NELINEARNA TRANSFORMACIJA RAVANSKOG EMT U MAGNETIZOVANOJ PLAZMI PRI NAGLOM GAŠENJU STATIČKOG MAGNETSKOG POLJA

Zoran Trifković, *Mašinski fakultet*, Božidar Stanić, *Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu*

Sadržaj-Pomoću perturbacione teorije II reda analizirana je nelinearna transformacija ravanskog, monohromatskog, elektromagnetnog talasa (EMT) desne cirkularne polarizacije, koji se prostire u prostorno neograničenoj magnetizovanoj plazmi po pravcu spoljašnjeg statičkog magnetnog polja, kada se spoljašnje statičko magnetno polje naglo ukine. Pokazano je da se usled nelinearnih efekata u izotropnoj plazmi javljaju dva longitudinalna oscilatorna moda. Raspodele amplituda električnih polja ova dva moda u zavisnosti od ugaone frekvencije izvornog talasa i jačine spoljašnjeg statičkog magnetnog polja prikazane su na odgovarajućim dijagramima.

1. UVOD

Pretpostavimo da se EMT desne cirkularne polarizacije za t<0 prostire po pravcu spoljašnjeg statičkog magnetnog polja (pravac z ose) u prostorno neograničenoj magnetizovanoj plazmi. Električno i magnetno polje EMT u anizotropnoj plazmi kao i vektor polja brzina elektrona su sledećeg oblika [1],[2]:

$$\vec{e}_0(z,t) = E_0\cos(\omega_0 t - k_w z)\vec{x} + E_0\sin(\omega_0 t - k_w z)\vec{y}, \quad (1)$$

$$\vec{h}_0(z,t) = -H_0\sin(\omega_0 t - k_w z)\vec{x} + H_0\cos(\omega_0 t - k_w z)\vec{y}, \quad (2)$$

$$\vec{v}_0(z,t) = -V_0\sin(\omega_0 t - k_w z)\vec{x} + V_0\cos(\omega_0 t - k_w z)\vec{y}, \quad (3)$$

gde je ω_0 ugaona frekvencija izvornog EMT u plazmi i

$$k_w = \omega_0\frac{n_R}{c}, \qquad n_R = \sqrt{1+\frac{\omega_P^2}{\omega_0(\omega_B-\omega_0)}}, \quad (4)$$

$$H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, n_R E_0, \quad V_0 = \frac{q}{m}\cdot\frac{1}{\omega_0-\omega_B}E_0, \quad (5)$$

a q, m, ω_P, ω_B su naelektrisanje i masa elektrona, elektronska plazmena i elektronska ciklotronska ugaona frekvencija, respektivno.

U trenutku t=0 u celom prostoru se ukida spoljašnje statičko magnetno polje i plazma postaje izotropna. Prema linearnoj teoriji [3], u slučaju kada je frekvencija EMT daleko veća od jonske ciklotronske frekvencije i istovremeno daleko manja od elektronske ciklotronske frekvencije energija “whistler” talasa koji plazma tada podržava se konvertuje u energiju stacionarnog “wiggler” magnetnog polja nakon ukidanja spoljašnjeg statičkog magnetnog polja.

U ovom radu se analizira raspodela električnih polja novo stvorenih modova u izotropnoj plazmi pomoću perturbacione teorije II reda uzimajući u obzir nelinearne efekte koji potiču od sile $-q\mu_0\vec{v}\times\vec{h}$ u jednačini kretanja za elektronski fluid.

2. FORMULACIJA PROBLEMA I RE[ENJE U ZATVORENOJ FORMI

Za $t \geq 0$ vektori električnog i magnetnog polja kao i polja brzina elektrona u izotropnoj plazmi $\vec{e}(z,t), \vec{h}(z,t), \vec{v}(z,t)$ se određuju pomoću Maksvelovih jednačina i jednačine kretanja za elektronski fluid.

$$\mathrm{rot}\,\vec{e}(z,t) = -\mu_0\frac{\partial\vec{h}(z,t)}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{h}(z,t) = -N_0 q\vec{v}(z,t) + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{e}(z,t)}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\frac{d\vec{v}(z,t)}{dt} = -\frac{q}{m}\vec{e}(z,t) - \frac{q}{m}\mu_0\vec{v}(z,t)\times\vec{h}(z,t), \quad (8)$$

gde je N_0 koncetracija elektrona u plazmi.

Sistem jednačina (6)-(8) je nelinearan. Rešenja se traže u obliku:

$$\vec{e}(z,t) = \vec{e}_1(z,t) + \vec{e}_2(z,t) + \ldots, \quad (9)$$

$$\vec{h}(z,t) = \vec{h}_1(z,t) + \vec{h}_2(z,t) + \ldots, \quad (10)$$

$$\vec{v}(z,t) = \vec{v}_1(z,t) + \vec{v}_2(z,t) + \ldots . \quad (11)$$

Ograničavamo se na perturbacionu teoriju II reda pretpostavljajući da se amplitude članova višeg reda mogu zanemariti. Zamenom (9)-(11) u sistem jednačina (6)-(8) dobija se sledeći sistem jednačina:

$$\mathrm{rot}\,\vec{e}_1(z,t) + \mu_0\frac{\partial\vec{h}_1(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (6a)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{h}_1(z,t) + N_0 q\vec{v}_1(z,t) - \varepsilon_0\frac{\partial\vec{e}_1(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial\vec{v}_1(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m}\vec{e}_1(z,t) = 0, \quad (8a)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{e}_2(z,t) + \mu_0\frac{\partial\vec{h}_2(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (6b)$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{h}_2(z,t) + N_0 q\vec{v}_2(z,t) - \varepsilon_0\frac{\partial\vec{e}_2(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (7b)$$

$$\frac{\partial\vec{v}_2(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m}\vec{e}_2(z,t) = (\vec{v}_1(z,t)\vec{\nabla})\vec{v}_1(z,t) - \frac{q}{m}\mu_0\vec{v}_1(z,t)\times\vec{h}_1(z,t) \quad (8b)$$

Vektori električnog i magnetnog polja i polja brzina elektrona $\vec{e}_1(z,t), \vec{h}_1(z,t), \vec{v}_1(z,t)$ dati su u [3].

U jednačini (8b) prvi član s desne strane kao i svi prostorni izvodi jednaki su nuli zbog geometrije problema. Primenom Laplasove transformacije na sistem jednačina (6b)-(8b) uz početne uslove

$$\vec{e}_2(z,t=0^-) = \vec{e}_2(z,t=0^+) = 0\,, \tag{9}$$

$$\vec{h}_2(z,t=0^-) = \vec{h}_2(z,t=0^+) = 0\,, \tag{10}$$

$$\vec{v}_2(z,t=0^-) = \vec{v}_2(z,t=0^+) = 0\,, \tag{11}$$

dobija se za projekcije vektora polja u prostoru kompleksne učestanosti s=jω:

$$E_{2x}(z,s) = E_{2y}(z,s) = 0\,, \tag{12}$$

$$E_{2z}(z,s) = -\mu_0 \frac{\omega_P^2}{s^2+\omega_P^2} \cdot I(z,s)\,, \tag{13}$$

$$H_{2x}(z,s) = H_{2y}(z,s) = H_{2z}(z,s) = 0\,, \tag{14}$$

$$V_{2x}(z,s) = V_{2y}(z,s) = 0\,, \tag{15}$$

$$V_{2z}(z,s) = \frac{\varepsilon_0}{q N_0} s \cdot E_{2z}(z,s)\,, \tag{16}$$

gde je

$$I(z,s) = V_{1x}(z,s) \otimes H_{1y}(z,s) - V_{1y}(z,s) \otimes H_{1x}(z,s)\,, \tag{17}$$

a sa $\otimes$ je označena operacija konvolucije u s domenu.

Primenom inverzne Laplasove transformacije za projekcije vektora električnog i magnetnog polja i polja brzina elektrona dobija se:

$$e_{2x}(z,t) = e_{2y}(z,t) = 0\,, \tag{18}$$

$$e_{2z}(z,t) = -\mu_0 \omega_P \sin(\omega_P t) * i(z,t)\,, \tag{19}$$

$$h_{2x}(z,t) = h_{2y}(z,t) = h_{2z}(z,t) = 0\,, \tag{20}$$

$$v_{2x}(z,t) = v_{2y}(z,t) = 0\,, \tag{21}$$

$$v_{2z}(z,t) = -\frac{\mu_0 \varepsilon_0 \omega_P^2}{N_0 q} \cos(\omega_P t) * i(z,t)\,, \tag{22}$$

gde je sa $*$ označena operacija konvolucije u vremenskom domenu.

Posle dužeg izračunavanja iz jednačine (19) dobija se izraz za električno polje u sledećem obliku:

$$e_{2z}(z,t) = E_{21}\sin(\omega_P t) - E_{22}\sin(\omega_{UP} t)\,, \tag{23}$$

gde su amplitude oscilatornih longitudinalnih modova dobijenih perturbacionom teorijom II reda

$$E_{21} = \frac{\mu_0 \Omega_{UP}}{\Omega_{UP}^2 - 1}\left[V_{10}(H_{11}+H_{12}) + H_{10}(V_{11}+V_{12})\right], \tag{24}$$

$$E_{22} = \frac{E_{21}}{\Omega_{UP}}\,. \tag{25}$$

Amplitude vektora polja brzina elektrona i magnetnog polja talasa u izotropnoj plazmi koje su dobijene perturbacionom teorijom I reda su [3]

$$V_{10} = \frac{q}{m\,\omega_P} \cdot \left(\frac{1}{\Omega_B - \Omega_0} + \frac{\Omega_0}{\Omega_{UP}^2}\right) \cdot E_0\,, \tag{26}$$

$$V_{11} = \frac{q}{2m\,\omega_P} \cdot \left(1 + \frac{\Omega_0}{\Omega_{UP}}\right) \cdot E_0\,, \tag{27}$$

$$V_{12} = \frac{q}{2m\,\omega_P} \cdot \left(1 - \frac{\Omega_0}{\Omega_{UP}}\right) \cdot E_0\,, \tag{28}$$

$$H_{10} = \left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\Omega_{UP}^2}\right) \cdot H_0\,, \tag{29}$$

$$H_{11} = \frac{\Omega_0}{2\Omega_{UP}}\left(1 + \frac{\Omega_0}{\Omega_{UP}}\right) \cdot H_0\,, \tag{30}$$

$$H_{12} = \frac{\Omega_0}{2\,\Omega_{UP}}\left(1 - \frac{\Omega_0}{\Omega_{UP}}\right) \cdot H_o\,. \tag{31}$$

Ugaone frekvencije novo stvorenih oscilatornih modova su ω_P (elektronska plazmena učestanost), i ω_{UP} data izrazom

$$\omega_{UP} = \sqrt{\omega_P^2 + n_R^2 \omega_0^2}\,. \tag{32}$$

$\Omega_{UP}, \Omega_B, \Omega_0$ su normalizovane ugaone frekvencije $\frac{\omega_{UP}}{\omega_P}, \frac{\omega_B}{\omega_P}, \frac{\omega_0}{\omega_P}$, respektivno.

Izraz za projekciju v_{2z} vektora polja brzina elektrona u izotropnoj plazmi može se dobiti iz jednačine (22).

Zavisnost normalizovanih (na $E_{20} = q E_0^2 / 4mc\,\omega_P$) amplituda novo stvorenih longitudinalnih oscilatornih modova od normalizovane kružne frekvencije izvornog talasa u anizotropnoj plazmi Ω_0 za različite vrednosti normalizovane elektronske ciklotronske frekvencije Ω_B data je na slikama 1 i 2.

3. ZAKJUČAK

U radu je rešen u zatvorenoj formi problem nelinearne transformacije elektromagnetnog talasa, desne cirkularne polarizacije, koji se prostire kroz prostornu neograničenu magnetizovanu plazmu, kada se spoljašnje statičko magnetno polje naglo ukine. Novina u opisu ove pojave je razmatranje nelinearnosti koje potiču od interakcije me|u modovima polja brzina elektrona i promenljivog magnetnog polja talasa u plazmi, odnosno zbog sile $-\mu_0 q\vec{v}\times\vec{h}$ u jednačini kretanja elektrona. Pokazano je da se u slučaju longitudinalnog prostiranja (pravaci prostiranja EMT i spoljašnjeg statičkog magnetnog polja su kolinearni) rešenja za novo stvorene modove mogu dobiti u zatvorenoj formi, odnosno da se rezultujuća polja mogu predstaviti u vidu zbira dva novo stvorena moda. Kružne frekvencije eksitovanih longitudinalnih oscilatornih modova dobijenih perturbacionom teorijom II reda su ω_P i ω_{UP}, gde su

$$\omega_P=\sqrt{\frac{q^2 N_0}{\varepsilon_0 m}}\,,\qquad \omega_{UP}=\sqrt{\omega_P^2+n_R^2\,\omega_0^2}\,,$$

$$n_R=\sqrt{1+\frac{\omega_P^2}{\omega_0(\omega_B-\omega_0)}}\,.$$

ω_0 i ω_B su ugaona frekvencija izvornog EMT u plazmi i elektronska ciklotronska ugaona frekvencija, respektivno.

Pokazano je da se efikasnost eksitacije novo stvorenih longitudinalnih oscilatornih modova može kontrolisati promenom frekvencije izvornog EMT i promenom inteziteta spoljašnjeg statičkog magnetnog polja.

Efikasnost eksitacije oscilatornih longitudinalnih modova opada sa porastom ugaone frekvencije Ω_0 cirkularno polarizovanog izvornog EMT, a raste sa porastom spoljašnjeg statičkog magnetnog polja indukcije B_0 što je sa fizičke tačke gledišta razumljivo.

Abstract: By the use of perturbation theory of second order the nonlinear transformation of plane **Abstract:** By the use of perturbation theory of second order the nonlinear transformation of plane monochromatic right-hand circulary polarized electromagnetic wave (EMT), assumed to be propagating in direction of external static magnetic field in spatialy unbounded magnetoplasma medium, when external static magnetic field is suddenly switched off is analyzed. It is shown that, due to nonlinear effects, two oscillating longitudinal modes appear in isotropic plasma. Variation of the amplitudes of electic field of these modes with angular frequency of source EMW and static magnetic induction B_0 are shown in the corresponding diagrams.

NONLINEAR TRANSFORMATIN OF PLANE EMT IN MAGNETIZED PLASMA WHEN EXTERNAL STATIC MAGNETIC FIELD IS SUDDENLY CUTT OFF

Zoran M. Trifković and Božidar B. Stanić

LITERATURA

[1] H. G. Booker, “Cold Plasma Waves” *(Kluwer, Hingham MA, USA, 1984), pp.77-122*.
[2] M. A. Heald and C. B. Wharton, “Plasma Diagnostics and Microwavae”, *(Wiley, New York,1965), pp.12-37*.
[3] D. K. Kalluri, “Conversion of a Whistler Wave into a Controllable Helical Wiggler Magnetic Field”, *Journal of Applied Physic, May 1996*.