_j) \in L(0, T_j)$, $p_j(x_j) \in AC[0, T_j]$. The functions $q(x)$, $p(x)$, $x \in [0, T]$ on the cycle are defined by $q(x) = q_{r+j}(x_{r+j})$, $p(x) = p_{r+j}(x_{r+j})$, $j = \overline{1, N}$. Consider the differential equation on G :

$$y_j''(x_j) + (\rho^2 + \rho p_j(x_j) + q_j(x_j))y_j(x_j) = 0, \quad x_j \in [0, T_j], \quad j = \overline{1, r+N}, \quad (1)$$

where the functions y_j, y_j' , $j = \overline{1, r+N}$, are absolutely continuous on $[0, T_j]$ and satisfy the following matching conditions in each internal vertex $v_{\mu+1}$, $\mu = \overline{r+1, r+N}$:

$$y_{\mu+1}(0) = \alpha_j y_j(T_j) \text{ for all } e_j \in \mathcal{E}'_{\mu-r+1},$$

$$y'_{\mu+1}(0) - h_{\mu+1}y_{\mu+1}(0) = \sum_{e_j \in \mathcal{E}'_{\mu-r+1}} \beta_j y'_j(T_j), \quad (2)$$

$y_{r+N+1} := y_{r+1}$, $h_{r+N+1} := h_{r+1}$, $\mathcal{E}_{N+1} := \mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}'_{\mu-r+1} := \mathcal{E}_{\mu-r+1} \cup e_\mu$; α_j, β_j and h_j are complex numbers, and $\alpha_j \beta_j \neq 0$. Consider the problem B_0 on G for equation (1) with conditions (2) and $y_j(0) = 0$, $j = \overline{1, r}$. Denote by $\mathcal{P}_0 = \{\rho_{n0}\}_{n \in \mathbf{Z}}$ the eigenvalues of B_0 . Let $\mathcal{P}_{\nu_1, \dots, \nu_p} := \{\rho_{n, \nu_1, \dots, \nu_p}\}_{n \in \mathbf{Z}}$ be the eigenvalues of the problem B_{ν_1, \dots, ν_p} , $p = \overline{1, r}$, $1 \leq \nu_1 < \dots < \nu_p \leq r$ for equation (1) with conditions (2) and $y'_k(0) = 0$, $k = \nu_1, \dots, \nu_p$, $y_j(0) = 0$, $j = \overline{1, r}$, $j \neq \nu_1, \dots, \nu_p$. Let Ω be the Ω -sequence. We choose and fix one edge $e_{\xi_i} \in \mathcal{E}_i$ from each block \mathcal{E}_i , $i = \overline{1, N}$. Denote by $\xi := \{k : k = \xi_1, \dots, \xi_N\}$ the set of indices ξ_i , $i = \overline{1, N}$. Let α_j and β_j , $j = \overline{1, r+N}$, be known a priori. The inverse problem is formulated as follows.

Inverse problem. Given \mathcal{P}_k , $k = \overline{0, r}$, $\mathcal{P}_{\nu_1, \dots, \nu_p}$, $p = \overline{2, N}$, $1 \leq \nu_1 < \dots < \nu_p \leq r$, $\nu_j \in \xi$, and Ω , construct (P, Q) on G and h_j , $j = \overline{r+1, r+N}$.

Theorem 1. *The specification of \mathcal{P}_k , $k = \overline{0, r}$, $\mathcal{P}_{\nu_1, \dots, \nu_p}$, $p = \overline{2, N}$, $1 \leq \nu_1 < \dots < \nu_p \leq r$, $\nu_j \in \xi$, and Ω uniquely determines (P, Q) on G and h_j , $j = \overline{r+1, r+N}$.*

An algorithm for the solution of this inverse problem is also obtained.

Acknowledgment. This work was supported by Grants 1.1436.2014K and 2014/203-1617 of the Russian Ministry of Education and Science and by Grant 16-01-00015 of Russian Foundation for Basic Research.

СВОЂЕЊЕ ИНВЕРЗНОГ ПРОБЛЕМА СА ХОМОГЕНИМ КАШЊЕЊЕМ НА РЈЕШАВАЊЕ ВОЛТЕРОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ

Драгана Неђић

Универзитет у Источном Сарајеву, Саобраћајни факултет Добој

Раде Лазовић

Универзитет у Београду, Факултет организационих наука Београд

Разматра се гранични проблем

$$-y''(x) + q(x)y(\alpha x) = \lambda y(x), q \in L_2[0, \pi], \alpha \in (0, 1) \quad (1)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0 \quad (2)$$

$$y'(\pi) + H_j y(\pi) = 0, j = 1, 2, h, H_j \in R \quad (3)$$

-
1. Конструише се рјешење граничних задатака (1), (2) и (3);
 2. Конструишу се карактеристичне функције $F_j(z)$, $z \in C$, $j = 1, 2$;
 3. Конструише се асимптотика сопствених вриједности;
 4. Методом карактеристичних функција конструише се низ нелинеарних Волтерових једначина по непознатом потенцијалу на низу подсегмената сегмента $[0, \pi]$.

ON SYMMETRIC APPROACH TO FIXED POINT THEORY ON PROBABILISTIC METRIC SPACES

Vesna Mišić

University of East Sarajevo - Faculty of Transport and Traffic Engineering

Ivan D. Arandžević

University of Belgrade - Faculty of Mechanical Engineering

In this talk we present one simple and unified approach to the fixed point results on probabilistic metric spaces.

KVAZI-HILBERTOVI PROSTORI

Sead Peco, Amina Šahović

University "Džemal Bijedić" Mostar, GF

Fikret Vajzović

University of Sarajevo, PMF

Cilj rada je opravdati davanje naziva kvazi- Hilbertovi prostori refleksivnim, striktno konveksnim Banachovim prostorima sa Gateaux- diferencijabilnom normom i generalisanim skalarnim proizvodom od strane autora A. Šahović i F. Vajzović.

LOGARITHMIC RAPIDLY VARYING SEQUENCES AND SELECTION PRINCIPLES

Valentina Timotić

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy Pale, Bosnia and Herzegovina

Nada Damljanović, Dragan Đurčić

University of Kragujevac, Faculty of Technical Sciences Čačak, Serbia

In this paper we will introduce a strict subclass of rapidly varying sequences (logarithmic rapidly varying sequences), motivated by issues in the information theory (self-information of the system). We will prove some of its basic properties. In the main result of this paper we will prove that the Rothberger's and Kocinac's selection principle holds, when this class is on the second coordinate, and on the first coordinate we have the class of positive and unbounded sequences.

ON SUMMATION OF p -ADIC FUNCTIONAL SERIES

Branko Dragović

Institute of Physics, University of Belgrade;

Mathematical Institute SANU, Belgrade

We consider summation of some functional series, which terms contain factorials. Finite sums for integer arguments have the same values in real and p -adic cases. The corresponding infinite functional series are divergent in the real case, but they are convergent and have p -adic invariant sums in the p -adic cases. We performed summation for a large class of p -adic functional series in integer points. For details, see paper [1] and references therein.

[1] B. Dragovich, Andrei Yu. Khrennikov and Nataša Ž. Mišić: *Summation of p -Adic Functional Series in Integer Points*. Accepted for publication in FILOMAT. arXiv:1508.05079 [math.NT].

АБЕЛОВИ ИНТЕГРАЛИ И ТРОУГАОНА РЕШЕЊА ШЛЕЗИНГЕРОВИХ СИСТЕМА РАНГА 2

Владимир Драговић
МИ САНУ/УТ Далас

Представљамо алгебарско-геометријска троугаона решења Шлезингерових система ранга 2 помоћу периода холоморфних диференцијала на хиперелиптиким кривама. У случају рода 1, користећи наведена решења, дајемо две фамилије решења Пенлевеове VI јеначине са параметрима $(1/8, -1/8, 1/8, 3/8)$. Оварешења се изражавају једноставно у терминима периода Абелових диференцијала на елиптичким кривама. Резултати су заједнички са Василисом Шрамченко. Истраживања су делимично подржана од стране пројекта 174020, а делимично од стране НСФ пројекта 1444147.

Референце: V. Dragovic, V. Shramchenko, Algebro-geometric solutions to triangular Schlesinger systems, 2016, arXiv: 1604.01820 V. Dragovic, V. Shramchenko, Algebro-geometric solutions of the Schlesinger systems and the Poncelet polygons in higher dimensions, 2015, arXiv: 1506.06301

DECOMPOSITION OF $G_\alpha^\alpha(\mathbb{R}_+^d)$ AND $g_\alpha^\alpha(\mathbb{R}_+^d)$ KERNELS INTO KERNELS OF SIMILAR CLASS

Smiljana Jakšić

Faculty of Forestry, University of Belgrade

Snježana Maksimović

Faculty of Electrical Engineering, University of Banja Luka

The aim of this paper is to prove that any linear operator with kernel in the spaces $G_\alpha^\alpha(\mathbb{R}_+^d)$, $\alpha \geq 1$ and $g_\alpha^\alpha(\mathbb{R}_+^d)$, $\alpha > 1$, respectively, is a composition of two operators in the same class.

ON RECOVERING INTEGRO-DIFFERENTIAL OPERATORS WITH A JUMP CONDITION

Sergey Buterin

Department of Mathematics and Mechanics, Saratov State University

Let $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ be the spectrum of the boundary value problem $L = L(H, h, \alpha)$:

$$\ell y := iy' + \int_0^x H(x-t)y(t) dt = \lambda y, \quad x \in (0, \pi/2) \cup (\pi/2, \pi), \quad (1)$$

$$y(\pi/2 + 0) = \alpha y(\pi/2 - 0), \quad (2)$$

$$hy(0) = y(\pi), \quad (3)$$

where $H(x)$ is a complex-valued function, $(\pi-x)H(x) \in L_2(0, \pi)$, $h \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ and $\alpha \in \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$. By the known method (see, e.g., [1]) one can prove the following theorem.

Theorem 1. *Eigenvalues of the problem L have the form*

$$\lambda_k = 2k + \omega + \kappa_k, \quad \{\kappa_k\} \in l_2. \quad (4)$$

Moreover, $\omega = (i\pi)^{-1}(\ln \alpha - \ln h)$.

The following inverse problem is studied: Given $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ and α , find $H(x)$ and h . The most complete results in the inverse spectral theory have been obtained for differential operators (see a survey in [1]). In particular, inverse problems for the Sturm-Liouville operator with jump conditions were studied in [2, 3]. Some aspects of inverse problems for differential operators without jump conditions were studied in [4–9] and other papers. The main result of the present work is the following theorem.

Theorem 2. *Let $\alpha \in \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$ be given. Then for an arbitrary sequence of complex numbers $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ of the form (4) there exists a unique (up to values on a set of measure zero) function $H(x)$, $(\pi-x)H(x) \in L_2(0, \pi)$, and a unique number $h \neq 0$ such that $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ is the spectrum of the boundary value problem $L(H, h, \alpha)$ of the form (1)–(3).*

Remark. The proof is constructive and gives an algorithm for solving the inverse problem.

Acknowledgments. This research was supported in part by RFBR (Grants 15-01-04864, 16-01-00015) and by the Ministry of Education and Science of RF (Grant 1.1436.2014K).

References

1. Yurko V.A. *Method of Spectral Mappings in the Inverse Problem Theory*, Inverse and Ill-posed Problems Series. VSP, Utrecht, 2002.
2. Yurko V.A. On boundary value problems with jump conditions inside the interval, *Diff. Eqns.* 36 (2000) no. 8, 1266-1269.
3. Freiling G. and Yurko V.A. *Inverse spectral problems for singular non-selfadjoint differential operators with discontinuities in an interior point*, *Inverse Problems* 18 (2002) 757–773.
4. Yurko V.A. *An inverse problem for integro-differential operators*, *Math. Notes* 50 (1991) no.5-6, 1188–1197.
5. Buterin S.A. *On an inverse spectral problem for a convolution integro-differential operator*, *Res. Math.* 50 (2007) no.3-4, 173–181.
6. Kuryshova Ju.V. *Inverse spectral problem for integro-differential operators*, *Math. Notes* 81 (2007) no.6, 767–777.
7. Buterin S.A. *On the reconstruction of a convolution perturbation of the Sturm-Liouville operator from the spectrum*, *Diff. Eqns.* 46 (2010) 150–154.
8. Yurko V.A. *An inverse spectral problems for integro-differential operators*, *Far East J. Math. Sci.* 92 (2014), no.2, 247–261.
9. Buterin S.A. and Choque Rivero A.E. *On inverse problem for a convolution integro-differential operator with Robin boundary conditions*, *Appl. Math. Lett.* 48 (2015), 150–155.

АНАЛИЗА ОГРАНИЧЕНОСТИ ДВИЈЕ КЛАСЕ РЕАЛНИХ НИЗОВА

Видан Говедарица¹, Томислав Б. Шекара², Марко Ћитић³, Марко Бошковић¹

¹ Електротехнички факултет Источно Сарајево

² Електротехнички факултет Београд

³ Филозофски факултет Пале

У раду се разматрају двије класе реалних низова. У првој класи је општи члан низа дат у облику производа n разломака облика $k/(k+1)$, гдје је k природан број, а бројиоци (и имениоци) ових разломака чине аритметичку прогресију. У другој класи је општи члан низа дат у облику збира реципрочних вриједности k -тих степена првих n природних бројева, или првих n непарних природних бројева.

За низове из ових класа налазе се добра ограничења, и са доње и са горње стране, у погодном одабраној класи низова са два параметра. Параметри се

бирају као најбољи могући да би се неједнакост могла доказати математичком индукцијом. При томе је занимљиво да се слабије неједнакости, које се добијају за неки други избор параметара и које директно слиједе из јаче неједнакости, не могу директно доказати математичком индукцијом. На крају су, као потврда добрих ограничења, за неке природне бројева n израчунате приближне вриједности Риманове зета функције.

THE BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH TWO DELAYS-ASYMPTOTICS OF EIGENVALUES

Biljana Vojvodić

Ministry of Science and Technology of the Republic of Srpska

Nataša Pavlović

University of East Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering, East Sarajevo

This paper deals with the boundary value problem for the operator Sturm-Liouville type with two constant delays, $L = L(q_1(x), q_2(x), \tau_1, \tau_2)$:

$$\begin{aligned} -y''(x) + q_1(x)y(x - \tau_1) + q_2(x)y(x - \tau_2) &= \lambda y(x) \\ y(x - \tau_1) &\equiv 0, x \in [0, \tau_1], y(\pi) = 0, \tau_2 < \tau_1. \end{aligned}$$

By the method of successive approximation we construct the solution and then determine the characteristic function of the boundary value problem. Then we prove that the characteristic function has a countable set of zeros z_n , where for sufficiently large n there is exactly one zero inside the circle $K_n = \{z \mid |z - n| < \frac{1}{n}\}$. The main result of this paper is related to the asymptotic behavior of the eigenvalues. We prove that for $n \rightarrow \infty$, eigenvalues of the boundary value problem have the representation in the form

$$\lambda_n = z_n^2 = n^2 + 2C_1(n) + \frac{2C_2(n)}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right),$$

where sequences $C_1(n)$ and $C_2(n)$ contain Fourier's coefficients of the function, formed by the potentials q_1 and q_2 . It will be the base for further consideration of the inverse problems for this class of operators by direct relations between eigenvalues and Fourier's coefficients.

References

1. G. Freiling, V.A. Yurko, "Inverse Sturm-Liouville Problems and their Applications", Nova Science Publishers, New York (2001)

-
2. N. Pavlović, M. Pikula, B. Vojvodić, "First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays", *Filomat* 29:151–62 (2015)
 3. B. Vojvodic, M. Pikula, V. Vladicic, "Determining of the solution of the boundary value problem for the operator Sturm-Liouville type with two constant delays", *Proceedings, Fifth Symposium Mathematics and Application, Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Vol.V(1), pp.141-151* (2014)
 4. M. Pikula, V. Vladicic, O. Markovic, "A solution to the inverse problem for Sturm-Liouville-type equation with a delay", *Filomat*, 27:7, 1237-1245 (2013)

DIREKTNI I INVERZNI SPEKTRALNI ZADATAK ZA OPERATOR TIPA ŠTURM-LIUUVILA SA LINEARNIM KAŠNJENJEM

Ismet Kalčo

Politehnički fakultet Univerziteta u Zenici

Vesna Miletić

Filozofski fakultet Univerziteta u Istočnom Sarajevu

U ovom radu konstruisano je rješenje spektralnog graničnog zadatka na segmentu $[0, \pi]$ sa nultom početnom funkcijom i razdjeljenim graničnim uslovima. Potom je konstruisana karakteristična funkcija i nađena asimptotika nula te funkcije odnosno, nađena je asimptotika svojstvenih vrijednosti operatora $D^2(q, h, H, \alpha, \beta)$. U drugom dijelu rada pri $h = 0$, pretpostavlja se da su data dva niza svojstvenih vrijednosti. Pri određenim uslovima na linearno kašnjenje nađeni su parametri operatora, to jest riješen je inverzni spektralni zadatak metodom Furijevog reda.

OBRNUTI PROBLEM TIPA STURM-LIOUVILLEA SA KONSTANTNIM PRETICANJEM

Elmir Čatrnja

Univerzitet "Džemal Bijedić" Mostar, Nastavnički fakultet

U posljednje vrijeme došlo je do velikog napretka u teoriji diferencijalnih jednačina tipa Sturm-Liouvillea sa raznim vrstama pomaka. U ovom radu ćemo posmatrati Sturm-Liouvilleov direktni i obrnuti problem sa konstantnim preticanjem pri

mješovitim graničnim uslovima. Pri tome ćemo konstruisati i analizirati asimptotско понашање својствених вриједности проблема и формирати припадајућу карактеристичну функцију. Користећи се добијеним резултатима, на основу позната два низа својствених вриједности одредити ћемо параметре проблема, те на крају одредити и непознати потенцијал. Неке од добијених теоретских резултата искористити ћемо и за рјешавање конкретног нумеричког примјера.

НОВИ ПРИМЕРИ РЕШАВАЊА ДИФЕРЕНЦНИХ ЈЕДНАЧИНА И СИСТЕМА ДИФЕРЕНЦНИХ ЈЕДНАЧИНА РАЦИОНАЛНОГ ТИПА ВИШЕГ РЕДА У ЗАТВОРЕНОМ ОБЛИКУ

Братислав Д. Иричанин

Електротехнички факултет Универзитета у Београду

Свођење на диференцне једначине или системе диференцијалних једначина у многобројним савременим проблемима који настају приликом математичког моделирања у веома разнородним областима науке, технике и социологије данас је веома честа појава. Квалитативној анализи решења нелинеарних диференцијалних једначина, особито у последњих двадесетак година, посвећен је заиста велики број научних радова, много књига, па чак и неколико специјализованих научних часописа. Да подсетимо да се под квалитативном анализом подразумева испитивање конвергенције, асимптотског понашања, локалне и глобалне стабилности, периодичности и асимптотске периодичности, ограничености, атрактивности, l^p припадности, итд. Међутим, само изузетно мали број радова био је посвећен експлицитном решавању неких партикуларних нелинеарних диференцијалних једначина, тј. добијању њихових решења у тзв. *затвореном облику*. То свакако није лак проблем, нимало рутински, а у највећем броју случајева тај проблем ипак, на жалост, није ни решив. Ипак, мишљења смо да би незаобилазни први корак у квалитативној анализи увек морао бити веома стрпљиво проверавање решивости посматране диференцијалне једначине или њиховог система у затвореном облику. Тако евентуално добијени облик решења, наравно, не искључује даље потребе за додатном квалитативном анализом, коју, међутим, сигурно у великој мери може да поједностави и учини ефикаснијом и свеобухватнијом.

У овом раду описаћемо добијање решења неких најнових значајних диференцијалних једначина и њихових система рационалног типа вишег реда у затвореном облику. Ради се о неким једначинама чија се решења у затвореном облику до сада нису појављивала у литератури. Може се рећи да се овим радом природно

настављају дугогодишњи напори аутора који су описани у неким његовим недавним радовима систематизованим у референцама [1] и [2] наведеним у библиографији.

Литература

1. B. Iričanin, "On explicit solutions of higher-order rational difference equations and their systems". In: International Conference "13th Serbian Mathematical Congress, May 22nd-25th, 2014, Vrnjačka Banja, Serbia", ISBN 978-86-6275-026-6, Niš, p. 50 (2014) http://tesla.pmf.ni.ac.rs/people/smak/book_of_abstracts.pdf
2. Б. Иричанин, "Неки примери експлицитног решавања рационалних диференцијалних једначина и система рационалних диференцијалних једначина вишег реда". У: Симпозијум МАТЕМАТИКА И ПРИМЕНЕ, Математички факултет, Универзитет у Београду, 2015, Vol.VI(1), (2015) http://alas.matf.bg.ac.rs/~konferencija/s2015/IRICANINaps_template_srb_cyr.pdf

ON GENERALIZED HARMONIC DIAMETERS AND SOME CLASSES OF MEASURABILITY - PRESERVING TRANSFORMATIONS

Huse Fatkić¹, Berina Fatkić², Vedran Karahodžić³

¹Faculty of Electrical Engineering

²Faculty of Science

³Faculty of Electrical Engineering

University of Sarajevo

In this paper, we investigate metric properties and dispersive effects of some classes of measurability - preserving transformations on metric spaces endowed with a finite (probability) measure; in particular, we investigate connections with the theory of generalized harmonic (α -harmonic, $\alpha > 0$) diameters of order k ($k = 2, 3, \dots$) on metric spaces (X, d) . In the classical case, when $\alpha = 1$, $X = \mathbb{R}^3$, d the Euclidean metric on \mathbb{R}^3 , and A is a compact subset of X , the harmonic diameter of the order k of the set A , has a simple physical interpretation.

Continuing the work begun (for strongly mixing) by R. E. Rice ["On mixing transformations", *Aequationes Math.* 17 (1978), 104 – 108] and (for weakly mixing) our work ["On generalized harmonic diameters and some classes of measure - preserving transformations", *The Fifth Mathematical Conference of Republic of Srpska*, 06/2015], in this work we complement the results due to Hana Fatkić, Abe Sklar

and Huse Fatkić, [“Dispersion Under Iteration of Strongly Mixing Transformations on Metric Spaces”, International Journal of Applied Mathematics, Electronics and Computers (IJAMEC), 3 (3) (2015),150 – 154] and also improve a result of Huse Fatkić, Slobodan Sekulović, Fatih Destović and Hana Fatkić [“On Harmonic Mean Values and Weakly Mixing Transformations”, The Fourth Mathematical Conference of the Republic of Srpska, Trebinje, 06/2014].

REFERENCES

- [1] T. Erber, B. Schweizer, A. Sklar, “Mixing transformations on metric spaces”, *Comm. Math. Phys.* 29 (1973), 311 – 317.
- [2] Hana Fatkić, A. Sklar, H. Fatkić, “Dispersion Under Iteration of Strongly Mixing Transformations on Metric Spaces”, *International Journal of Applied Mathematics, Electronics and Computers (IJAMEC)*, 3(3) (2015), 150 - 154.
- [3] H. Fatkić, M. Brkić, Hana Fatkić, ”Recurrence under Iteration of Some Classes of Measurability - Preserving Dynamical Systems”, *The Third Mathematical Conference of Republic of Srpska-Section of Applied Mathematics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, 06/2013.
- [4] H. Fatkić, B. Fatkić, V. Karahodžić, “On generalized harmonic diameters and some classes of measure - preserving transformations”, *The Fifth Mathematical Conference of Republic of Srpska-Section for Analysis and Probability & Statistics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, 06/2015.
- [5] H. Fatkić, J. Fatkić, M. Brkić, “On the various notions of recurrence for some classes of nonsingular transformations”, *The Fifth Mathematical Conference of Republic of Srpska-Section for Applied Mathematics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, 06/2015.
- [6] H. Fatkić, F. Šarčević, “An answer to one question about probabilistic metric spaces”, *The Eighth Bosnian- Herzegovinian Mathematical Conference, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina*, June 5, 2015.
- [7] H. Fatkić, S. Sekulović, F. Destović, Hana Fatkić, “On Harmonic Mean Values and Weakly Mixing Transformations”, *The Fourth Mathematical Conference of the Republic of Srpska, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, 06/2014.
- [8] R. E. Rice, “On mixing transformations”, *Aequationes Math.* 17 (1978), 104 – 108.
- [9] S. Sekulović, Hana Fatkić, “On Some Elements of the Theory of Composite Index Numbers”, *The Fifth Mathematical Conference of Republic of Srpska-Section for Analysis and Probability & Statistics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, June 5-6, 2015.
- [10] S. V. Tikhonov, “Homogeneous spectrum and mixing transformations”, (Russian) *Dokl. Akad. Nauk* 436 (4) (2011), 448 – 451; translation in *Dokl. Math.* 83 (2011), 80 – 83.

ПРИМИЈЕЊЕНА МАТЕМАТИКА

APPLIED MATHEMATICS

СЕМАНТИЧКА ИНТЕРПРАТИЦИЈА КВАНТИФИКАТОРА И ВЕЗНИКА

Радослав Милошевић
Филозофски факултет Пале

У уводу овог рада описани су основни појмови формуле или искази и изведени појмови, истините и неистините формуле у датом моделу како то третира савремена математичка логика. Затим ћемо посебно анализирати семантичку интерпретацију квантификатора и семантичку интерпретацију везника основних логичких операција. Истаћи ћемо и негацију реченица које садрже квантификаторе. На крају ћемо показати коју важност има та анализа за логичка правила закључивања.

ROOT-LOCUS BASED DESIGN OF PI/PID CONTROLLERS UNDER CONSTRAINTS TO PERFORMANCE

Marko Bošković
Faculty of Electrical Engineering, University of East Sarajevo
Tomislav B. Šekara
School of Electrical Engineering, University of Belgrade
Milan R. Rapačić
Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad

Design of PI/PID controllers are of great importance from the viewpoint of industry where they are extensively used. This paper presents an efficient design method of PI/PID controllers. It is assumed that transfer function of process is known a priori. The design is based on application of recently reported general root-locus method and guaranteed dominant pole-placement design procedure. Constraints to performance are given in the form of settling time and overshoot, and sensitivity to the measurement noise M_n which further unambiguously define the position of dominant poles. Tuning of parameters for PI/PID controllers, (k_p, k_i) and (k_p, k_i, k_d, T_f) , respectively, is performed to meet desired specifications. The effectiveness of presented design method is verified with numerical simulations for variety of stable, integrating and unstable processes including dead time. Besides, it should be mentioned that proposed method can be successfully applied for fractional and infinite dimensional processes.

QUADRATURES WITH MULTIPLE NODES FOR FOURIER-Chebyshev COEFFICIENTS

Gradimir V. Milovanović^a, Ramón Orive^b, Miodrag M. Spalević^c

^aDepartment of Mathematics, Serbian Academy of Sciences and Arts

^bUniversity of La Laguna, Canary Islands, Spain

^cDepartment of Mathematics, University of Beograd, Faculty of Mechanical Engineering

Gaussian quadrature formulas, relative to the Chebyshev weight functions, with multiple nodes and their optimal extensions for computing the Fourier coefficients in expansions of functions with respect to a system of orthogonal polynomials, are considered. The existence and uniqueness of such quadratures is proved. One of them is a generalization of the well-known Micchelli-Rivlin quadrature formula. The others are new. Numerically stable construction of these quadratures is proposed. By determining the absolute value of the difference between these Gaussian quadratures with multiple nodes for the Fourier-Chebyshev coefficients and their corresponding optimal extensions we get the well-known methods for estimation their error. Numerical results are included. These results are continuation of the recent ones by Bojanov and Petrova (J. Comput. Appl. Math., 2009), and Milovanović and Spalević (Math. Comp., 2014).

VARIJACIONE ANTI - GAUS KVADRATURE

Marko Đukanović

Prirodno - matemtički fakultet, Banja Luka

Lori je u svom radu iz 1996. o anti - Gaus kvadraturama opisao kvadrature, u oznaci A_{n+1} , sa $n + 1$ čvorom, koje imaju vrijednost greške kao i n -ta Gausova kvadratura G_n ali suprotnog znaka na prostoru polinoma stepena ne većeg od $2n + 1$. One su konstruisane u svrhu dobijanja gornje i donje granice za If odnosno dobijanja jednog intervala koji izoluje vrijednost If .

U ovom radu predstavljamo širu klasu anti - Gaus kvadratura, tzv. Varijacionu anti - Gaus kvadraturu. To je kvadratura sa $n + 1$ čvorom, čija je greška suprotnog znaka od odgovarajuće Gausove kvadrature G_n na prostoru polinoma stepena najviše $2n + 1$, ali ne obavezno i jednaka po vrijednosti. Odnos apsolutnih vrijednosti greški Gaus i Varijacione anti- Gaus kvadrature $A_{n+1}^{(C)}$ je dat varijacionim koeficijentom $C > 0$.

Ovim kvadraturama, u zavisnosti od koeficijenta varijacije, dobijamo mogućnost konstruisanja preciznijeg intervala čije su granice $G_n f$ i $A_{n+1} f$ i koji izoluje If od interval koji generiše anti - Gaus kvadratura, a time i bolju ocjenu vrijednosti If . Navodimo i neka algebarska svojstva Varijacionih anti - Gaus kvadratura.

WIRTINGEROVA NEJEDNAKOST NA TIME SCALE ZA POLINOM SA $\eta + 1$ ČLANOVA

Stana Cvejić

Prirodno-matematički fakultet, Kosovska Mitrovica

Tatjana Mirković

Visoka škola primenjenih strukovnih studija, Vranje

U ovom radu autori su dali dokaz Wirtingerove nejednakosti na time scale,

$$\int_a^b |M^\Delta(t)| y^{\eta+1}(\sigma(t)) \Delta t \leq \Lambda^{\eta+1}(\omega, \xi_k, \psi) \int_a^b \frac{M^\eta(t)M(\sigma(t))}{|M^\Delta(t)|^\eta} (y^\Delta(t))^{\eta+1} \Delta t$$

gde je $\Lambda(\omega, \xi_k, \psi)$ najveća nula polinoma $x^{\eta+1} = 2^\eta \omega x^\eta + \sum_{k=1}^{\eta-1} 2^{\eta-(k+1)} \xi_k x^k +$

$2^{\eta-1} \psi$, pri čemu je $\omega = \sup_{t \in ([a, b]_{\mathbb{T}})^k} \left(\frac{M^\sigma}{M} \right)^{\frac{\eta}{\eta+1}}$, $\psi = \sup_{t \in ([a, b]_{\mathbb{T}})^k} \left(\frac{\mu^{\frac{1}{\eta}} |M^\Delta|}{M} \right)^\eta$, $\xi_k =$

$\sup_{t \in ([a, b]_{\mathbb{T}})^k} \left(\frac{\mu^{\frac{\eta+1}{k}} M^\sigma |M^\Delta|^{\frac{\eta(\eta-(k-1))}{k}-1}}{M^{\frac{\eta(\eta-(k-1))}{k}}} \right)^{\frac{\eta}{\eta+1}}$, $k = 1, \dots, \eta - 1$. Zatim je data primena

dokazane nejednakosti na specijalne slučajeve Time scale, za $\mathbb{T} = \mathbb{R}$ i $\mathbb{T} = h\mathbb{Z}$.

RAZDVAJANJE PROMENLJIVIH UZ POMOĆ DISKRIMINANTNO SEPARABILNIH POLINOMA ZA GENERALISANI SLUČAJ KOVALJEVSKE

Katarina Kukić

Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu

U saopštenju će biti prikazan kratak osvrt na ulogu diskriminantno separabilnih polinoma u integrabilnim dinamičkim sistemima. Autori su u svojim ranijim radovima detaljno opisali na koji način se eksplicitno integrale sistemi u kojima se promenljive razdvajanja dobijaju kao koreni diskriminantno separabilnih polinoma. U ovom saopštenju biće prikazan još jedan primer integrabilnog mehaničkog sistema, uopštenje slučaja Kovaljevske u kome se do promenljivih razdvajanja može doći i pomoću pomenutih polinoma. Reč je o sistemu jednačina koje opisuju kretanje krutog tela fiksiranog u jednoj tački čiji momenti inercije zadovoljavaju uslov $I_1 = I_2 = 2I_3$ i koje se nalazi pod dejstvom dva konstantna polja sila, na primer magnetnog i gravitacionog polja. Rezultati su dobijeni u saradnji sa Vladimirom Dragovićem.

GENERALIZED AVERAGED GAUSSIAN QUADRATURE FORMULAS WITH MODIFIED MATRICES

Dušan Lj. Djukić^a, Lothar Reichel^b, Miodrag M. Spalević^a

^a Department of Mathematics, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Serbia

^b Department of Mathematical Sciences Kent State University, USA

Generalized averaged Gaussian quadrature formulas may yield a smaller error than Gauss quadrature rules. When moments or modified moments are difficult to compute, these formulas can serve as good substitutes. However, generalized averaged Gaussian quadrature formulas may have external nodes, i.e. nodes outside the convex hull of the measure corresponding to the Gauss rules. This would make them unusable when the domain of the integrand is limited to this convex hull. In this paper we investigate whether removing some of the last rows and columns of the matrices determining generalized averaged Gaussian quadrature rules will produce quadrature rules with no external nodes.

The error bounds of Gauss-Kronrod quadrature formulae with Bernstein-Szegő weight functions

Dušan Lj. Đukić, Aleksandar V. Pejčev, Miodrag M. Spalević
University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Serbia

We consider the Gauss-Kronrod quadrature formulae

$$\int_{-1}^1 f(t)w(t) dt = \sum_{\nu=1}^n \lambda_{\nu} f(\tau_{\nu}) R_n(f),$$

for the Bernstein-Szegő weight functions consisting of any one of the four Chebyshev weights divided by the polynomial $\rho(t) = 1 - \frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2} t^2$, $t \in (-1, 1)$, $-1 < \gamma \leq 0$. For analytic functions the remainder term of this quadrature formula can be represented as a contour integral with a complex kernel. We study the kernel, on elliptic contours with foci at the points ∓ 1 and a sum of semi-axes $\rho > 1$, for the given quadrature formula. Starting from the explicit expression of the kernel, we determine the locations on the ellipses where maximum modulus of the kernel is attained. So we derive effective error bounds for this quadrature formula. An alternative approach, which has initiated this research, has been proposed recently by S. Notaris.

НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ГРИНОВЕ ФУНКЦИЈЕ У АПРОКСИМАЦИЈИ КОХЕРЕНТНОГ ПОТЕНЦИЈАЛА

Драган Костић

Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву

Апроксимација кохерентног потенцијала (Coherent Potential Approximation, CPA) је један од најкориснијих теоријских метода у физици неуређених система – бинарних легура, несавршених кристала, примеса и дефеката. То је, у суштини, један од метода типа „средњег поља“ (mean field, MF) са додатном особином самосагласности између Грине функције – „пропатора“ $G(z) = (z - \Sigma)^{-1}$ и кохерентног потенцијала Σ . Услов самосагласности произилази из захтева да средња вредност расејања, односно трансфер-матрице $\langle tn \rangle$ буде једнака нули, при чему се усредњавање врши по свим конфигурацијама у оквиру задате концентрације примеса. Самосагласна једначина по мас-оператору (Σ) решава се нумерички применом Њутнове методе (алгорита за тражење нуле функције) генерализоване за случај матричне једначине. Показује се да матрица мас-оператора врло брзо конвергира тачној вредности, у само неколико корака, што оправдава рачунање матричних парцијалних извода уместо праволинијске претраге по мрежи у инверзном (k) простору.

ИНТЕРАКЦИЈЕ И СИМЕТРИЈЕ: ГРУПА СИМЕТРИЈЕ СТАНДАРДНОГ МОДЕЛА

Драган Костић

Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву

Три интеракције које су обухваћене данас важећим Стандардним моделом, електромагнетна, слаба нуклеарна и јака нуклеарна, имају своје групе симетрије: $U(1)$, $SU(2)$ и $SU(3)$ респективно. Композитна група симетрије је њихов директни производ $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$, а покушаји унификације ових интеракција спроводе се коришћењем разних група симетрије – од минималне $SU(5)$ па надаље. Још неостварени циљ теоријске физике – унификација свих интеракција (сем гравитације која се може посматрати и као геометрија, односно метрика простор-времена) – требало би да на јединствен начин третира све три интеракције, свдећи их на једну. Као посебну вредност разматрања симетрија треба нагласити предвиђање још неоткривених елементарних честица, о чијем постојању и особинама можемо да наслутимо управо из разматрања група симетрија – аналогно својевременом предвиђању о постојању још непронађених хемијских елемената на празним местима Менделјејевог система.

СИМЕТРИЈА ПРОСТОРНО-ВРЕМЕНСКИХ КООРДИНАТА У СПЕЦИЈАЛНОЈ ТЕОРИЈИ РЕЛАТИВНОСТИ

Драган Костић

Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву

На први поглед збуњујућа чињеница, да из потпуно симетричних Лоренцових трансформација: $x'_{1,0} = (x_{1,0} - \gamma x_{0,1})/\sqrt{(1 - \gamma^2)}$, $\gamma = v/c$, $x_0 = ct$, $x_{2,3} = y, z$ добијамо с једне стране „контракцију дужина“ $\Delta x_1 = \Delta x'_1 \sqrt{(1 - \gamma^2)}$ а с друге „дилатацију времена“ $\Delta t_0 = \Delta t'_0/\sqrt{(1 - \gamma^2)}$ (примоване величине се односе на покретни систем референце) објашњена је недоследним избором посматрача у ова два феномена. Показано је да се и једна и друга координата у покретном систему уствари скраћују, гледано из непокретног система референце, односно доследно дефинисаног система посматрача.

ELEMENTS OF THE THEORY OF FRACTIONAL MARKET SHARES - Expressing Market Shares of the Competitors through the Convex Linear Combination Coefficients -

Slobodan Sekulović¹, Hana Fatkić²

¹Hot Springs National Park, Arkansas, USA

²Department for Computer Science and Informatics, Faculty of Electrical Engineering,
University of Sarajevo, BiH

This paper constitutes our attempt to cast an unconventional viewpoint upon the firm's market share. More concretely put, the competitors' market shares constitute the "Complete or Total Coefficient of Aggregate Demand Elasticity" (Sekulovic, [3] and [4]), and except for a simple analogy with the convex linear combination coefficients (e.g., each one is larger than zero and their sum is equal to one) no deeper bridge - building effort between these two notions has been made. Therefore, we pursue this investigation by introducing the Fractional Market Shares (FMS) concept first, and then proceed to elaboration of the analytical formulas through which the convex linear combination coefficients can be expressed. The revealed notions such as the firms' market shares and the convex linear combination coefficients can be linked.

The paper represents a segment of the research in progress by the name: The Theory of Fractional Market Shares.

REFERENCES

- [1] William J. Baumol, John C. Panzar, and Robert D. Willig, *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, San Diego: Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1982.
- [2] William J. Baumol, John C. Panzar, and Robert D. Willig, "On the Theory of Perfectly Contestable Markets", in: J. Stiglitz and F. Mathewson, eds. *New developments in the analysis of market structure*, Cambridge: MIT Press, 1986.
- [3] S. Sekulovic, "The complete or Total Coefficient of Aggregate Demand Elasticity", *Economic Analysis and Workers' Management* 23 (1989) 2.
- [4] S. Sekulovic, "The Generalization of the Complete or Total Coefficient of Aggregate Demand Elasticity", *Economic Analysis and Workers' Management* 24 (1990) 4.
- [5] S. Sekulović, Hana Fatkić, "On Some Elements of the Theory of Composite Index Numbers", *The Fifth Mathematical Conference of the Republic of Srpska-Section for Analysis and Probability & Statistics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina*, June 5-6, 2015.
- [6] S. Sekulović, H. Fatkić, A. Mastilović, "Structural Identity Formulas and Series With Application to Elasticity With the Statistical Index", in: *Proceedings of the 1st Mathematical Conference of the Republic of Srpska - Section of Applied Mathematics, Pale, Bosnia and Herzegovina, May 21, 2011, zbornik 6-3.pdf / Vol. 6/3, pp. 227- 242.*

РАЧУНАРСТВО

COMPUTER SCIENCE

PRIMENA FAZI SKUPOVA U MODELOVANJU LOKACIJSKIH PROBLEMA SA MINIMALNIM POKRIVANJEM

Darko Drakulić¹, Miroslav Marić², Aleksandar Takači³

¹Univerzitet u Istočnom Sarajvu, Filozofski fakultet Pale

²Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

³Univerzitet u Novom Sadu, Tehnološki fakultet

Neki parametri stvarnih lokacijskih problema sadrže neodređenosti koje se ne mogu predstaviti u klasičnim modelima ovih problema, a to se prvenstveno odnosi na radijus pokrivenosti i udaljenosti između lokacija. U dosadašnjim istraživanjima, razmatrani su različiti pristupi modelovanju ovih neodređenosti, među kojima prednjači primjena fazi skupova. U ovom radu biće predstavljene metode primene fazi skupova u modelovanju dva poznata lokacijska problema sa minimalnim pokrivanjem – problema anti-pokrivanja lokacija (ACLP - Anti-covering location problem) i problema minimalnog pokrivanja lokacija (MinCLP - Minimal covering location problem). Osim fazifikacije osnovnih parametara problema – radijusa pokrivenosti i udaljenosti između lokacija, u radu se razmatra i fazifikacija uslova minimalne udaljenosti između objekata, što ovim problemima daje potpuno nove osobine.

Literatura:

1. D. Drakulic, A. Takaci, M. Maric, A new model of maximal covering location problem with fuzzy conditions, Computing and Informatics, In press
2. D. Drakulic, A. Takaci, M. Maric, Fuzzy covering location problems with different aggregation operators, Filomat, In press
3. A. Takaci, M. Maric, D. Drakulic, Solving minimal covering location problem (MinCLP) with the aid of fuzzy sets, IEEE 11th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, SISY 2013, Subotica, Serbia, September 26-28, 2013, 177-180

MATLAB U FUNKCIJI REŠAVANJA SISTEMA LINEARNIH JEDNAČINA

Ljubica Diković, Naida Bikić

Visoka poslovno-tehnička škola

Važan deo inženjerske matematike odnosi se na učenje različitih metoda za rešavanje sistema od n -linearnih jednačina sa m -nepoznatih. MATLAB poseduje potencijal da se sa jedne strane provere stečena znanja u interaktivnom korisničkom

okruženju, ali i da se uvežbaju skriptovi i funkcije koje demonstriraju datu materiju. Rad prezentuje kombinaciju matematičko-informatičkih veština i znanja koju student inženjerskih disciplina treba da poseduje iz oblasti Linearne algebre.

PRIMENA METODA POSLOVNE INTELIGENCIJE ZA INTEGRACIJU I ANALIZU PODATAKA U SISTEMU FAKULTETA

Jelica Vasiljević, Simona Vulović, Nenad Stefanović

Univerzitet u Kragujevacu, Prirodno-matematički fakultet, Institut za matematiku i informatiku

Svakodnevno se na fakultetima generiše veliki broj podataka – informacije o studentima, ispitima, kolokvijumima, ocenama itd. Ti podaci se nalaze u različitim formatima i na različitim lokacijama što otežava obradu, analizu, izveštavanje i donošenje odluka na osnovu njih. U ovom radu je predstavljen pristup integraciji i analizi ovih podataka korišćenjem metoda i alata poslovne inteligencije (Business Intelligence). Centralni deo rada se odnosi na dizajn i izradu softverskog modula za ekstrahovanje, transformaciju i učitavanje podataka (ETL – Extraction, Transformation and Load) iz različitih izvora podataka (baza podataka, Excel datoteka, tekstualnih datoteka, itd.) u jedinstveno skladište podataka (Data Warehouse). Ovakav pristup omogućava podizanje nivoa kvaliteta podataka, kao i automatizaciju procesa integracije podataka, čime se uspostavlja osnova za efikasnije donošenje odluka. U radu je opisan i data mining model za naprednu analizu podataka, kao i fleksibilni sistem za izveštavanje koji krajnjim korisnicima omogućava pristup informacijama sa bilo kog uređaja i kolaborativno donošenje odluka. Krajnji efekti ovakvog pristupa i razvijenog sistema jesu unapređenje dela procesa koji se odvijaju na fakultetima - analiza rezultata studenata dobijenih na kolokvijumima i završnim ispitima, praćenje uspešnosti primenjenog modela nastave na određenim predmetima i donošenje odluka o unapređenju nastave zasnovanog na kvalitetnim podacima.

"SUPPORT VECTOR MACHINES" - ОСНОВНИ КОНЦЕПТИ И ПРИМЈЕНА КОД ПРОБЛЕМА ДЕТЕКЦИЈЕ ЦИФАРА

Александар Пламенац
Природно-математички факултет Подгорица

Вјештачка интелигенција доживљава велики процват посљедњих година. Самим тим, и њена грана, машинско учење, је у својој експанзији. Роботи су већ у активној производњи, и полако представљају аутоматизовану замјену за човјека у многим дјелатностима.

Један од главних проблема вјештачке интелигенције јесте и препознавање рукописа, самим тим и препознавање цифара. У овом раду биће приказан један интуитиван метод за проблем класификације – "Support Vector Machines" (Машина носећих вектора), као и његова варијанта за детекцију цифара.

Рад ће бити поткријепљен и рачунарским програмом који ће детектовати цифре помоћу овог метода.

BAZE ZNANJA SOFTVERSKIH AGENATA ZASNOVANE NA KARNAPOVIM Q -PREDIKATIMA I BAJESOVOJ FORMULI

Milorad Banjanin, Milan Vasiljević, Ivan Milanović
Filozofski fakultet u Istočnom Sarajevu, Katedra za računarske nauke i sisteme

Značajno mjesto u strukturi softverskih agenata zauzimaju baze znanja koje su u fokusu istraživanja ovog rada. Iako definicije fenomena znanje nisu konvencionalne već su uglavnom individualne prirode, najširu primjenu ima Hilpinenov model koja se zasniva na principu da je znanje opravdano istinito vjerovanje. Sa aspekta induktivne logike ovaj princip se može interpretirati na sledeći način: subjekat saznanja a zna neko p na osnovu dokaza e ako i samo ako je vjerovatnoća od p ako se zna da se desilo e veća od 0,5. U radu je prikazan razvoj modela baze znanje softverskih agenata čija je struktura predstavljena kao sistem Karnapovih Q -predikata (Rudolf Carnap). Navedeni predikati predstavljaju stanja (state descriptions) baze podataka kao jedne od komponenti baze znanja softversog agenta. Ako se baza podataka organizuje u klase disjunkcija Q -predikata koje opisuju iste strukture (structure descriptions) onda je moguće svakoj klasi dodijeliti istu vjerovatnoću. Drugu komponentu baze znanja čine pravila zaključivanja koja su bazirana na vjerovatnoći Q -predikata koja se računa Bajesovom formulom, odnosno zaključak se izvodi samo ako je vjerovatnoća iznad 50%. U zaključku rada naveden je način pomoću koga je moguće kreirati bazu znanja softverskih agenata.

ALGORITAM IMPLEMENTACIJE HILPINENOVOG MODELA ZNANJA U EKSPERTNI SISTEM

Milan Vasiljević¹, Ivan Milanović¹, Zorana Banjanin²

¹Filozofski fakultet u Istočnom Sarajevu, Katedra za računarske nauke i sisteme

²Visoka broderska škola akademskih studija Beograd

Fokus istraživanja vještačke inteligencije u ovom radu je na fenomenu znanje predstavljenog Hillpinenovim modelom. Kako o značenju fenomena znanje ne postoji naučni konsenzus za istraživanje se koristi Platonova interpretacija kojom se ističe da se znanje može smatrati kao opravdano istinito vjerovanje. Risto Hilpinen (1988.god.) je na osnovu navedene interpretacije razvio model $K_{ap} = p \& B_{ap} \& E_{ap}$ u kome su integrisani principi validnog sadržaja, forme, saznavanja i interpretiranja na sledeći način: subjekat saznanja a zna neko $p(K_{ap})$ ako i samo ako je p istinito i a vjeruje u $p(B_{ap})$ i a ima adekvatne dokaze za $p(E_{ap})$. Istraživanje u radu, orijentisano je na ekspertne sisteme zasnovane na pravilima (rule-based) koji kao softverski agenti u Hilpineonvom modelu imaju ulogu subjekta saznanja. Struktura baze znanja počiva na logičkim predikatima i implikacionim formulama. Primjenom principa Hilpinenovog modela znanja na mehanizam zaključivanja, koji se zasniva na strategiji ulančavanja unaprijed (forward chaining), ravnjen je algoritam koji određuje da li je promatrana činjenica validna za ekspertni sistem. Može se zaključiti da je Hilpinenov model veoma pogodan za pojednostavljeno objašnjenje znanja koje može biti ugrađeno u ekspertne sisteme.

PRISTUP KONSTRUKCIJI VEB APLIKACIJA KAO SPOJ BOGATIH KLIJENTA I SERVISA

Aljoša Šljuka¹, Vladimir Filipović²

¹Filozofski fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

²Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Rad razmatra moderne veb aplikacije, koje su modelirane kao spoj bogate klijentske aplikacije koja se izvrsava u pregledacu i serverske aplikacije organizovane kao skup API servisa.

Tradicionalne veb aplikacije ne distribuiraju procesiranje informacija i klijent se isključivo koristi kao korisnički interfejs. U tradicionalnim veb aplikacijama svaki zahtjev korisnika pokreće ponovno generisanje stranice i njeno dostavljanje korisniku. Korišćenjem AJAX-a, tradicionalne veb aplikacije obezbeđuju nešto bolji odziv, ali sam model procesiranja nije suštinski promenjen. Moderne veb aplikacije, koje su u fokusu ovog rada, navigaciju, generisanje stranica i većinu poslovne logike distribuiraju na klijenta, a server koriste za trajno čuvanje podataka, implementaciju sigurnosti, te dostavljanje podataka i statičnih datoteka klijentu.

U radu se vrši poređenje karakteristika tradicionalnih, AJAX-zasnovanih i modernih veb aplikacija, te razmatra arhitektura modernih veb aplikacija.

ONTOLOŠKI ASPEKTI MULTIAGENTNE KOMUNIKACIJE ZA EMUN

Igor Lazarević¹, Milorad Banjanin²

¹Saobraćajni fakultet Doboј, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

²Filozofski fakultet Pale, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

EMUN (Event Management in Utility Networks) sistemi se koriste za rješavanje problema deficita relevantnih informacija o događajima u procesima komunalnih mreža. Posmatraju se komunalne mreže čiji su funkcionalni zadaci da pribave, transportuju i obrade čvrsti otpad sa regionalnog geo-područja. Ove mreže pripadaju porodici realnih kompleksnih mreža u čijoj analizi je fokus na metrikama, statističkim tehnikama, organizacionim i evolutivnim principima, matematičkim modelima i algoritmima koji mogu da kvantifikuju, objasne, reprodukuju i/ili identifikuju pojedine osobine realnih mreža. Razumijevanje multiagentne komunikacije podrazumijeva fokusiranje multiagentnog sistema (MAS) kao kompleksne matrice više agenata u interakcijama sposobnih za dostizanje ciljeva koje je vrlo teško postići individualnim nastupom.

ПРОБЛЕМ АНАЛИЗЕ И ТРАНСФОРМАЦИЈЕ ШЕМА БАЗА ПОДАТАКА У МД РЕИНЖЕЊЕРИНГУ ИНФОРМАЦИОНИХ СИСТЕМА

Владан Мاستиловић¹, Зорана Бањанин²

¹Filozofski fakultet Pale, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

²Visoka broderska škola akademskih studija Beograd

Реинжењеринг информационих система се може посматрати као комплексна техничко-пословна анализа и редизајн процесних структура оријентисаних на примјене поступака реконституисања и имплементације у нову форму. Постоји много методолошких приступа који се могу применити за унапређење процеса реинжењерингом наслеђених (legacy) или развојем дизајнираних нових информационих система, а МД или моделом вођени реинжењеринг укључује: реверзни инжењеринг, иза кога следи нека форма forward инжењеринга или реструктурирања. Такође, у процесу реинжењеринга, као и у процесу развоја потпуно

новог информационог система врши се примјена интеграција шема база података и метода трансформација описа база података јер су базе података не само срце информационог система већ и интензиван интраизвор информација за организациони односно пословни систем и његове интеракције са околином. У бројним истраживањима је утврђено да се недовољно пажње посвећује реинжењерингу шема база података коришћењем МДА техника и трансформацијама шема база података у имплементацији моделом вођеног реинжењеринга информационог система. Истраживања спроведена у овом раду односе се на могуће приступе решењу проблема анализе и трансформације шема база података у поступку МД реинжењеринга информационог система, који обухвата реверзни инжењеринг и forward инжењеринг. Идеја је да се на сличан начин као у forward инжењерингу, у реверзном инжењерингу искористе погодности МДЕ-а, како би се обезбедила аутоматизована трансформација шема база података на различитим нивоима апстракције.

ФАЗИ ТЕОРИЈА И ЊЕНА ПРИМЕНА

Александар Такачи

Технолошки Факултет, Нови Сад

Фази теорија је једна од моћнијих алатки за моделирање неодређености. Класична теорија скупова дозвољава само стрикту припадност или неприпадност скупу. Теорија фази скупова дозвољава да елемент и парцијално припада скупу и самим тим границе између припадности и неприпадности елемента скупу нису више толико стриктне јер се дозвољавају нивои припадања који су из јединичног интервала. У оквиру предавања биће дат преглед основних појмова из теорије фази скупова као што су пресек, унија и разлика скупова. Такође на темељима ове теорије развила се и фази логика у којој је могуће имати истинитосну вредност из целог јединичног интервала. Основне операције из класичне логике су уопшене да би се прилагодиле ширем скупу истинитосних вредности.

Примене фази теорије су многе. Најраспрострањенији су фази контролери које можемо наћи у многим уређајима које свакодневно користимо. Постоје два типа фази контролера Сугено и Мандами. Фази контролери за предикцију оцена студената, као и предикцију флукса на основу улазних величина биће укратко представљени.

Један од занимљивијих концепата у којима се користе фази скупови су фази релационе базе података. Осим ефикаснијег претраживања саме базе могуће је и атрибутима доделити фази вредности чиме се добија на робусности и функционалности саме базе.

**ИСТОРИЈА, ФИЛОЗОФИЈА И НАСТАВА
МАТЕМАТИКЕ**

**HISTORY, PHILOSOPHY AND DIDACTICS
OF MATHEMATICS**

ЗАЈЕДНИШТВО МАТЕМАТИКЕ И РЕЛИГИЈЕ (МАТЕМАТИЧКЕ И ВЕРСКЕ НАСТАВЕ)

Мирко Дејић

Учитељски факултет у Београду

Верска настава и, као алтернатива, грађанско васпитање, постају реалност школског система у Србији, 2001. године. Тада се уводе као факултативни предмети у први разред основне и први разред средње школе. Од школске 2002/03. године добијају статус изборних предмета у основној и средњој школи. Данас би неки да сузе и сведу на минимум број часова за ове предмете, али и да их протерају из школа. На жалост, ове идеје су потекле из самог Министарства просвете Србије. Циљ рада јесте да на односу математике и религије покажемо да је могуће помирење вере и знања, науке и религије. Иако, површно гледано, математика и религија немају заједничких тачака, оне се могу допунити, а кроз историју се чак на неки начин и прожимају. Њихов додир и прожимање наставници математике и веронауке морају да трансформишу и инкорпорирају у наставу својих предмета и у садејству остварују циљеве наставе. На сличан начин може се сагледати јединство знања из било које друге области и увидети да верска настава има значајно место у образовном систему и да васпитно-образовни циљеви нису потпуни без ње. У раду се осврћемо на неке сегменте заједништва математике и религије: математичку писменост Србима доносе два монаха; прву математичку књигу у Русији пише монах Кирик у 12. веку; математички појмови, као што су број, нула, бесконачно, закони међу бројевима итд. настају директно под утицајем религије; велики математичари Њутн, Лајбниц, Паскал, Декарт, Кронекер, Коши, Гедел, ... били су религиозни, а многа њихова дела настају директно под утицајем њихове филозофске и религијске мисли; постоји паралела између математичког и религијског мишљења, између религијске догме и математичких аксиома, између математичких и религиских појмова итд.; математичари, служећи се математичким методама, доказују постојање Бога; многи математичари, које је запамтила историја, били су монаси и свештена лица, па чак и папе; Црква је имала велики удео у развоју, али и застоју математичких истина; религијске књиге обилују математичким појмовима, а за чуђење је и њихова математичка конструкција коју откривају математичари; на зидовима храмова сачувани су записи теорема итд.

Литература

1. Дачић, С., “Увођење предмета верска настава“, (у књизи: Верска настава и грађанско васпитање у школама Србије), Институт за педагошка истраживања, Београд (2003)
2. Дејић, М., “Математика у верској настави и религија у настави матема-

тике“, „Зборник радова: Дидактичко-методички аспекти промена у основно-школском образовању, 98-110, Учитељски факултет, Београд (2007)

3. Дејић, М., “Број, мера и безмерје-од антропологије до математике”, Учитељски факултет, Београд (2013)

4. Дејић, М., “Наука и религија”, Зборник: Наука, религија, образовање, стр. 22-50, Учитељски факултет, Београд (2014)

КАКО ПРИБЛИЖИТИ ТЕОРИЈУ ДИДАКТИКЕ МАТЕМАТИКЕ ПРАКСИ НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ – ШВЕДСКИ МОДЕЛ

Mirko Radić¹, Darko Drakulić²

¹Univerzitet u Gavle-u, Švedska

²Univerzitet u Istočnom Sarajevu, BiH

Didaktika matematike je relativno mlada naučna disciplina i ključna pitanja kao i naučne metode pomoću kojih se na ta pitanja pokušava odgovoriti još uvijek nisu dovoljno iskristalizovane. Posljedica toga je da didaktika matematike kao naučna disciplina još uvijek pati od određenih ”dječijih bolesti”, kao na primjer ”kompartimentalizacija” (dobijanje parcijalnih rezultata koji se ne uklapaju u ”big picture”), površnost dobijenih rezultata što je često posljedica nedovoljnog poznavanja teorije koja se primjenjuje u datom slučaju kao i velika diskrepancija između baznog (teoretskog) istraživanja i primjene rezultata u praksi (tj., nastavi matematike).

U nastavku ćemo opisati jedan vrlo uspjesan pokušaj u Švedskoj da se ovaj posljednji problem (bar djelimično) riješi. Naime, 80-tih godina je grupa istraživača na Geteborskom univerzitetu pod vodjstvom Ference Martona, profesora pedagogije nakon višegodisnjih empirijskih istraživanja, predložila novi (kvalitativan) naučni metod specijalno prilagodjen istraživanju o tome kako čovjek uči – fenomenografiju. Osnovna teza fenomenografije je da ljudi doživljavaju jedan te isti fenomen na različite načine i cilj je da se ta različita shvatanja svrstaju u određeni, ne tako veliki, broj bitno različitih kategorija.

Teorija varijacije je naučna teorija o načinu na koji čovjek uči i zasniva se na fenomenografiji. Jedan od osnovnih pojmova u Teoriji varijacije je pojam objekta učenja (*object of learning*). Svaki objekt učenja posjeduje aspekte čije razumijevanje i usvajanje vodi ka kvalitativnoj promjeni znanja o datom fenomenu (kritični aspekti) – drugim riječima, učenju. Primjena Teorije varijacije u, na primjer, nastavi se zasniva na tome da se pomoću unaprijed definisanih obrazaca variranja u nastavi omogući učenicima da raspoznaju kritične aspekte određenog fenomena i na taj način kvalitativno poboljšaju svoje znanje o tom fenomenu.

Krajem 80-tih i početkom 90-tih su se istraživači na zapadu iz oblasti didaktike matematike počeli interesovati zašto učenici iz Japana i drugih azijskih zemalja postižu ubjedljivo najbolje rezultate u međunarodnim mjerenjima znanja iz matematike. Konstatovano je da jednu od najvećih zasluga u tome igra kontinuiranu kolegijalno učešće u razvoju i poboljšanju nastave matematike – koncept koji je dobio ime *Lesson study*. *Lesson study* se zasniva na dugogodišnjoj japanskoj tradiciji da nastavnici matematike (ili nekog drugog nastavnog predmeta) kolektivno učestvuju u kritičkom ocjenjivanju nastave svojih kolega i zajedničkim radom u konstantnom poboljšavanju nastave.

Inspirisani tom tradicijom, švedski didaktičari su razvili *Learning study* metodu koja ima, za razliku od *Lesson study* metode, naučnu osnovu – teoriju varijacije. Na taj način nastavnici i naučni istraživači iz oblasti didaktike matematike (ili drugih predmeta) sarađuju u analiziranju predavanja na časovima, znanja učenika prije i poslije predavanja i zajednički predlažu poboljšanja u nastavi vezanoj za jedan određeni pojam ili oblast. *Learning study* je u suštini iteracioni metod koji se sastoji od određenog broja koraka u postupku jednog iteracionog kruga i ti koraci su detaljno opisani i fiksni u okviru ove metode. Prvi projekat baziran na *Learning study* metodi je proveden u Švedskoj 2003. godine i metoda je stekla veliku popularnost, specijalno u osnovnim školama.

Na kraju ćemo kratko opisati neke od tih projekata a osvrnućemo se i na pokušaj da se *Learning study* primjeni i u visokoškolskoj nastavi matematike.

Z GENERATION STUDENTS' LEARNING MATHEMATICS WITH E-RESOURCES

Blaž Zmazek

University of Maribor, Faculty for Natural Sciences

User experience is a key element in information and communication technology. In the presented paper, Z-generation representatives argue about the most common causes of mathematics learning difficulties when using technology. They discuss the benefits and downsides of using interactive resources in learning mathematics and the ideas for the development of new applications that would help to overcome presented learning problems. Reflection is based on learning mathematics via Slovenian e-textbooks, called i-textbooks. An i-textbook is an e-textbook with a high amount of interactive elements with a high level of interactivity. Students suggest that an i-textbook is an effective learning resource that motivates and encourages in depth learning of mathematics and present continuous identification of opportunities for improvement. We argue that including student's user opinion is a key element in designing e-learning materials.

TEŠKOĆE S OPERACIJOM DELJENJA – DELJENJE NULE I DELJENJE S NULOM

Olivera Marković

Učiteljski fakultet Užice, Univerzitet u Kragujevcu

Milenko Pikula

Filozofski fakultet, Univerzitet Istočno Sarajevo

U nižim razredima osnovne škole pojavljuju se, veoma često, teškoće u razumevanju uloge nule u računanju. Ove teškoće zatim se prenose i na više razrede a ponekad prate i čitavo matematičko školovanje. U ovom radu bavili smo se operacijom deljenja i analizom pojmova deljenje nule i deljenje s nulom. Želeli smo, takođe, da pokažemo da problemi računanja s brojem nula, s kojim se suočavaju naši učenici, nisu samo izraz njihovih subjektivnih slabosti već da ovi problemi u sebi kriju mnogo ozbiljnije teškoće. Oni su u velikoj meri analogni genezi tih problema u samoj istoriji matematike pa smo zbog toga dali i kraći istorijski pregled nastanka broja nula koji pokazuje brojne otpore koji su pratili njeno, relativno kasno, prihvatanje.

Literatura

1. D. Guedj, "Numbers-The universal Language" Harry N. Abrams, Inc., New York (1996)
2. G.D. Glasnović, „Problem dijeljenja nulom“ Matematika i škola, časopis za nastavu matematike, br 49, str 152-156, Zagreb (2009)
3. O. Marković, „Problem računanja s brojem nula“, Zbornik radova, Učiteljski fakultet Užice , br 13, str 189 – 198 Užice (2014)
4. H. Diels, „Predsokratovci I“, Naprijed, Zagreb, str. 206-216. (1983)
5. C. Sife, „Nula, istorija opasnih ideja“ Stylos, Novi Sad. (2007)
6. <http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/zero/ZERO.HTM>
7. www.groups.dcs.st-and.ac.uk/history/HistTopics/References/Zero.html

ГЕОГЕБРА И НЕСТАНДАРДНИ ЗАДАЦИ КРЕТАЊА

Милан В. Живановић

Висока школа струковних студија за васпитаче, Крушевац

Један од најважнијих предуслова учења је мотивација. Њу у математици, поред осталог, постижемо и нестандардним задацима који су у тесној вези са реалним проблемима. Веома често се кроз процес моделирања тих проблема

остварује тесна повезаност математике и других наука. Свакако да се у настави, а и у животним ситуацијама најчешће срећемо са проблемима кретања. Излагање на ову тему аутор је имао кроз семинаре за унапређивање наставе у основним и средњим школама у организацији Друштва математичара Србије, као и на Деветом стручно методичком скупу о настави математике у Пули 5-7. новембра 2015.

Изабрани задаци са тих семинара моделовани су у програмском пакету Геогebra и постављени као електронска збирка на веб адреси <http://tube.geogebra.org/m/2061451>. У овом саопштењу ће бити описана искуства у моделирању тих нестандартних задатака са поменуто веб адресе.

МОДЕЛОВАЊЕ САБИРАЊА И ОДУЗИМАЊА У СКУПУ \mathbb{N} И \mathbb{N}_0

Драгица Милинковић

Педагошки факултет Бијељина

Математичко моделовање представља велики изазов и предмет је бројних истраживања која потврђују његов позитиван утицај на формирање и усвајање математичких појмова, а посебно на повезивање математичких појмова са реалним контекстом.

Имајући у виду да је метода модела од изузетне важности у обради математичких и реалних проблема, те да је мишљење ученика млађег школског узраста повезано са конкретним представама, неопходно је дјелатности у разредној настави математике подражавати моделима.

Моделовање доприноси активизацији наставног процеса, а различити видови његовог испољавања усмјеравају пажњу ученика, у првом реду на посматрање којим се доприноси уочавању односа међу величинама и олакшава рјешавање проблема. У раду ће бити ријечи о моделовању сабирања и одузимања природних бројева. Полази се од модела скупа, модела бројевне полуправе, те модела раних алгебарских техника којима се уводе појмови природних бројева на које се ослањају процедуре у формирању таблица сабирања и одузимања.

Имајући у виду значај обраде сабирања и одузимања у почетној настави математике за развој математичких знања ученика и њихову елементарну математичку писменост, у раду смо се оријентисали на испитивање утицаја модела сабирања и одузимања на оспособљеност ученика за извођење тих операција.

У том контексту, циљ истраживања је да се критички анализира примјена модела сабирања и одузимања и утврде њихови ефекти у усвајању математичких садржаја заснованих на структурама сабирања и одузимања.

МЕТОДИЧКЕ ВРЕДНОСТИ ОПИСНОГ ОЦЕЊИВАЊА У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Сања Маричић, Крстивоје Шпијуновић
Универзитет у Крагујевцу, Учитељски факултет у Ужицу

Оцењивање представља важан, неизоставан и пратећи део наставе математике, али и један од најсложенијих, најосетљивијих и најтежих проблема са којима се учитељи суочавају у овој настави. Доминантан систем оцењивања у Републици Србији у настави математике представља нумеричко оцењивање на петостепеној скали, док се у првом разреду основне школе од 2003. године користи систем описних оцена. Описно оцењивање уведено је с циљем да се унапреди систем праћења и оцењивања ученика, да се ученик у настави математике прати целовито кроз све компоненте његовог развоја и његове личности, а резултат оцењивања буде повратна информација о учениковом напретку и развоју, његовој активности у процесу учења, уз јасну препоруку за даље напредовање и развој.

У раду аутори скрећу пажњу на описно оцењивање у настави математике и указују на његове методичке вредности. У том контексту организовали су истраживање на узорку учитеља ($N = 193$), с циљем да испитају њихове ставове о методичким вредностима описних оцена у настави математике. Добијени резултати упућују на закључак да учитељи неке од методичких вредности описног оцењивања (*сугерише следеће кораке учења, дефинише циљеве даљег учења и развоја, указује се на јаче стране ученика и они се саветују како да их развијају, указује на слабости у учењу како би се оне отклониле, родитељи су више ангажовани у раду са својом децом и друго*) јасно перципирају, док неке (*мотивише ученике на учење, оцењују се све активности у настави математике, тежи ка развијању самопроцене код ученика и друго*) већина њих занемарује, дајући предност нумеричком оцењивању.

TROUGLOVI KOJIM JE RAZLIKA DVA UNUTRAŠNJA UGLA PRAV UGAO

Almir Huskanović, Naida Bikić, Dževad Burgić

Univerzitet u Zenici

Ljubica Diković

Univerzitet Privredna akademija Novi Sad

Ovaj rad bavi se metodikom rješavanja i dokazivanja trinaest fomula koje vrijede u trouglu u kojem je razlika dva unutrašnja ugla prav ugao. Svaka od navedenih formula može se formulisati kao geometrijski zadatak koji ima za cilj produblјivanje,

proširivanje, povezivanje i generalizaciju problema, pri čemu se kod dokaza istih koriste Pitagorina teorema, uglovi na transferzali, sinusna i kosinusna teorema, trigonometrijski identiteti, sličnost trouglova, te teorema o centralnom i perifernom uglu.

Literatura

1. Š. Arslanagić, Matematika za nadarene, Bosanska riječ, Sarajevo, 2004
2. M. Beljić, "Prilog o proširivanju i uopštavanju zadatka iz geometrije trougla, MAT-KOL, XX(3), 145-151, 2014
3. P. Jančić, Zbirka zadataka iz geometrije, Matematički fakultet, Beograd, 2007
4. R. Tošić, V. Petrović, Problemi iz geometrije – metodička zbirka zadataka- Univerzitet u Novom Sadu, 1995

UVODENJE POJMA VEROVATNOĆE KROZ REALNE INTERPRETACIJE U OKVIRU STUDIJSKIH PROGRAMA NA VISOKOJ ŠKOLI STRUKOVNIH STUDIJA ZA VASPITAČE

Tatjana Bajić

Visoka škola strukovnih studija za vaspitače - Šabac

Neosporna je činjenica da kvantitativna analiza podataka, obuhvaćena metodologijom pedagoških istraživanja, kao i kvantitativno izražavanje količine informacije podrazumevaju poznavanje određenih sadržaja iz verovatnoće i statistike. Odatle, nameće se potreba za uvođenjem primenjene statistike u okviru studijskih programa na visokom školstvu strukovnih studija za vaspitače. Međutim, imajući u vidu nivo studija, odnosno da su u pitanju osnovni sadržaji iz primenjene statistike, strukovni studijski programi prvog stepena ne predviđaju primenjenu statistiku kao poseban predmet. Sa druge strane, kibernetika i pojam informacije ostvaruju prirodnu vezu između informatike i primenjene statistike. Na taj način se otvara mogućnost uvođenja odgovarajućih sadržaja iz primenjene statistike putem nadovezivanja na nastavne sadržaje iz informatike za strukovne vaspitače. U radu se razmatra pojam verovatnoće, koji je presudan za razumevanje statističkih zaključaka do kojih primenjena statistika dolazi, kao i za kvantitativno izražavanje količine informacije u Šenonovoj teoriji. Međutim, pojam verovatnoće, kao apstraktan matematički pojam, iziskuje odgovarajuće realne interpretacije kako bi studenti strukovnih studija u potpunosti shvatili njegovo značenje.

СТУДЕНТСКА СЕКЦИЈА

STUDENT SECTION

ON THE MÖBIUS FUNCTION

Miloš Tomić

University of Primorska, Faculty of Mathematics, Natural Sciences and Information
Technologies

The Möbius function $\mu(n)$ is an important multiplicative function in number theory and combinatorics. Although it was implicitly mentioned in some Euler's papers, the arithmetical importance of this function was first recognized by the German mathematician August Ferdinand Möbius, who introduced it in 1832. He defined 'classical' Möbius function $\mu(n)$, used in number theory, in the following way: For $n \in \mathbb{Z}^+$ and $n = p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_k^{m_k}$ where p_1, \dots, p_k are primes and m_1, \dots, m_k are natural numbers, it holds:

$$\mu(n) = \begin{cases} (-1)^k, & m_1 = \dots = m_k = 1 \\ 0, & m_i \geq 2, \quad i = 1, 2, \dots, k \\ 1, & n = 1 \end{cases}$$

The Möbius function can be generalized for all locally finite partially ordered sets and their incidence algebras. The purpose of this paper is to show some basic properties of the Möbius function, some of its applications in number theory and its relation to Euler totient function, as well as the generalization of Möbius function to all locally finite partially ordered sets and their incidence algebras.

RJEŠAVANJE NEKIH LOKACIJSKIH PROBLEMA PRIMJENOM GENETSKOG ALGORITMA

Jovana Janković

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet

Posebnu klasu zadataka kombinatorne optimizacije predstavljaju lokacijski problemi. Zadatak lokacijskih problema je pronalaženje optimalne pozicije objekata na datom skupu lokacija. Tip problema definiše funkciju cilja i njenu optimalnost (minimum ili maksimum) kao i broj objekata. Poznati lokacijski problemi su problem pokrivanja skupa lokacija (Location set covering problem-LSCP), problem maksimalnog pokrivanja skupa lokacija (Maximal covering location problem-MCLP) i problem minimalnog pokrivanja skupa lokacija (Minimal covering location problem-MinCLP). U radu će biti opisana primjena genetskog algoritma pri rješavanju problema maksimalnog pokrivanja lokacija, kao i načini njegove primjene pri rješavanju problema pokrivanja skupa lokacija, kao i problema minimalnog pokrivanja lokacija. Genetski algoritam je jedna od najpopularnijih tehnika

optimizacije koja imitira proces genetske evolucije. Genetski algoritam se temelji na selekciji ukrštanju i mutaciji.

INTERPOLACIJA FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH METODOM KONAČNIH RAZLIKA

Stefan Spalević

Matematički fakultet Beograd

Nekad funkcija koja je zadata može biti teška za proučavanje ili veoma česta pojava da je funkcija zadata na diskretnom skupu tačaka. U tim slučajevima pogodno je koristiti njihovu aproksimaciju, odnosno funkciju koja približno određuje zadato preslikavanje i u slučaju da je u pitanju diskretni skup tačaka tada neko prirodno ponašanje funkcije u tačkama u kojima nije zadata. Polinomi su pogodna klasa jer, kao što znamo, lako se vrši integracija i diferenciranje. Kada imamo jednu promenljivu poznati su Lagranžov, Njutnov interpolacioni polinom I, II, Gausov, Beselov, Njutnov polinom sa podeljenim razlikama... Prirodni poriv matematičara da proširi slučaj na višedimenzioni prostor odnosno slučaj više promenljivih. Svaka promenljiva je iz skupa realnih vrednosti. U radu je obradjena tema metodom konačnih razlika. Slučaj jedne promenljive možemo proširiti. Ono što je možda značajno u ovom radu je kod implementiran u Matlab-u koji upravo radi taj postupak. U literaturi se susrećemo sa dve ili najviše tri promenljive dok ostali slučajevi zbog komplikovanog zapisa nisu puno izučavani. Cilj ovog rada je da prezentuje ovaj kod i objasni njegovu primenu u raznim oblastima.

Literatura:

1. D. Radunović, "Numeričke metode", Akademska misao 2004, treće izdanje
2. S. Mišković, Škipta iz MATLABa, Naučno istraživanje", 2015, Matematički fakultet
3. Z. Stanimirović, T. Rakić, B. Janičić-Stojanović, A. Đenić, M. Marić, M. Medenica, Comparison of interpolation polynomials with divided differences, interpolation polynomials with finite differences, and quadratic functions obtained by the least squares method in modeling of chromatographic responses
4. <http://www.mathworks.com>
5. <http://www.newton.ac.uk>
6. Zoran Kadelburg, Dušan Adnađević, "Matematička analiza II"
7. D. Radunović, A. Samardžić, F. Marić, "Numeričke metodežbirka zadataka

COMPETITIVE EXCLUSION

Marko Rajković
University of Primorska

The ecological principle of competitive exclusion asserts that two species cannot indefinitely occupy the same niche. The classical example is due to Volterra in 1928 and ever since then there were attempts to state this principle on mathematical precise way and to generalize to the case of n consumers and $k < n$ resources. However, it was shown that after relaxing some of restrains taken in basic models, such coexistence is possible.

In this paper we give mathematical definition of persistent ecological community and historical overview of results on this topic together with some examples of coexistence of two consumers on one biotic resource. Furthermore, we closely investigate conditions necessary for coexistence in these examples and give experimental results implying coexistence.

ŠPERNEROVA LEMA

Mina Šekularac
"Matematička gimnazija", Beograd

Područje istraživanja u ovom radu predstavlja Špernerova lema koja se primenjuje u dokazu Brauerove teoreme. Predmet istraživanja ovog rada obuhvata:

- analizu i dokaz Špernerove leme,
- analizu i dokaz Brauerove teoreme,
- primenu Špernerove leme i Brauerove teoreme.

Ciljevi istraživanja u ovom radu su:

- teorijska analiza u smislu primene saznanja o Špernerovoj lemi,
- sagledavanje i utvrđivanje primene Špernerove leme,
- afirmacija Špernerove leme kao poznate matematičke leme, koja se primenjuje u mnogim

disciplinama i iznova potvrđuje svoju aktuelnost. Za istraživanje u okviru rada o Špernerovoj lemi korišćiće se sledeće metode istraživanja:

- analiza podataka iz prikupljene literature o ovoj problematici,

-
- analiza prethodnih istraživanja u ovoj oblasti,
 - obrada podataka dobijenih prethodnim analizama i njihova sistematizacija,
 - metod zaključivanja iz prethodnih činjenica o opštem saznanju.

Rezultati istraživanja o Špernerovoj lemi i njihovoj primeni u matematici, kao i u svakodnevnom životu biće prikazani kroz sumiranje i interpretaciju prethodnih saznanja i novih zaključaka do kojih se ovim istraživanjem došlo.

О ДИОФАНТОВИМ ЈЕДНАЧИНАМА

$$x^2 - axy + y^2 = b$$

Ивана Љубинковић

Филозофски факултет, Универзитет у И. Сарајеву

У овом раду се разматрају Диофантове једначине облика $x^2 - axy + y^2 = b$ при чему је a природан параметар, а b линеарна функција параметра a . За погодно изабране вредности параметра b се испитује за које вредности параметара a добијене једначине имају бар једно решење у скупу природних бројева, а када имају бесконачно много целобројних решења. У случају када нека од ових једначина има бесконачно много решења налази се њено опште решење.

PREPOZNAVANJE FACIJALNIH EKSPRESIJA POMOĆU FACIJALNIH KARAKTERISTIČNIH POKRETA

Marijana Dragičević

Filozofski fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

Facijalne ekspresije daju veoma važne informacije o emocijama osobe. Razumijevanje facijalnih ekspresija je važno zbog razumijevanja međuljudskih odnosa. Automatska detekcija emocija upotrebom sistema prepoznavanja facijalnih ekspresija je glavno polje interesovanja u različitim oblastima kao što su računarske nauke, medicina i psihologija i to sve u cilju poboljšanja interakcije čovjek-računar (*Human Computer Interaction*). Izgradnjom efikasnog načina prepoznavanja emocija čovjeka nastoji se poboljšati interakcija čovjek-računar u tolikoj mjeri da se ona poistovjećuje sa interakcijom čovjek-čovjek. Ovo prepoznavnje emocija uključuje nekoliko modaliteta kao što su facijalne ekspresije, gestikulacija rukama, akustični

podaci kao i biopsihosociološki podaci. Ključni korak u prepoznavanju facijalnih ekspresija je tačno određivanje karakteristika emocija. Većina dosadašnjih rješenja ne razmatra i ne koristi karakteristike facijalnih elemenata i pokreta mišića u dovoljnoj mjeri, koji se predstavljaju statički i dinamički, kao ni geometrijske karakteristike facijalnih ekspresija. Ovaj nedostatak dosadašnjih rješenja se nastoji riješiti korišćenjem bitnih karakteristika koje se dobijaju izdvajanjem dijelova lica i dobijanje njegovih karakteristika preko 3D Gabor filtera, a zatim se izvode operacije međusobnog povezivanja izdvojenih dijelova i dobijanje cjelokupog utiska o facijalnoj ekspresiji osobe. Eksperimentalni rezultati ovakvog pristupa pokazuju visoku stopu tačnosti prepoznavanja, značajan napredak u odnosu na dosadašnja rješenja i brzo vrijeme procesiranja.

IZRADA NASTAVNIH MATERIJALA U MATEMATICI POMOĆU PROGRAMSKOG PAKETA GeoGebra

Marija Vasić

Filozofski fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

Savremena nastava matematike prati razvoj tehnologije i nastoji da se u nastavni proces uvedu nova nastavna sredstva kako bismo učenicima približili matematiku, kako bismo ih motivisali na rad, poboljšali razumevanje, otkrivanje i usvajanje matematičkih pojmova, pojava i zakonitosti. Na njen razvoj uticala je masovna upotreba računara (informaciono-komunikacione tehnologije), prodor Interneta i dostupnost brzog Interneta u domovima, školama i univerzitetima.

U nastavi matematike svaka upotreba promenljivih znači dinamičnost i potrebu da se razvija funkcionalno mišljenje. Pri transformaciji algebarskih izraza menja se oblik algebarskog izraza. Dinamičnost koja se događa promenom oblika izraza, može se predstaviti upravo preklapanjem slika, što stvara efekat kretanja i u suštini je efekat animacije. Najbolje primene animacija u multimedijalnim sistemima za učenje su one u kojima korisnik može ostvariti uticaj na način na koji se objekti kreću. Time se ostvaruje interakcija između studenta i sistema učenja.

Apleti koji se mogu jednostavno kreirati pomoću nekih programskih , mogu se integrisati u multimedijalni sistem učenja , čime osim instrukcijske i prezentacijske namene u isto vreme imaju i interaktivnu namenu. Omogućuju studentu da preko kretanja nekih tačaka on sam kontroliše kretanje objekata i samostalno istražuje kako su kretanja funkcionalno povezana. Jedan od programskih paketa koji omogućava kreiranje apleta je GeoGebra.

U nastavku ćemo prezentovati uvođenje interaktivnih metoda u nastavu matematike primenom programskog paketa GeoGebra. Upoznati se sa njegovim pred-

nostima u odnosu na ostale programske pakete i prikazati primer obrade nastavne jedinice „Sinusna i kosinusna funkcija“.

PRIMENA MOODLE SISTEMA U ELEKTRONSKOM UČENJU

Jovana Bundalo

Filozofski fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

Razvojem računara, a pre svega komunikacija i interneta došlo je do značajnog razvoja sistema za elektronsko učenje i učenja na daljinu. Za potrebe realizacije učenja na daljinu institucija je u obavezi da formira, administrira i održava odgovarajuću infrastrukturu, čime se obezbeđuje: dostupnost materijala za učenje, sinhrona i asinhrona komunikacija između svih aktera uključenih u proces učenja i nastave, praćenje napretka studenata i sprovođenje ostalih aktivnosti od značaja za uspeh učenja na daljinu.

Prednosti elektronskog učenja su vrlo brzo prepoznate, a neke od najznačajnijih su: da omogućava kolaborativno učenje (collaborative learning) - dinamičku interakciju sa profesorima i studentima; on-line pristup nastavnim materijalima (informacije su lakše dostupne); da omogućava doživotno učenje (long life learning); nezavisnost od vremena i prostora – fleksibilnost učenja; objedinjavanje različitih medija za prenos i prikaz informacija (interaktivni sadržaji za učenje i različiti mediji za prezentovanje sadržaja); mogućnost prilagođavanja ličnom stilu učenja studenta (student uči samostalno organizujući vreme, personalizovani pristup); omogućava da se vreme koje profesor i student imaju na raspolaganju iskoristi za najkvalitetnije obrazovne sadržaje, raspravu i prenos znanja; da omogućava širi pristup obrazovanju (grupama studenata sa posebnim potrebama); da nastavnik lakše i kvalitetnije ažurira sadržaje novim saznanjima.

Dok je za online učenje, kao dominantan oblik obrazovanja na daljinu, kako mu samo ime i kaže, neophodno biti online, odnosno biti prisutan na mreži, e-obrazovanje je pojam koji ima veću širinu, i koji ne podrazumeva samo sprovođenje nastave i sticanje znanja putem mreže. Da bi se govorilo o e-obrazovanju nije neophodno biti online. Ciljevi uvođenja elektronskog učenja u nastavi su: e-učenje se uvodi zbog metodičko-pedagoških potreba, a ne zbog primene savremene tehnologije; unapređivanje kvaliteta obrazovnog procesa i ishoda učenja; osposobljavanje učenika za doživotno učenje; omogućavanje boljeg i šireg pristupa obrazovanju; internacionalizacija obrazovanja i e-učenja.

U nastavku će biti prikazana primena platforme za elektronsko učenje – moodle. To je besplatan sistem za elektronsko učenje. Kreiran je poštujući pedagoške

principe, sa ciljem da omogući profesorima lako kreiranje online kurseva i stvaranje efektivne i efikasne zajednice korisnika sistema za elektronsko obrazovanje a studentima lako pristupanje sadržajima istih bez obzira na lokaciju i vreme Sistem sadrži velike mogućnosti za primenu u nastavi na daljinu, za osavremenjivanje nastavnog procesa u školama, inkluzivno obrazovanje itd. Objasnjene su najvažnije mogućnosti programa prilikom kreiranja elemenata za elektronsko učenje, kao što su korišćenje foruma, testova, zadataka, rečnika, lekcija, wikija i blogova. Kombinacijom ovih elemenata moguće je na interaktivan i kvalitetan način unaprediti proces učenja.

UPOTREBA iCat KAO AVATARA U SASTANCIMA NA DALJINU

Marta Čvoro

Filozofski fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

U onlajn igricama i virtuelnim zajednicama korisnici koriste avatare kao reprezentaciju sebe pri komuniciranju s drugima. Bilo je nekoliko preporuka da se koriste avatari u prenosnim sastancima umjesto korištenja standardnog video konferenciranja.

- Upoređivanje načina udaljene komunikacije, nam je omogućilo da proučimo efekte manipulacije tehnologijom koja posreduje u prosecu komunikacije, upoređivajući različite mogućnosti koje svaki od načina nudi.
- U uslovima sa iCat-om, kompjuterski ekran kod dva učesnika je zamjenjen sa iCat-om, kojeg kontroliše udaljeni učesnik.
- Za udaljenog učesnika, slika druge dvije osobe je dolazila i kamere koja se nalazila na nosu iCat-a.
- Udaljeni učesnik je imao nekoliko opcija kontrolisanja iCat-a. Glava iCat-a se mogla rotirati u bilo kom pravcu prema učesnicima u sobi. Udaljeni učesnik je mogao protresti iCat, učiniti da on klimne glavom, bude iznenađen (podigne obrve) ili se nasmije.

Mogućnosti neverbalnog izražavanja učesnika na daljinu limitirane su na nekoliko facijalnih ekspresija i pokreta glavom koji mogu biti učinjeni. Sa mogućnošću okretanja iCat glave prema jednom ili drugom kolociranom učesniku, učesnik na daljinu može signalizirati pažnji ili onoga na koga je adresirano.

Slaganje i neslaganje ili potvrđivanje i negiranje može se signalizirati klimanjem i mrdanjem. Facijalne ekspresije su limitirane na karakterne reakcije uživanja i iznenađenja.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна и универзитетска библиотека
Републике Српске, Бања Лука

51(048.3)(0.034.4)

МАТЕМАТИЧКА конференција Републике Српске (6 ; 2016 ; Пале)
Књига апстраката [Elektronski izvor] / Шеста математичка
конференција Републике Српске, Пале, 21-22. мај 2016. ; [главни
уредник Миленко Пикула]. - Источно Сарајево : Филозофски
факултет, 2016. - 1 електронски оптички диск (CD-ROM) : текст,
слика ; 12 cm

Dostupno i na: http://www.mk.rs.ba/?page_id=424. - Насл. са насл.
екрана. - На насл. стр.: Универзитет у Источном Сарајеву, Друштво
математичара Републике Српске. - На спор. насл. стр.: Book of
Abstracts. - Текст ћир. и лат.. - Текст на срп. и енгл. језику.

ISBN 978-99938-47-79-3

COBISS.RS-ID 5843736