

ANALIZA EFIKASNOSTI EKSTITACIJE NELINEARNOG STACIONARNOG ELEKTRIČNOG POLJA PRI NAGLOM STVARANJU HLADNE MAGNETIZOVANE PLAZME: LONGITUDINALNO PROSTIRANJE

Z.M. TRIFKOVIĆ, B.V. STANIĆ*

Mašinski fakulte, Beograd, SCG

**Elektrotehnički fakultet, Beograd, SCG*

SAŽETAK

U radu je analizirana interakcija izvornog elektromagnetskog talasa (EMT) sa naglo stvorenim, beskolizionom, hladnom, magnetizovanom plazmom. Plazmu možemo smatrati naglo stvorenim kada je recipročna vrednost vremena stvaranja plazme T_r , daleko veća od frekvencije izvornog EMT-a, tj. $1/T_r \gg \omega_0$. Ovaj uslov je ispunjen kod nekih impulsnih gasnih pražnjenja, zatim kada plazma nastaje usled nuklearne eksplozije ili prilikom dejstva kratkih (pikosekundnih ili femtosekundnih) laserskih impulsa na čvrste mete. U tom slučaju promena koncentracije elektrona u trenutku nastajanja plazme ($t=0$) može se predstaviti Heaviside-ovom step funkcijom. Prilikom proučavanja interakcija sa EMT-ima plazma se može modelovati kao disperzivni dielektrik preko relativne dielektrične konstante $\varepsilon_p = \varepsilon_p(\omega)$, koja se dobija iz disperzivne relacije $\varepsilon_p = k^2 c^2 / \omega^2$. U prisustvu statičkog magnetskog polja dielektrična konstanta postaje u opštem slučaju tenzorska veličina i plazma se modeluje kao disperzivni anizotropni medijum. Vremenski diskontinuiteti dielektričnih osobina plazma medijuma utiču na stvaranje kako talasnih i oscilatornih modova sa frekvencijama različitim od frekvencije izvornog EMT-a, tako i stacionarnih modova u plazmi. Efikasnost ekstacije stacionarnog moda električnog polja zavisi od frekvencije izvornog EMT-a i indukcije spoljašnjeg magnetskog polja, odnosno elektronske ciklotronske frekvencije. Za datu vrednost frekvencije izvornog talasa moguće je izračunati vrednost elektronske ciklotronske frekvencije za koju je efikasnost ekstacije maksimalna.

Ključne reči: plazma, vremenski diskontinuitet, stacionarni mod

1. UVOD

Usled velike brzine prostiranja EMT-i se mnogo češće susreću sa prostornim nego sa vremenskim varijacijama medijuma kroz koji se prostiru. Zbog toga, fenomeni vezani za prostiranje talasa u prostorno promenljivim homogenim plazmama, kao što su refleksija, prelamanje i transmisija kao posledice promene talasnog vektora, dominiraju u odnosu na fenomene vezane za prostiranje talasa u vremenski promenljivim homogenim plazmama. U prvom slučaju frekvencija talasa ostaje nepromenjena. Međutim, u slučaju kada se medijum menja veoma brzo u vremenu u znatnim dimenzijama (u odnosu na talasnu dužinu) dolazi do promene frekvencije izvornog EMT-a dok talasni broj ostaje nepromenjen [1],[2]. Kao posledica dualnosti prostor-vreme mogu se izvesti neke analogije između fenomena koji su karakteristični za svaki tip varijacije plazma medijuma ponaosob. Međutim, u vremenski promenljivoj plazmi javljaju se i fenomeni koji se ne mogu predvideti pomoću principa dualnosti kao što je generisanje stacionarnih električnih i magnetskih polja što je karakteristika vezana za vremenske diskontinuitete u medijumu kroz koji se EMT prostire.

U ovom radu je analizirana interakcija izvornog EMT-a sa naglo stvorenom, beskolizionom, hladnom, magnetizovanom plazmom. Prostiranje EMT-a je duž pravca spoljašnjeg magnetskog polja (pravac z ose), koje egzistira i pre jonizacije sredine kroz koju se vrši propagacija.

U trenutku $t = 0$ u celom beskonačnom prostoru, kroz koji se EMT prostire, naglo se stvara hladna, beskoliziona, magnetizovana plazma sa koncentracijom elektrona N_0 . Za elektrone se pretpostavlja da se stvaraju sa zanemarljivo malim početnim brzinama. Na taj način se ostvaruje vremenski diskontinuitet u dielektričnim osobinama medijuma kroz koji se talas prostire. Distribucija novo stvorenih EM polja i pola brzine elektronskog fluida analiziraće se perturbacionom teorijom drugog reda u radio aproksimaciji.

2. FORMULACIJA PROBLEMA I REŠENJE U ZATVORENOJ FORMI

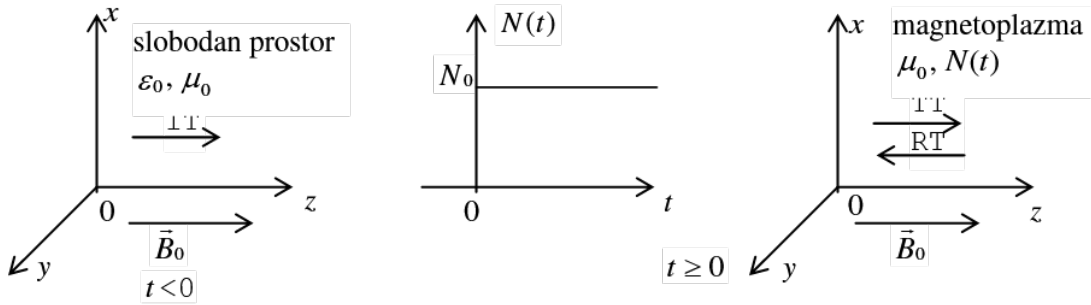
Ravanski, monohromatski, linearno polarizovan (LP) izvorni EMT prostire se, za $t < 0$, u slobodnom prostoru duž statičkog magnetskog polja indukcije $\vec{B}_0 = \hat{z} B_0$ postavljenog u pravcu z ose. Električno i magnetsko polje izvornog EMT-a su sledećeg oblika:

$$\vec{e}_0(z, t) = \hat{x} \cdot E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad (1)$$

$$\vec{h}_0(z, t) = \hat{y} \cdot H_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z), \quad (2)$$

$$H_0 = \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0} E_0, \quad k_0 = \omega_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad (3)$$

gde su: ω_0 kružna frekvencija izvornog talasa, ε_0 dielektrična permitivnost slobodnog prostora, μ_0 permeabilnost slobodnog prostora, a $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ su jedinični vektori u pozitivnim smerovima x, y i z ose.



*Sl.1 Geometrija problema: IT – izvorni talas, TT – transmitovani talas, RT – reflektovani talas
 B_0 - magnetska indukcija statičkog magnetskog polja, N_0 - koncentracija novo stvorenih elektrona.*

U jonizovanoj sredini polje koncentracije elektrona, vektori električnog i magnetskog polja EMT-a, i vektor polja brzine elektronskog fluida određuju se pomoću jednačine kontinuiteta (4), Maksvelovih jednačina (5) i (6) i jednačine kretanja za elektronski fluid (7):

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} + \text{div}(n(z, t) \vec{u}(z, t)) = 0, \quad (4)$$

$$\text{rot} \vec{e}(z, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}(z, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\text{rot} \vec{h}(z, t) = -q N_0 \vec{u}(z, t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}(z, t)}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\frac{d\vec{u}(z, t)}{dt} = \frac{\partial \vec{u}(z, t)}{\partial t} + (\vec{u}(z, t) \nabla) \vec{u}(z, t) = -\frac{q}{m} \vec{e}(z, t) - \frac{q}{m} \vec{u}(z, t) \times \vec{B}_0, \quad (7)$$

i odgovarajućih početnih uslova o kontinuitetu vektorskih i skalarnih polja u trenutku $t=0$ na bilo kom mestu u prostoru. Elektroni su stvoreni bez početne brzine.

Nelinerni članovi $(\vec{u}(z,t)\nabla)\vec{u}(z,t), \frac{q\mu_0}{m}\vec{u}(z,t)\times\vec{h}(z,t)$ su uzeti u obzir u jednačini kretanja elektronskog fluida (7).

Kada su nelinearni efekti slabi linearizacija sistema jednačina (4)-(7) postiže se primenom perturbacione teorije II reda, odnosno data polja razvijamo u redove uzimajući u obzir samo prva dva člana. Na taj način sistem jednačina (4)-(7) se razvija u dva sistema jednačina: po linearnim i po nelinearnim poljima.

Primenom Laplace-ove transformacije po vremenskoj koordinati t

$$F(z, s) = L\{f(z, t)\} = \int_0^{\infty} f(z, t) e^{-st} dt, \quad (8)$$

i Fourier-ove transformacije po prostornoj koordinati z

$$F(k, s) = F\{F(z, s)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(z, s) e^{-ikz} dz, \quad (9)$$

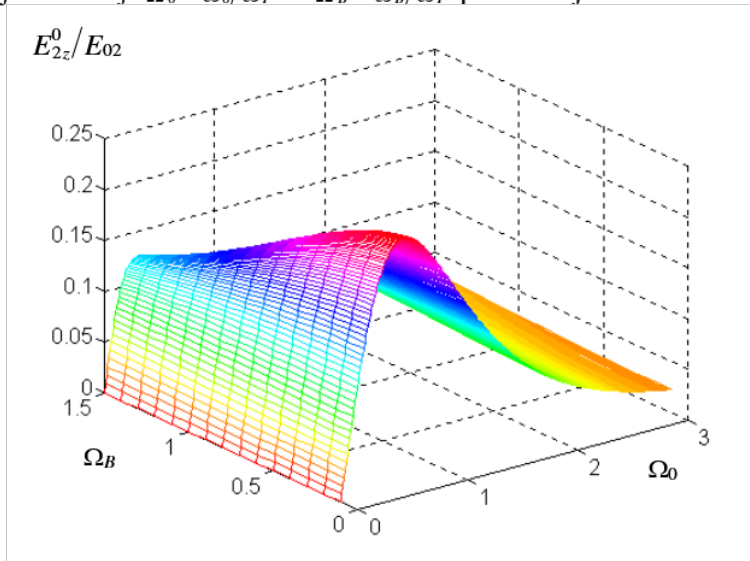
uz odgovarajuće početne uslove, dobijeni sistemi parcijalnih diferencijalnih jednačina iz (z, t) prostora prevode se na sisteme algebarskih jednačina u (k, s) prostoru, gde je $s = j\omega$. Rešavanjem ovih sistema algebarskih jednačina i primenom inverzne Laplace-ove i Fourier-ove transformacije mogu se odrediti izrazi za amplitude i kružne frekvencije novo formiranih (linearnih [3] i nelinearnih [4]) stacionarnih, oscilatornih i talasnih modova u zatvorenoj formi..

Nelinerno električno polje je dato sledećim izrazom:

$$e_{2z}(z, t) = E_{2z}^0 \sin(2k_0 z) + E_{2z}^1 \sin(\omega_p t) \pm \sum_{i=1}^3 E_{2z}^{i+1} \sin(\varphi_i t) + \pm E_{2z}^{5\pm} \sin(\omega_p t \mp 2k_0 z) \pm \sum_{i=1}^3 E_{2z}^{(i+5)\pm} \sin(\varphi_i t \mp 2k_0 z), \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

gde kružne frekvencije φ_i predstavljaju linearne kombinacije kružnih frekvencija novo stvorenih talasnih modova dobijenih u linearnoj teoriji, a $\omega_p = \sqrt{q^2 N_0 / \epsilon_0 m}$ je elektronska plazmena kružna frekvencija.

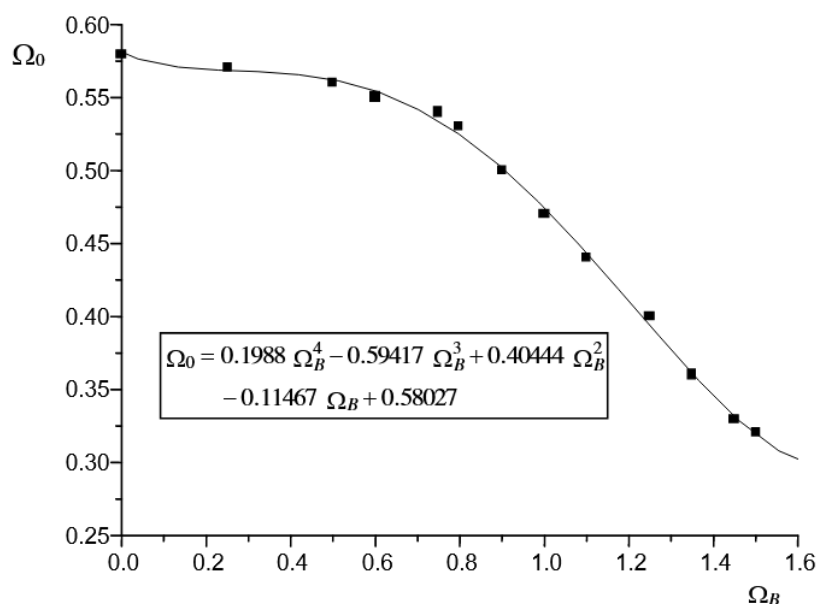
Zavisnost amplitude stacionarnog, prostorno promenljivog, longitudinalnog moda nelinearnog električnog polja u funkciji $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_p$ i $\Omega_B = \omega_B / \omega_p$ prikazana je na Sl.2.



Sl.2 Zavisnost amplitude stacionarnog, prostorno promenljivog, longitudinalnog moda nelinearnog električnog polja normirane na $E_{02} = q E_0^2 / mc \omega_p = 586 E_0^2 / \omega_p [V/m]$ od normiranih vrednosti kružne frekvencije izvornog talasa $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_p$ i elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\Omega_B = \omega_B / \omega_p$.

Najefikasnija eksitacija posmatranog stacionarnog moda, za fiksnu vrednost parametra Ω_B , ostvaruje se za vrednosti kružne frekvencije izvornog EMT-a oko $\omega_0 = 0.6 \omega_p$ ($\Omega_0 = 0.6$). Za vrednosti $\omega_0 \geq 3 \omega_p$ ovaj mod praktično ne egzistira. Povećavanjem indukcije statičkog magnetskog polja efikasnost eksitacije ovog moda se smanjuje. Za usvojene vrednosti amplitude izvornog talasa $E_0 = 100 \text{ V/m}$, kružne elektronske plazmene frekvencije $\omega_p = 10^6 \text{ Hz}$, $\omega_B = 0.1 \omega_p$ i $\omega_0 = 0.6 \omega_p$, amplituda eksitovanog stacionarnog, prostorno promenljivog, moda iznosi $E_{2z}^0 = 1.42 \text{ V/m}$.

Geometrijsko mesto tačaka maksimalnih vrednosti amplitude E_{2z}^0 , u ravni (Ω_B, Ω_0) , prikazano je na Sl.3.



Sl.3 Geometrijsko mesto tačaka u ravni (Ω_B, Ω_0) za koje se eksituju maksimalne vrednosti amplitude stacionarnog, prostorno promenljivog, nelinearnog longitudinalnog električnog polja E_{2z}^0 .

3. ZAKLJUČAK

Pri naglom jonizovanju sredine kroz koju se protire EMT dolazi do eksitacije stacionarnih modova koji se ne mogu dobiti prilikom prelaska talasa iz jedne drugu sredinu. U slučaju kada je pravac prostiranja izvornog talasa duž pravca spljašnjeg magnetskog polja pri naglom stvaranju plazme, uzimajući nelinearne efekte u obzir, generiše se stacionarno električno polje, prostorno promenljivo, sa talasnim brojem dvostruko većim u odnosu na talasni broj izvornog talasa. Primenom perturbacione teorije II reda i Laplace-ove i Fourier-ove transformacije rešenje problema se dobija u zatvorenoj formi. Pokazano je da efikasnost eksitacije stacionarnog polja uslovljena je kako frekvencijom izvornog talasa tako i indukcijom statičkog magnetskog polja. Proračunata je i veza između ova dva parametra koja dovodi do maksimalne eksitacije stacionarnog polja.

LITERATURA

- [1] Jiang C.L., "Wave propagation and dipole radiation in a suddenly created plasma", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-23**, 83 (1975).
- [2] Fante, R.L., "Transmission of electromagnetic waves into time-varying media", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-19**, (1971).
- [3] Kalluri, D.K., "Effect of switching a magnetoplasma medium on traveling wave: Longitudinal propagation" *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **37**, 1638 (1989).
- [4] Z. Trifković, B. Stanić, "Nonlinear Transformation of Electromagnetic Waves in Suddenly Created Cold Magnetized Plasma. Longitudinal Propagation", *J.Appl.Phys.*, Oct. 1st 2002, Vol 92, pp. 3472