

GENERISANJE DEGENERISANIH MODOVA NELINEARNOG ELEKTRIČNOG POLJA PRI NAGLOM STVARANJU MAGNETIZOVANE PLAZME . (LONGITUDINALNO PROSTIRANJE)

Zoran Trifković, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Božidar Stanić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Sadržaj- Pomoću perturbacione teorije I i II reda analiziran je uticaj naglog stvaranja hladne beskoliziona magnetizovane plazme na transformaciju linearno polarizovanog izvornog elektromagnetskog talasa (EMT). Pokazano je da za određene vrednosti kružne frekvencije izvornog EMT i indukcije spoljašnjeg statičkog magnetskog polja u magnetizovanoj plazmi dolazi do rezonantne eksitacije određenih kako oscilatornih tako i talasnih modova nelinearnog električnog polja.

1. UVOD

Izvorni, linearno polarizovan EMT, za $t < 0$, prostire se u slobodnom prostoru u pravcu z ose duž spoljašnjeg statičkog magnetskog polja, indukcije B_0 . Vektori električnog i magnetskog polja izvornog EMT su:

$$\vec{e}_0(z, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{x}, \quad (1)$$

$$\vec{h}_0(z, t) = H_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{y}, \quad (2)$$

$$H_0 = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0, \quad (3)$$

gde su ϵ_0, μ_0 permitivnost i permeabilnost slobodnog prostora.

U trenutku $t=0$ u celom prostoru se naglo stvara hladna beskoliziona plazma sa koncentracijom elektrona N_0 . Za elektrone se pretpostavlja da se stvaraju sa zanemarljivo malim početnim brzinama. Na taj način se ostvaruje vremenski diskontinuitet u dielektričnim osobinama medijuma kroz koji se talas prostire. Vektori električnog i magnetskog polja EMT u anizotropnoj plazmi, i vektor polja brzine elektronskog fluida određuju se pomoću Maksvelovih jednačina (4) i (5) i jednačine kretanja za elektronski fluid (6):

$$\text{rot } \vec{e}(z, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}(z, t)}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\text{rot } \vec{h}(z, t) = -q N_0 \vec{u}(z, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}(z, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{u}(z, t)}{dt} = -\frac{q}{m} \vec{e}(z, t) - \frac{q}{m} \vec{u}(z, t) \times (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{h}(z, t)), \quad (6)$$

i odgovarajućih početnih uslova o kontinuitetu vektora električnog i magnetskog polja u trenutku $t=0$ na bilo kom mestu u prostoru, kao i to da su stvoreni elektroni bez početne brzine.

Linearizacija sistema jednačina (4)-(6) postiže se primenom perturbacione teorije I i II reda. Rešenja za polja u plazmi tražimo u obliku:

$$\vec{e}(z, t) = \vec{e}_1(z, t) + \vec{e}_2(z, t), \quad (7)$$

$$\vec{h}(z, t) = \vec{h}_1(z, t) + \vec{h}_2(z, t), \quad (8)$$

$$\vec{u}(z, t) = \vec{u}_1(z, t) + \vec{u}_2(z, t). \quad (9)$$

Zamenom (7)-(9) u (4)-(6) dobijaju se sistemi jednačina za perturbaciona polja I reda (linearna polja):

$$\text{rot } \vec{e}_1(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

$$\text{rot } \vec{h}_1(z, t) + q N_0 \vec{u}_1(z, t) - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_1(z, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_1(z, t) + \frac{q}{m} \vec{u}_1(z, t) \times \vec{B}_0 = 0, \quad (12)$$

i perturbaciona polja II reda (nelinearna polja):

$$\text{rot } \vec{e}_2(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (13)$$

$$\text{rot } \vec{h}_2(z, t) + q N_0 \vec{u}_2(z, t) - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_2(z, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_2(z, t) + \frac{q}{m} \vec{u}_2(z, t) \times \vec{B}_0 = -\frac{q \mu_0}{m} \vec{u}_1(z, t) \times \vec{h}_1(z, t) \quad (15)$$

Primenom Laplasove transformacije po vremenskoj koordinati t

$$F(z, s) = L\{f(z, t)\} = \int_0^{\infty} f(z, t) e^{-st} dt, \quad (16)$$

i Furijeove transformacije po prostornoj koordinati z

$$F(k, s) = F\{F(z, s)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(z, s) e^{-jkz} dz, \quad (17)$$

sistemi parcijalnih diferencijalnih jednačina (10)-(15) iz (z, t) prostora prevode se na sisteme algebarskih jednačina u (k, s) prostoru. Rešavanjem ovog sistema algebarskih jednačina i primenom inverzne Laplasove i Furijeove transformacije dobijaju se izrazi za linearna [1] (sa donjim indeksom 1) i nelinearna polja [2] (sa donjim indeksom 2) u sledećem obliku:

$$\vec{e}_1(z, t) = \sum_{i=1}^3 (e_{1x}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{x} + e_{1y}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{y}), \quad (18)$$

$$\vec{h}_1(z, t) = \sum_{i=1}^3 (h_{1x}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{x} + h_{1y}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{y}), \quad (19)$$

$$\vec{u}_1(z, t) = \sum_{i=1}^3 (u_{1x}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{x} + u_{1y}(\omega_i t \mp k_0 z) \cdot \hat{y}), \quad (20)$$

$$\bar{e}_2(z,t) = \begin{pmatrix} e_{2z}(2k_0 z) + e_{2z}(\omega_P t) + \sum_{i=1}^3 e_{2z}(\varphi_i t) \\ + e_{2z}(\omega_P t \mp 2k_0 z) + \sum_{i=1}^3 e_{2z}(\varphi_i t \mp 2k_0 z) \end{pmatrix} \cdot \hat{z}, \quad (21)$$

$$\bar{h}_2(z,t) = 0, \quad (22)$$

$$\bar{u}_2(z,t) = \begin{pmatrix} u_{2z}(\omega_P t) + \sum_{i=1}^3 u_{2z}(\varphi_i t) \\ + u_{2z}(\omega_P t \mp 2k_0 z) + \sum_{i=1}^3 u_{2z}(\varphi_i t \mp 2k_0 z) \end{pmatrix} \cdot \hat{z}, \quad (23)$$

gde su

$$\omega_i = (-1)^{i+1} \left(2(\omega_B^2/3 + \omega_0^2 + \omega_P^2)^{1/2} \cos\left(\arccos\left(-\frac{q}{2\rho}\right) + 2(i-1)\frac{\pi}{3}\right) - \omega_B/3 \right),$$

$$i = 1, 2, 3, \quad (24)$$

$$q = (-2\omega_B^2 + 18\omega_0^2 - 9\omega_P^2) \cdot \omega_B/27; \quad (25)$$

$$\rho = \left((\omega_B^2/3 + \omega_0^2 + \omega_P^2)/3 \right)^{3/2},$$

$$\varphi_1 = \omega_1 + \omega_2; \varphi_2 = \omega_1 - \omega_3; \varphi_3 = \omega_2 + \omega_3, \quad (26)$$

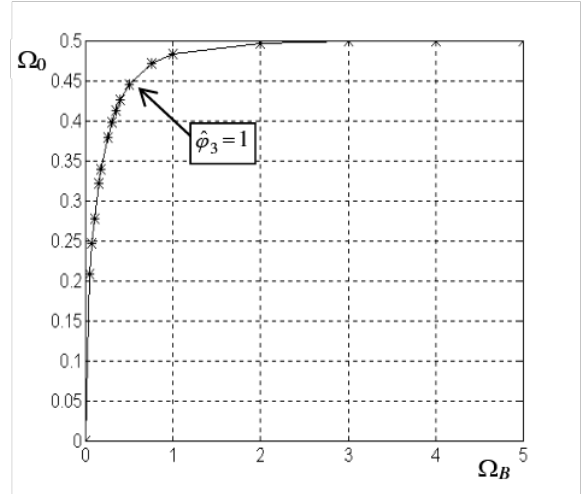
$\omega_B = q B_0/m$ -elektronska ciklotronska kružna frekvencija, $\omega_P = \sqrt{q N_0^2/\epsilon_0 m}$ -elektronska plazmena kružna frekvencija, a q i m su naelektrisanje i masa elektrona, respektivno.

Iz sistema jednačina (13)-(15) u (z,t) domenu, za nelinearno električno polje može se dobiti sledeća parcijalna diferencijalna jednačina

$$\frac{\partial^2 e_{2z}(z,t)}{\partial t^2} + \omega_P^2 e_{2z}(z,t) = -\mu_0 \omega_P (u_{1x}(z,t) h_{1y}(z,t) - u_{1y}(z,t) h_{1x}(z,t)) \quad (27)$$

Promena nelinearnog električnog polja u vremenu opisana je nehomogenom diferencijalnom jednačinom II reda koja je karakteristična za linearni harmonijski oscilator (LHO) sa prostoperiodičnom prinudom. Ukoliko neki član u prinudi ima kružnu frekvenciju jednaku sopstvenoj frekvenciji LHO, tj. elektronskoj plazmenoj frekvenciji ω_P , tada amplituda eksitovanog moda ima beskonačnu vrednost s obzirom da analiziramo model plazme bez gubitaka. Kružne frekvencije koje figurišu u prinudi na desnoj strani jednačine (27) su $\omega_P, \varphi_1, \varphi_2$ i φ_3 . Pažljivom analizom jednačina (24) i (26) može se zaključiti da kružne frekvencije φ_1 i φ_2 uvek imaju vrednost različitu od ω_P (za $\omega_0 > 0$) pa iz tog razloga eksitacija oscilatornih i talasnih modova sa ovim kružnim frekvencijama nema rezonantni karakter. Međutim kružna frekvencija φ_3 za određene vrednosti ω_0 i ω_B može imati vrednost ω_P (vidi Sl.1). Sl.1 jasno pokazuje da uslov rezonancije ne može biti ostvaren, za ma koju vrednost ω_B , ako je $\omega_0 > 0.5\omega_P$. Očigledno je da oscilatorni i talasni modovi sa kružnim frekvencijama ω_P i $\varphi_3 = \omega_P$ mogu biti rezonantno eksitovani samo za vrednosti $\omega_0 < 0.5\omega_P$ i

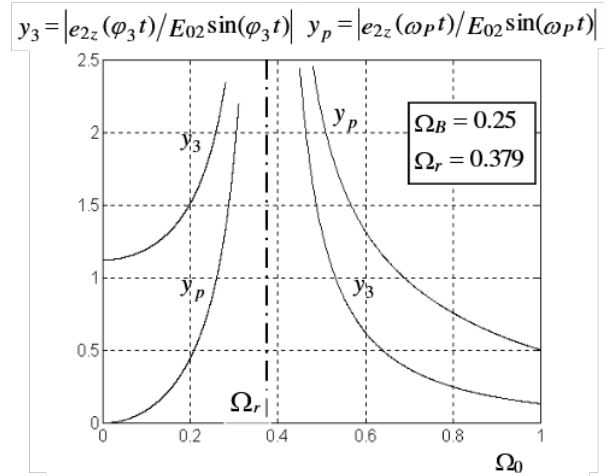
$\omega_B > 0$.



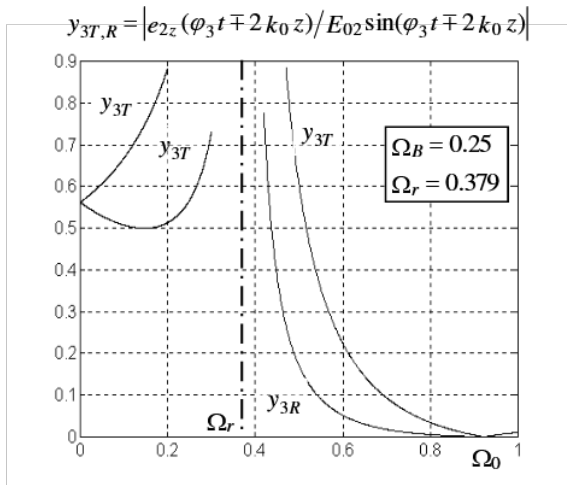
Sl.1 Geometrijsko mesto tačkaka $\hat{\varphi}_3 = \varphi_3/\omega_P = 1$ u ravni normiranih kružnih frekvencija $\Omega_0 = \omega_0/\omega_P$ i $\Omega_B = \omega_B/\omega_P$.

Eksitacija stacionarnog moda ($\omega = 0, k = 2k_0$) nema rezonantan karakter.

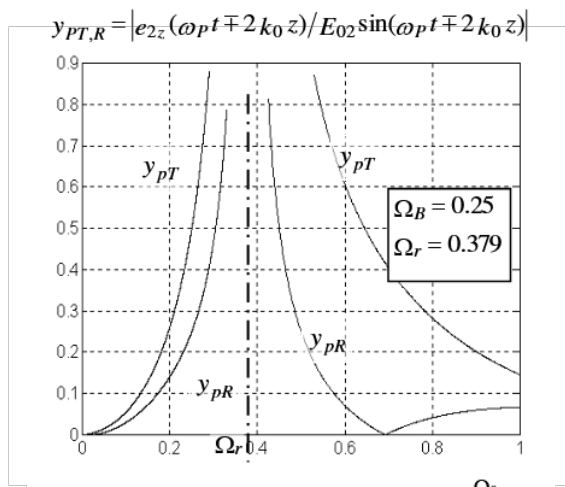
Rezonantne eksitacije oscilatornih i talasnih modova sa kružnim frekvencijama ω_P i φ_3 u funkciji $\Omega_0 = \omega_0/\omega_P$ za vrednost $\Omega_B = \omega_B/\omega_P = 0.25$ prikazane su na Sl.2-Sl.4, respektivno.



Sl.2 Normirane amplitude oscilatornih modova sa kružnim frekvencijama φ_3 (kriva y_3) i ω_P (kriva y_P) za $\Omega_B = \omega_B/\omega_P = 0.25$.



Sl.3 Normirane amplitude transmitovanog (kriva y_{3T}) i reflektovanog (kriva y_{3R}) moda kružne frekvencije φ_3 za $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 0.25$.

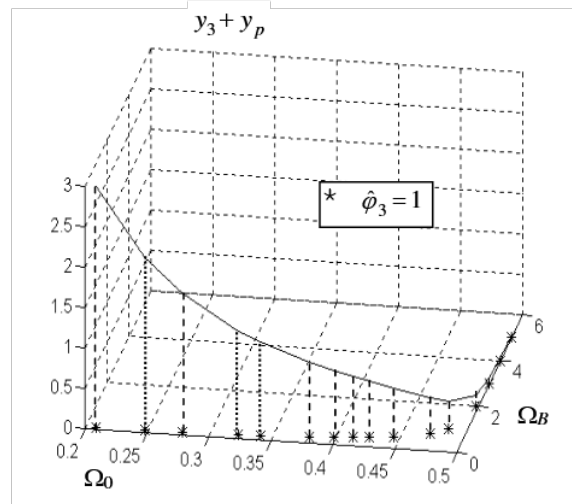


Sl.4 Normirane amplitude transmitovanog (kriva y_{pT}) i reflektovanog (kriva y_{pR}) moda kružne frekvencije ω_P za $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 0.25$.

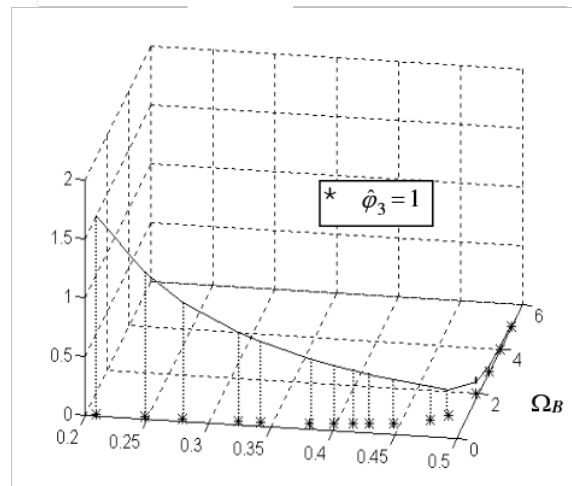
U razmatranom slučaju rezonancija se dešava pri $\Omega_0 = \Omega_r = 0.379$ u skladu sa rezonantnim uslovima sa Sl.1 kada eksitovani modovi postaju degenerisani (sa istom kružnom frekvencijom ω_P). Međutim, njihova suma ima konačnu amplitudu (vidi Sl.5-Sl.7).

U slučaju kada i kružna frekvencija izvornog talasa Ω_0 i elektronska ciklotronska kružna frekvencija Ω_B imaju male vrednosti (približno jednake nuli) suma amplituda degenerisanih kao oscilatornih tako i talasnih modova sa kružnim frekvencijama $\varphi_3 = \omega_P$ i ω_P postaje beskonačno velika (vidi Sl.5-7). Međutim, tada oscilatorni i talasni modovi sa kružnom frekvencijom φ_2 postaju degenerisani sa beskonačno velikom amplitudom suprotnom po znaku odgovarajućoj sumi, iz razloga {to φ_2 doseže vrednost ω_P .

Na taj način suma tri degenerisana moda ($y = y_3 + y_P + y_2$) sa kružnim frekvencijama $\varphi_3 = \omega_P, \varphi_2 = \omega_P$ i ω_P postaje jednaka nuli.



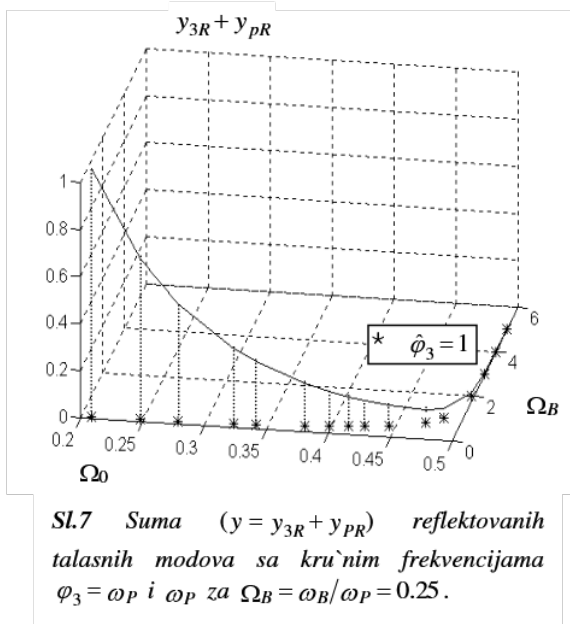
Sl.5 Suma ($y = y_3 + y_P$) oscilatornih modova sa kružnim frekvencijama $\varphi_3 = \omega_P$ i ω_P za $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 0.25$.



Sl.6 Suma ($y = y_{3T} + y_{pT}$) transmitovanih talasnih modova sa kružnim frekvencijama $\varphi_3 = \omega_P$ i ω_P za $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 0.25$.

3. ZAKLJUČAK

Pokazano je da se longitudinalno električno polje u naglo stvorenoj magnetizovanoj beskolizonoj slabo nelinearnoj plazmi, koje je posledica nelinearnih efekata usled dejstva Lorenz-ve sile, može modelovati kao LHO, sopstvene kružne frekvencije ω_P , (elektronska plazmena kružna frekvencija) sa prostoperiodičnom prinudom. Za određene vrednosti kružne frekvencije izvornog EMT i indukcije statičkog magnetskog polja pojedine kružne frekvencije u prostoperiodičnoj prinudi dosežu vrednost ω_P i na taj način dolazi do rezonantne eksitacije oscilatornih i talasnih modova generisanog nelinearnog električnog polja.



Suma rezonantno pobuđenih kako oscilatornih tako i talasnih modova (svi imaju kružnu frekvenciju ω_P) je konačna.

ABSTRACT- By the use of perturbation theory of the first and second order the influence of sudden switching-on of magnetoplasma medium on transformatin of linear polarized plane source EMW is analyzed. As the consequence of these temporal discontinuity nonlinear longitudinal electric modes are created. Some of these modes are becoming degenerated, at certain values of the angular frequency of source EMW and the magnitude of static magnetic field, with the finite peak value of their sum.

GENERATION OF DEGENERATED MODES OF NONLINEAR ELECTRIC FIELDS COUSED BY SUDDENLY CREATED MAGNETOPLASMA. (LONGITUDINAL PROPAGATION)

Z.M Trifković, B.V. Stanić

LITERATURA

[1] D.K. Kalluri, "Effect of Switching a Magnetoplasma Medium on a Travelling Mode: Longitudinal Propagation", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 37, No. 12, Dec. 1989.
 [2] Z.M. Trifković, *Nelinearna transformacija EMT u naglo stvorenoj magnetizovanoj plazmi*, Magistarski teza, ETF Beograd, jul 1998.