



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА У
НОВОМ САДУ



Урош Ковачевић

**ИЗРАЖАВАЊЕ МЕРНЕ НЕСИГУРНОСТИ
КАПАЦИТИВНИХ РАЗДЕЛНИКА НАПОНА
СА КОНЦЕНТРИСАНИМ ПАРАМЕТРИМА
У ОБЛАСТИ ВИСОКИХ ФРЕКВЕНЦИЈА**

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Нови Сад, 2017.



КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР :	
Идентификациони број, ИБР :	
Тип документације, ТД :	Монографска документација
Тип записа, ТЗ :	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР :	Докторска теза
Аутор, АУ :	Урош Ковачевић, дипл. инж. мастер
Ментор, МН :	ред. проф. др Зоран Митровић, дипл. инж.
Наслов рада, НР :	Изражавање мерне несигурности капацитивних разделника напона са концентрисаним параметрима у области високих фреквенција
Језик публикације, ЈП :	Српски
Језик извода, ЈИ :	Српски
Земља публиковања, ЗП :	Република Србија
Уже географско подручје, УГП :	Војводина
Година, ГО :	2017.
Издавач, ИЗ :	Аутоски репринт
Место и адреса, МА :	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО : (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	9 поглавља/154 стране/122 цитата/4 табеле/98 слика
Научна област, НО :	Електротехничко и рачунарско инжењерство
Научна дисциплина, НД :	Електрична мерења, метрологија и биомедицина
Предметна одредница/Кључне речи, ПО :	Изражавање мерне несигурности, мерење брзих импулсних напона, Керов електрооптички ефекат, разделници напона
УДК	
Чува се, ЧУ :	У библиотеци Факултета техничких наука у Новом Саду
Важна напомена, ВН :	
Извод, ИЗ :	Ова дисертација садржи анализу могућности мерења брзих импулсних напона и изражавања одговарајуће мерне несигурности. Доказано је да је могуће извршити нумеричку симулацију одзива мерног система на импулс брзине пораста реда величине пикосекунде. Изражена је мерна несигурност капацитивног разделника напона Монте Карло методом. Приказан је начин конструисања капацитивног разделника напона са таласоводним прилагодним отпором. Конструисано је више типова капацитивних разделника напона изузетно добрих карактеристика. На основу добијених резултата је одабран капацитивни разделник напона најбољих карактеристика и изражена је његова мерна несигурност.
Датум прихватања теме, ДП :	
Датум одбране, ДО :	
Чланови комисије, КО :	Председник: Проф.др Платон Сивиљ Члан: Проф. др Драган Денић Члан: Доц. др Драган Пејић Члан: Доц. др Борис Антић Члан, ментор: Проф. др Зоран Митровић
	Потпис ментора



KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monographic documentation
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	PhD Thesis
Author, AU :	MSc Uroš Kovačević
Mentor, MN :	Phd Zoran Mitrović, full profesor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad
Title, TI :	Measurement Uncertainty Expression of Capacitive Dividers with Concentrated Parameters in High Frequency Range
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian/English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	Vojvodina
Publication year, PY :	2017.
Publisher, PB :	Autors reprint
Publication place, PP :	2100 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : <small>(chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)</small>	9/154/122/4
Scientific field, SF :	Electrical and Computer Engineering
Scientific discipline, SD :	Electrical measurements, metrology and biomedicine
Subject/Key words, S/KW :	Expression of measurement uncertainty, measurement of fast pulsed voltage impulse, Kerr electro-optic effect, voltage dividers
UC	
Holding data, HD :	Faculty of Technical Science Library, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad
Note, N :	None
Abstract, AB :	This thesis contains an analysis of the possibilities for measurement of very fast pulse voltages and proper expression of measurement uncertainty. It has been proven that it is possible to perform numerical simulation to the response of the very fast pulse voltage with rise time at the order of picoseconds of the measuring system. Measurement uncertainty of capacitive voltage dividers is expressed by Monte Carlo method. The way of constructing capacitive voltage dividers with a waveguide resistance is shown in this thesis. The design of four types of capacitive voltage dividers with extremely good features are shown. Based on these results, capacitive voltage divider with best characteristics is selected and its measurement uncertainty is expressed.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	President: Associate Prof. Platon Sovilj, PhD
	Member: Full Prof. Dragan Denić, PhD
	Member: Assistant Prof. Dragan Pejić, PhD
	Member: Assistant Prof. Boris Antić, PhD
	Member, Mentor: Full Prof. Zoran Mitrović, PhD
	Mentor's sign

Zahvalnica

Autor ove doktorske disertacije iskreno se zahvaljuje mnogobrojnim profesorima, kolegama i saradnicima sa Elektrotehničkog i Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu na korisnim sugestijama i razmeni stručnih informacija koje su doprinele nastanku i poboljšanju kvaliteta ovog rada.

Veliku zahvalnost i izuzetno poštovanje izražavam svom profesoru i dugogodišnjem rukovodiocu projekta, Predragu Osmokroviću sa Elektrotehničkog Fakulteta Univerziteta u Beogradu, za iskrenu, nesebičnu i kreativnu saradnju u oblasti u kojoj je profesor već decenijama jedan od vodećih eksperata u svetu.

Izražavam zahvalnost naučnom saradniku dr Nenadu Kartaloviću sa Elektrotehničkog instituta Nikola Tesla u Beogradu, kao i naučnom saradniku potpukovniku dr Aleksandru Kovačeviću iz Tehničko opitnog centra Vojske Srbije u Beogradu za nesebičnu pomoć pri izvođenju eksperimentalnih istraživanja koja su doprinela praktičnoj vrednosti ovog rada.

Posebnu zahvalnost autor duguje svom mentoru, profesoru Zoranu Mitroviću sa Fakulteta tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, koji je svojim znanjem, kreativnošću i posvećenošću doprineo da ovaj rad dostigne neophodnu celovitost i visoki kvalitet.

Sadržaj

1. UVOD.....	4
1.1. Brzi impulsni naponi i njihova merenja.....	4
1.2. Cilj rada	10
1.3. Metodologija rada.....	10
2. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI	12
2.1. Merna nesigurnost tip A	14
2.1.1. Objedinjena merna nesigurnost tip A.....	15
2.2. Merna nesigurnost tip B	16
2.2.1. Najvažniji izvori podataka o mernoj nesigurnosti.....	16
2.2.2. Važniji izvori merne nesigurnosti tip B.....	17
2.2.3. Slučajni karakter merne nesigurnosti tip B i izbor funkcije raspodele.....	18
2.3. Kombinovana merna nesigurnost.....	19
2.3.1. Izračunavanje standardne kombinovane merne nesigurnosti	20
2.3.1.1. Slučaj nekorelisanih komponenti merne nesigurnosti	21
2.3.1.2. Slučaj korelisanih i delimično korelisanih komponenti merne nesigurnosti	22
2.3.1.2.1. Slučaj potpuno korelisanih komponenti nesigurnosti	22
2.3.1.2.2. Delimično korelisane komponente nesigurnosti	23
2.3.2. Određivanje efektivnog broja stepeni slobode kombinovane nesigurnosti.....	24
2.3.2.1. Dobijanje broja stepeni slobode WELSH – SATTERTHWAITTE formulom	24
2.3.2.2. Broj stepeni slobode u zavisnosti od procene nesigurnosti relativne standardne merne nesigurnosti	25
2.4. Primena Monte Karlo metoda u analizi merne nesigurnosti.....	26
2.5. Budžet merne nesigurnosti – tablični prikaz komponenti merne nesigurnosti.....	27
3. KERR-OV ELEKTRO-OPTIČKI EFEKAT U TEČNIM DIELEKTRICIMA	30
3.1. Teorijske osnove Kerr-ovog efekta	32
3.2. Primena He-Ne lasera za eksperimente sa Kerr-ovim efektom.....	38
3.3. Kerr-ova konstanta za razne dielektrike	40
4. MODEL EKSPERIMENTALNOG MERENJA VEOMA BRZIH PRELAZNIH NAPONA POMOĆU SIMULACIJE KERR-OVOG ELEKTROOPTIČKOG EFEKTA.....	42
4.1. Uvod	42
4.2. Osobine KERR-ovog efekta bitne za primenu u visokonaponskim merenjima.....	42
4.3. Eksperimentalno snimanje brzo promenljivog prelaznog napona i brzo promenljivih prelaznih polja	44
4.3.1. Merenje električnog polja	44
4.3.2. Merna oprema	45
4.3.3. Postupak verifikacije	47
4.3.4. Kerr-ova ćelija	48

4.3.5. Eksperimentalni postupak	49
4.4. Kratak opis računarske simulacije.....	52
4.4.1. Način i mogućnost unosa podataka.....	52
4.4.2. Postupak proračuna.....	53
4.5. Rezultati i analize	53
4.6. Zaključak	60
5. RAZDELNICI NAPONA	61
5.1. Merenje visokih udarnih napona pomoću razdelnika napona i osciloskopa.....	62
5.2. Merna kola i njihove prenosne karakteristike	62
5.3. Određivanje prenosnih karakteristika merenjem frekvencijskih karakteristika.....	64
5.4. Određivanje prenosnih karakteristika merenjem odziva na pravougaoni impuls.....	66
5.5. Impulsni generatori u zamenskim šemama za merenje odziva na pravougaoni impuls	68
5.6. Vreme porasta i vreme odziva na pravougaoni impuls	74
5.7. Omski razdelnici napona.....	77
5.7.1. Dvostepeni kombinovani razdelnik napona sa paralelno spojenim elementima bez uticaja induktivnosti i raspodeljenih kapacitivnosti prema zemlji	77
5.7.2. Omski razdelnik sa uračunatom raspodeljenom kapacitivnošću prema zemlji.....	80
5.8. Kapacitivni razdelnik napona	90
5.8.1. Kapacitivni razdelnik napona i spojni provodnici.....	90
5.8.2. Kapacitivni razdelnik napona sa koncentrisanim kapacitivnostima na strani visokog napona	92
5.8.3. Kapacitivni razdelnik napona sa raspodeljenim kapacitivnostima na strani visokog napona	97
6. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI RAZDELNIKA NAPONA MONTE KARLO METODOM	101
6.1. Merna nesigurnost omskih razdelnika napona.....	101
6.1.1. Probabilistički postupak kod tolerancije otpornika	102
6.1.2. Teoretska funkcija gustine verovatnoće odnosa razdelnika napona.....	104
6.1.3. Grafički prikazi za razdelnik sa uniformno distribuiranim otpornostima	109
6.1.4. Grafički prikazi za razdelnik napona sa normalno distribuiranim otpornostima.....	112
6.1.5. Zaključak.....	112
6.2. Merna nesigurnost kapacitivnog razdelnika napona.....	115
7. KONSTRUKTIVNA REŠENJA KAPACITIVNOG RAZDELNIKA NAPONA ZA MERENJE BRZOPROMENLJIVIH NAPONA.....	118
7.1. Konstrukcija kapacitivnog razdelnika.....	119
7.2. Eksperiment	122
7.3. Rezultati i diskusija.....	125
7.4. Zaključak.....	134
8. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI MERENJA BRZIH IMPULSNIH NAPONA KAPACITIVNIM RAZDELNIKOM	135

8.1. Uvod	135
8.2. Izražavanje merne nesigurnosti naponskog razdelnika tip 3	136
8.3 Zaključak.....	140
9. Zaključak.....	141
Prilog 1 Tomografija (rekonstrukcija untrašnje strukture na osnovu projekcija)	142
Prilog 2 Talasovodni prilagodni otpornik	145
LITERATURA	148

1. UVOD

Standardne merne metode i odgovarajuća oprema su razvijene i verifikovane za merenje uobičajenih fizičkih veličina, pri čemu dolazi do mernih nesigurnosti. Mernu nesigurnost mernih instrumenata izražavaju njihovi proizvođači, a merna nesigurnost kompletnog eksperimentalnog postupka se izražava budžetom merne nesigurnosti, pri čemu je merna nesigurnost samih instrumenata samo jedna od komponenti u budžetu. Problem, a i izazov, u metrologiji predstavlja merenje u oblasti ekstremnih vrednosti fizičkih veličina. Tako je, na primer, u elektrotehnici veoma komplikovano meriti jako velike i jako male vrednosti otpornosti, struje, napona, itd. Ipak, možda je najteže meriti kratkotrajne brzopromenljive i jednokratne fizičke veličine, kao što je impulsni napon. To je, upravo, i ono čime ćemo se pozabaviti u ovom radu.

1.1. Brzi impulsni naponi i njihova merenja

Povećanje pouzdanosti rada svih elemenata elektroenergetskog sistema (čiji je integralni deo i visokonaponska oprema za proizvodnju, prenos i distribuciju električne energije), predstavlja imperativ u eksploataciji elektroenergetskog sistema. Važan, ali istovremeno i nedovoljno poznat činilac pouzdanosti rada i eksploatacije energetskog sistema (i pored teoretskog i eksperimentalnog proučavanja tokom niza prethodnih godina), je ponašanje izolacionih sistema u uslovima kada su izloženi naponskim udarima različitih amplituda i učestanosti.

Kod klasične analize problema ponašanja izolacionih sistema pod dejstvom različitih naponskih impulsa koji prevazilaze normalne radne napone (u stručnoj literaturi poznati pod nazivom „prenaponi”), analiza se uglavnom svodi na određivanje maksimalnih napona između dve susedne faze ili neke od faza prema kućištu posmatranog visokonaponskog uređaja. Nasuprot ovakvim analizama, kod naponskih impulsa koji poseduju veoma veliku brzinu promene amplitude javljaju se lokalna naprezanja (i eventualno proboji) izolacionih sistema (na primer, između dva susedna navojka kod energetskih transformatora). Iz ovoga proizilazi zaključak da je neophodno potpuno promeniti konstrukciju pojedinih elemenata visokonaponskih uređaja. Dakle, ukoliko se želi optimizacija visokonaponskih komponenata i povećanje pouzdanosti funkcionisanja za sve naponske pojave, neophodno je da se pri procesu dimenzionisanja uzmu u razmatranje i ultrabrze naponske pojave, koje uglavnom do sada nisu ni uzimane u obzir.

Ako pažljivije razmotrimo prethodnu pretpostavku, može se sa sigurnošću tvrditi da je do sada dosta učinjeno u pravcu analize i razumevanja (eksperimentalno i numerički) sledećih prelaznih procesa različitog trajanja u vremenskom domenu:

- sekundni domen (uglavnom vezan za stabilnost elektroenergetskog sistema),
- milisekundni domen (prelazni procesi prilikom uklopnih operacija sa ciljem da se izvrši rekonfiguracija dela elektroenergetskog sistema),
- mikrosekundni domen (uglavnom procesi pri atmosferskim pražnjenjima, tj. procesi čije je ukupno trajanje ispod 1 ms, sa vremenskim intervalom do dostizanja vršne vrednosti reda od 200 ns do 1 μ s)

Proučavanje ponašanja elemenata elektroenergetskog sistema, kada su izloženi naponskim impulsima koji poseduju veoma visoke amplitude i veoma brze promene, pripada domenu istraživanja novijih dostignuća u ovoj oblasti (vreme do postizanja vršne vrednosti naponskog impulsa je kraće od 5 ns, a ukupno trajanje naponskih „smetnji” je svega nekoliko mikrosekundi).

U literaturi se najčešće pominju dva uzroka ovakvih naponskih impulsa:

- Rasklopne operacije (komutacije) viskonaponskim prekidačima ili postrojenjima napunjenim gasom sumpor-heksafluoridom (SF6), kao izolacionim medijumom.
- NEMP (Nuclear Electro Magnetic Pulse) - posledica nuklearnih eksplozija.

Prvi navedeni razlog za rad u ovoj oblasti su rasklopne operacije u gasu SF6 kao izolacionom medijumu. Primena SF6 postrojenja u gradovima sa visokom koncentracijom stanovništva i velikom lokalnom potrošnjom energije je danas postala sasvim uobičajena. Zbog činjenice da postoji direktna galvanska povezanost SF6 postrojenja sa „klasičnim” energetskim transformatorima, pojavio se problem pouzdanosti rada i dužine životnog veka „standardne” visokonaponske opreme, kada je izložena prenaponskim impulsima izazvanim rasklopnim operacijama u postrojenjima sa SF6. Logičan je i opravdan zahtev da se poveća pouzdanost rada ne samo SF6 postrojenja, već i svih drugih funkcionalno povezanih visokonaponskih uređaja. Da bi se navedeni zahtev ispunio, potrebno je detaljno proučavanje navedenih naponskih procesa sa visokim amplitudama i velikom brzinom promene.

Drugi razlog za intenziviranje rada na ovoj problematici je potencijalna opasnost od destruktivnog delovanja NEMP (Nuclear Electro Magnetic Pulse) na elektronske komponente (posebno računare i komunikacione sisteme), kao i na neoklopljene elektroenergetske uređaje i sisteme (počev od napona koji se koriste u domaćinstvima, pa do najviših napona koji se primenjuju kod prenosa električne energije). Potrebno je

naglasiti da naponski impulsi visoke amplitude i frekvencije redovno uzrokuju značajne smetnje u svim neoklopljenim žičanim provodnicima, tako da vrlo često dolazi do poremećaja u funkcionisanju mikroprocesorskih sistema i uređaja (čak i ako su zaštićeni od štetnog delovanja navedenih naponskih impulsa i ne dolazi do njihovog fizičkog oštećenja). Nije potrebno naglašavati da u današnje vreme većina elektronskih sistema ima u svom sastavu mikroprocesore i neku vrstu operativnog sistema, tako da smetnje dovode do poremećaja funkcije, pojave grešaka ili čak i „resetovanja” celog sistema. Navedene pojave u elektronskim kolima nisu predmet ovog razmatranja i nisu obuhvaćene analizama.

S obzirom na složenost i širok domen navedenog problema, razmatranje je koncentrisano na jedan uži segment navedenog problema: na proučavanje i razvoj merne metode koja bi bila u stanju da verodostojno predstavi realno fizičko stanje unutar izolacionih sistema, kako bi se izbegle havarije visokonaponskih uređaja i dao doprinos adekvatnom dimenzionisanju visokonaponske opreme. Ukratko, glavno pitanje je kako izbeći električni proboj ili oštećenje izolacionih sistema visokonaponske opreme koji mogu nastati usled prenaponskih impulsa velike brzine (>50 kV/ns).

Proučavanje izolacionih sistema izloženih prenaponskim impulsima veoma kratkog trajanja (nekoliko mikrosekundi), pri kojima je brzina promene potencijala reda $10-50$ kV/ns, je mnogo kompleksniji zahtev, kako u pogledu samih merenja, tako i sa aspekta verifikacije rezultata merenja ili rezultata simulacionih metoda. Primena numeričkih algoritama i proračun električnog polja je opravdan i celishodan pristup problematici koja se proučava (što je, uostalom, i uobičajena praksa kod proučavanja većine naponskih prelaznih procesa za industrijske namene). Ukoliko želimo da poštuemo osnovne principe istraživanja u inženjerskim disciplinama, dolazimo do zaključka da je bez eksperimentalne verifikacije njihova tačnost i verodostojnost diskutabilna.

Osvrnimo se za trenutak na praktične inženjerske postupke i metodologiju vezanu za optimizaciju konstrukcije visokonaponskih uređaja. Klasičan pristup bi bio da se izolacioni sistemi jednostavno predimenzionišu sa ciljem da se zaštite od visokih potencijala, koji prevazilaze deklarisan naponske nivoe (prenaponi). Iako način eventualnog rešavanja problema na prvi pogled izgleda univerzalan, nažalost, navedeni pristup ne mora biti uspešan kada su u pitanju naponski impulsi velike brzine promene napona. Razlozi za to leže u neravnomernoj raspodeli potencijala kod složenih i heterogenih izolacionih sistema i pojavi visokih potencijalnih razlika između fizički bliskih tačaka koje se posmatraju. Dakle, iako se radi o sličnim izolacionim strukturama (dimenziono, po tipu izolacionog materijala, po postupku proizvodnje, itd.), u većini

slučajeva ne postoji uniformnost raspodele potencijala čak i kod istog tipa visokonaponske opreme. Jednostavan i efikasan način da se potvrdi prethodna konstatacija je primena računarskih programa za proračun prelaznih procesa u kolima sa diskretnim ili kontinualnim parametrima, kao što je program EMTP (Electromagnetic Transient Program) - korišćen za rešavanje sličnih problema širom sveta, za simulacije i proračun prelaznih procesa kada su linerne i nelinearne otpornosti, induktivnosti i kapacitivnosti u pitanju. Relativno lako se dolazi do zaključka da veoma male promene u parametrima kola koje se analizira, pri naponskim promenama veoma velike brzine porasta, izazivaju drastične promene u raspodeli potencijala na složenim izolacionim sistemima. Naravno, i ovde smo suočeni sa već navedenim problemom verifikacije rezultata proračuna, ali se ipak jasno uočava činjenica da postoji drastičan uticaj čak i minimalnih promena parametara izolacionog sistema na raspodelu potencijala kod heterogenih izolacionih sistema.

Navedeni zaključak baziran je na identifikaciji parametara distributivnog energetskog transformatora konceptom „pokušaj-greška-korekcija” i kreiranju preduslova za postupak numeričke ekstrapolacije (numerička analiza raspodele potencijala kada su izloženi naponskim impulsima različitog talasnog oblika ili kada je promenom vrednosti parametara sa kojima su proračuni vršeni menjana konstrukcija samog transformatora). Ovaj proces identifikacije ponašanja distributivnog energetskog transformatora pri naponskim impulsima velike brzine promene (metodom „eksperimentalne iteracije”) je u većini slučajeva postupak neohodan za objašnjenje uticaja pojedinih parametara samog transformatora. Navedeni postupak identifikacije induktivnih i kapacitivnih parametara samog mernog objekta metodom „pokušaj-greška-korekcija” je, nažalost, nepraktičan, skup i dugotrajan proces. Ipak, ukoliko su u pitanju velike proizvodne serije nekog visokonaponskog elementa ili uređaja, ovakav pristup ima određenu praktičnu upotrebljivost, bez obzira na navedene nedostatke.

Numeričke metode za proračun električnog polja u osno-simetričnim sistemima pomoću elektroda predstavljene su u literaturi koja se bavi problemima elektrostatičkih polja. Iako se u ovoj oblasti proučava prostorno - trodimenzionalno (3D) eksperimentalno mapiranje električnog polja, za potrebe grube verifikacije početnih eksperimentalnih rezultata kod osno-simetričnih sistema sa elektrodama autor je razvio i upotrebljavao dvodimenzionalnu (2D) metodu konačnih razlika.

Na ovaj način proračun električnog polja postaje pristupačan i običnom korisniku koji za današnje pojmove poseduje skromno računarsko znanje. Ipak treba naglasiti da je proračun električnog polja u prostoru oduvek bio znatno ozbiljniji problem, i to ne zbog složenijeg numeričkog algoritma, već zbog trajanja samog proračuna na

uobičajenim računarima (veliki broj iteracija, naročito ako se zahteva povećana tačnost). Danas se kod ovakvih proračuna uglavnom primenjuju veoma brzi računari (do pre 10 godina isključivo su se koristili „mainframe“, a za složenije slučajeve „super-kompjuteri“).

Postoji još nekoliko dodatnih problema koji su vezani za elektro-hemijske osobine izolacionih materijala, naročito tečnosti. Naime, zbog prisustva vlage ili gasova u rastvorenom stanju i u veoma malim zapreminskim odnosima, reda 10^{-6} - nekoliko delova na milion (eng. parts per million, ppm), nastaje značajna promena izolacionih svojstava samih tečnih dielektrika. Treba pomenuti probleme koji se mogu pojaviti zbog strujanja izolacionih tečnosti (forsirana cirkulacija transformatorskog ulja kod energetskih transformatora zbog hlađenja), koji dovode do pojave statičkog naelektrisanja i značajne izmene resultantnog električnog polja koje deluje na izolacione sisteme. Efekti strujanja i provodljivosti razmatranog tečnog dielektrika, na sreću, relativno malo utiču na ponašanje izolacionih sistema kada su oni izloženi naponskim impulsima trajanja nekoliko nanosekundi.

Prvi problem se sastoji u činjenici da ne postoji dovoljno poznavanje niza fizičkih i dielektričnih osobina izolacionih sistema kada su izloženi naponskim impulsima veoma kratkog trajanja. To postaje još izraženije zbog činjenice da višestruka izlaganja izolacionih sistema naponskim impulsima u mnogim slučajevima izazivaju hemijske promene i trajnu degradaciju dielektričnih svojstava samih izolacionih sistema (u slučajevima neželjenog električnog proboja dielektrika koji je korišćen u ovom radu, uvek je vršena kompletna zamena transformatorskog ulja u eksperimentalnoj posudi da bi se eliminisali ovi efekti). Razvrstavanje i sistematizovanje uticaja naponskih impulsa veoma kratkog trajanja na degradaciju elemenata izolacionog sistema predstavlja ozbiljan zahvat s obzirom na raznorodnost materijala i niz specifičnosti vezanih za amplitudu naponskog impulsa, njegovo trajanje, kao i brzinu promene napona (maksimalna frekvencija prelaznog procesa).

Drugi, ne manje značajan, problem leži u činjenici da SVI klasični merni postupci unose nedopustivu deformaciju merne veličine (prostorna raspodela potencijala), zbog inherentne (sopstvene) kapacitivnosti samog mernog sistema. Smanjivanje dimenzija merne sonde i primena specijalnih materijala mogu da pomognu da se uticaj merne opreme na samu pojavu koja se meri nešto umanji, ali se ne može mnogo učiniti kada je brzina porasta naponskog impulsa reda 2-5 ns (odgovara učestanosti iznad 100 MHz).

Treći problem je u vezi sa indukovanim naponima u mernim kolima (smetnje)-uglavnom se javlja kod klasične merne opreme, gde se merena veličina prenosi metalnim

provodnicima. U ovom slučaju uticaj indukovanih napona se može značajno umanjiti, ali ne i eliminisati. Treba imati u vidu činjenicu da je amplituda indukovanog napona proporcionalna brzini promene elektromagnetnog polja. Pri generisanju impulsnog električnog polja javljaju se i velike impulsne struje, nekoliko stotina ampera vršne vrednosti, a samim tim i značajno elektromagnetno polje. Dakle, i pored toga što se koriste oklopljena merna kola, tj. „koaksijalni” koncept gde god je to moguće, neminovno se unose greške pri merenjima impulsnih visokih napona kod kojih se javljaju komponente frekvencije preko 100 MHz.

Ne treba zanemariti ni činjenicu da je generisanje potpuno identičnih naponskih impulsa visokonaponskim generatorima takođe ozbiljan zahtev, s obzirom na inherentne osobine samih visokonaponskih generatora. Naime, svakako postoji varijacija vršnih vrednosti generisanih naponskih impulsa u odnosu na referentnu vrednost ovog napona (tipično nekoliko procenata). Lako se uviđa da se usled ovoga javljaju i određene varijacije rezultata merenja.

Zaključak je evidentan: Klasičnim pristupom i mernim uređajima nije moguće postići zadovoljavajuću pouzdanost i verodostojnu interpretaciju rezultata merenja raspodele potencijala prouzrokovanih naponskim impulsima veoma kratkog trajanja. To se odnosi i na doslovno sve numeričke metode za proračun raspodele potencijala, kada su brzi naponski procesi u pitanju. Za numeričke metode koje bi se eventualno koristile za proračun raspodele potencijala prilikom pojave brzih naponskih impulsa osnovni problem je nedostatak pouzdane eksperimentalne metode, kojom bi se rezultati proračuna mogli verifikovati.

Svi navedeni razlozi ukazuju na potrebu razvoja alternativnog eksperimentalnog pristupa koji bi bio u stanju da izbegne ograničenja koja postoje kod klasičnih mernih sistema. Sa druge strane, numerički pristup bi dobio na verodostojnosti, s obzirom na činjenicu da bi se numerički rezultati mogli verifikovati eksperimentalnom metodom.

Problem se svodi na mapiranje električnih polja eksperimentalnim putem. To podrazumeva primenu savremene merne opreme i numeričkih algoritama koji su do sada uglavnom korišćeni u medicini i kod nedestruktivnog ispitivanja strukture materijala ili tkiva. Ova vrsta analize predstavlja multidisciplinarni pristup koji čini pet oblasti:

1. Tehnika visokog napona (generisanje, merenje i registrovanje impulsa visokog napona i merenja impulsa struja i visokog napona u nanosekundnom vremenskom domenu). Zbog odabrane metode neophodno je računarsko vođenje eksperimenata i računarsko prikupljanje (akvizicija) rezultata merenja. Zaštita od snažnog elektromagnetnog zračenja na mernu opremu sa ciljem da se ostvari

- zadovoljavajuća tačnost merenja i ponovljivost uslova eksperimenata (prilikom generisanja impulsnih napona velike brzine promene) predstavlja jedan od problema koji je uspešno rešen u početnoj fazi sprovođenja eksperimenata.
2. Laserska i linearna optika (He-Ne laseri, kristalni polarizatori, problemi sa vibracijama optičke klupe - uređaj koji služi za proučavanje preloma svetlosti u sočivima, optičko-električna konverzija i sl.).
 3. Primena kompenzovanih kapacitivnih razdelnika za merenje impulsnih napona u mikrosekundnoj i nanosekundnoj oblasti.
 4. Primenjena tomografija (ideja je preuzeta iz nuklearnih istraživanja i medicinskih primena, gde se vrši prostorna rekonstrukcija strukture materijala ili tkiva na bazi rendgenskog zračenja iz više uglova).
 5. Konstrukcija kapacitivnog razdelnika velike brzine odziva.

1.2. Cilj rada

Cilj ovog rada je da se ispita mogućnost merenja impulsnih napona i odredi odgovarajuća merna nesigurnost merenja impulsnih napona.

1.3. Metodologija rada

Kod izbora metodologije javlja se problem nemogućnosti određivanja nečeg što bi ličilo na napušteni pojam greške merenja. Naime, brzopromenljivi jednokratni impulсни napon nije u potpunosti definisan na generatoru. Pošto svi instrumenti i prenosna kola u mernom kolu za merenje ovakvih napona imaju svoja karakteristična vremena odziva, onda je nemoguće izvršiti nešto što bi ličilo na apsolutno merenje pa sa time uporediti rezultate standardnih mernih postupaka. Ovo se može sa sigurnošću tvrditi pošto je prvobitna ideja ovog rada da se najbrži mogući generisani impulсни napon (tj. impulсни napon dobijen kablovskim generatorom) izmeri prvo Ker-ovim efektom, pa da se dobijeni rezultat uporedi sa rezultatima dobijenim merenjem istog napona klasičnim brzim razdelnikom napona. Međutim, taj pokušaj nije dao rezultate pošto se pokazalo da su vremenske konstante opreme za registrovanje nekompatibilne sa vremenskom konstantom Ker-ovog efekta. Rezultati eksperimenata merenja impulsnih napona Ker-ovim efektom prikazani u ovom radu bili su dobra osnova za procenu valjanosti numeričkog predviđanja oblika impulsnog napona na generatoru. Na osnovu uspešnosti ove numeričke metode došlo se na ideju da se rezultati merenja porede sa rezultatima numeričkih proračuna i da se na osnovu njihove podudarnosti verifikuje merni postupak. U tu svrhu izvršena je konstrukcija više tipova kapacitivnih razdelnika napona sa koncentrisanim parametrima na visokonaponskoj strani za koje se

pretpostavljalo da mogu imati optimalne frekvencijske karakteristike koeficijenta deljenja. Kada je to urađeno, vršeno je određivanje kombinovane merne nesigurnosti na taj način što je merna nesigurnost tip A određivana statističkom analizom višestruko ponovljenih merenja, a merna nesigurnost tip B delimično primenom metode Monte Karlo, a delimično primenom analitičkog postupka.

2. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI

Rezultat svakog realnog merenja sadrži u sebi određenu nesigurnost, što znači da se idealno tačna vrednost merene veličine ne može saznati. Uzroci mernih nesigurnosti mogu biti veoma brojni i po pravilu se ne mogu svi uzeti u obzir. Da bi se postigla jednoobraznost u izražavanju mernih rezultata, vodeće institucije međunarodnog metrološkog sistema, 1993. godine, publikovale su Uputstvo za izražavanje merne nesigurnosti [1]. Do tada, za obradu i izražavanje rezultata bila je primenjivana klasična matematička disciplina, tzv. teorija grešaka. Načini obrade rezultata nisu bili ujednačeni nego su zavisili od shvatanja i stila pisanja autora, pa je bilo teško poređenje merenja iste vrste izvršenih u različitim institucijama.

Uputstvo za izražavanje merne nesigurnosti [1] propisuje da se obradom podataka odrede sledeće tri merne veličine:

- Rezultat merenja, koga predstavlja srednja vrednost ponovljenih merenja.
- Merna nesigurnost, izražena intervalom oko srednje vrednosti u kome se očekuje da se nalazi stvarna vrednost merene veličine.
- Statistička sigurnost (verovatnoća) koja se odnosi na dati podatak o mernoj nesigurnosti.

U *Uputstvu za izražavanje merne nesigurnosti* se osim merne nesigurnosti koristi i klasični pojam *greška merenja*. Ona je definisana kao razlika mernog rezultata i istog rezultata dobijenog ponovnim merenjem korišćenjem merila koje se smatra etalonskim, tj. predstavlja raspoloživo merilo najvišeg nivoa tačnosti. Od etalonskog instrumenta se očekuje da je pregledano u nacionalnom metrološkom institutu i da samim tim pripada lancu sledivosti u međunarodnom metrološkom sistemu.

U principu, kod svakog merenja potrebno je odrediti i saopštiti mernu nesigurnost. Izražavanje rezultata merenja i pridružene merne nesigurnosti je zamenilo potrebu da se izražava greška merenja, čije određivanje najčešće nije lako izvodljivo. Ukoliko je merna nesigurnost valjano određena, greška treba da se nalazi unutar intervala merne nesigurnosti.

Koncept izražavanja merne nesigurnosti (MN) ima kao teorijsku podlogu isti matematički aparat koji se koristi kod teorije grešaka. Međutim, metod izražavanja merne nesigurnosti je praktično orijentisan i može se dobro primeniti u svim eksperimentalnim merenjima. Nasuprot tome, teorija grešaka kao i svaka matematička disciplina polazi od aksiomatskih pojmova, a to su slučajne i sistematske greške, koje se, kao idealizovane veličine, ne javljaju u praksi. Prema teoriji grešaka, sistematske

greške su posledica uticaja pojava koje dovode do fiksnih promena izlazne veličine, kako po veličini, tako i po znaku. Nasuprot tome, slučajne greške su po svojoj prirodi nepredvidivo promenljive, pa se mogu analizirati isključivo statističkim metodama. Ovakve pretpostavke nisu ispunjene u stvarnim merenjima.

Na primer, jedna ista fizička veličina može izazvati kako slučajne, tako i sistematske efekte. Na primer, brze fluktuacije temperature imaju za posledicu efekte koji odgovaraju slučajnim greškama. Međutim, sporije temperaturske promene mogu stvarati promene koje odgovaraju sistematskim greškama. Sličan primer, da jedna veličina izaziva i brze i spore promene, je napon napajanja pojačavača i mernih mostova. Napon napajanja dobijen iz mrežnog ispravljača ima i brze fluktuacije (tzv. talasnost), a takođe i spore promene koje zavise od temperature okoline i nestabilnosti mrežnog napona. Otuda, napon napajanja istovremeno prouzrokuje i slučajne i sistematske efekte.

Nasuprot idealizovanim pretpostavkama teorije grešaka, pristup u izražavanju merne nesigurnosti je praktično orijentisan, tj. primenljiv je u analizi realnih eksperimentalnih rezultata. Pri izražavanju merne nesigurnosti koriste se svi termini i celokupni matematički aparat klasične statističke teorije. Drugim rečima, ne postoji posebna matematička teorija isključivo namenjena mernoj nesigurnosti. Međutim, uvedeno je više konvencija u koje spadaju i sledeće:

- Merna nesigurnost označava se slovom u (engl. *uncertainty* - nesigurnost).
- Svi vidovi merne nesigurnosti tretiraju se kao slučajne veličine. To znači da se svakom podatku o nesigurnosti pridružuje neka odgovarajuća funkcija raspodele, a takođe i verovatnoća, odnosno statistička sigurnost datog podatka.

Među pojmovima koji se koriste su i sledeći:

- Standardna merna nesigurnost, u , koja je po definiciji jednaka standardnom odstupanju, $u=s$. Statistička sigurnost koja odgovara standardnoj mernoj nesigurnosti zavisi od raspodele koja se pripisuje datom merenju. Na primer, u slučaju Gausove raspodele, intervalu širine jednog standardnog odstupanja, $x_s \pm u$, odgovara statistička sigurnost od 68,2 %.
- Proširena merna nesigurnost, U , predstavlja umnožak standardne merne nesigurnosti i broja k , (koeficijent proširenja), tj. $U = ku$.
- Koeficijent proširenja k je broj čija je tipična vrednost 2, ali se zavisno od konvencije može se kretati u intervalu od $\sqrt{3}$ do 3, zavisno od tipa raspodele.

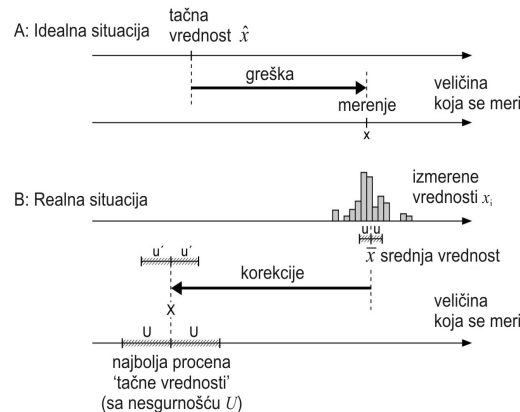
Proširenoj mernoj nesigurnosti odgovara visoka vrednost statističke sigurnosti, tipično od oko 95 % ili više. To znači da se sa velikom sigurnošću može očekivati da se stvarna vrednost merene veličine nalazi u intervalu $x_s \pm U$. Napomenimo da proizvođači merne opreme u svojim katalogizima daju intervale nesigurnosti koji predstavljaju proširenu mernu nesigurnost.

Postoje dva osnovna tipa merne nesigurnosti:

- merna nesigurnost tip A i
- merna nesigurnost tip B.

Ova podela je zasnovana isključivo na osnovu metoda određivanja, a ne na osnovu analize fizičkih pojava, koji su predstavljali osnovu za podelu na slučajne i sistematske greške u klasičnoj teoriji grešaka. Ukoliko postoje merne nesigurnosti tip A i tip B, ili pak ako postoje dve ili više mernih nesigurnosti tip B, onda je neophodno odrediti i kombinovanu mernu nesigurnost.

Određivanje standardne kombinovane mernje nesigurnosti i proširene kombinovane merne nesigurnosti po pravilu, predstavlja krajnji cilj obrade mernih podataka. Suštinska razlika između koncepta teorije grešaka i koncepta merne nesigurnosti šematski je prikazana na Slici 2.1.



Slika 2.1. Šematska reprezentacija koncepta merne nesigurnosti [2]

2.1. Merna nesigurnost tip A

Merna nesigurnost tip A određuje se isključivo metodom statističke obrade rezultata. Iz ovog sledi da merna nesigurnost tip A postoji samo ako se radi o merenju koje je ponovljeno više puta. Rezultati ponovljenih merenja predstavljeni su uzorkom $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$. Ukoliko su svi elementi uzorka ravnopravni, tj. ako su ponovljeni

eksperimenti izvršeni na istovetan način i istovetnom mernom opremom, rezultat merenja dobija se kao srednja vrednost uzorka:

$$x_s = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (2.1)$$

Srednja vrednost uzorka predstavlja slučajnu veličinu čije je standardno odstupanje \sqrt{n} puta manje od standardnog odstupanja elementa uzorka. Po definiciji, merna nesigurnost tip A, u_A , jednaka je standardnom odstupanju srednje vrednosti:

$$u_A = s_{x_s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_s)^2}{n(n-1)}} \quad (2.2)$$

Srednja vrednost merenja, kod dovoljno velikih uzoraka, ispunjava uslove Centralne granične teoreme, što znači da joj se po pravilu pridružuje Gausova raspodela, (ili Studentova raspodela, ako se radi o manjim uzorcima) [3].

2.1.1. Objedinjena merna nesigurnost tip A

Kao što je rečeno, merna nesigurnost tip A dobija se statističkom obradom većeg broja rezultata ponovljenih merenja. Međutim, praktične okolnosti često onemogućavaju da se neko merenje ponavlja veći broj puta. Ako se merenje izvrši samo jedanput ili, pak, manji broj puta, na primer, dva ili tri puta, uzorak koji je dobijen je suviše mali da bi se njegovom statističkom obradom došlo do pouzdanih statističkih podataka. U cilju dobijanja merne nesigurnosti tip A, takođe i onda kada se merenje vrši mali broj puta (na primer 1, 2 ili 3 puta), može se koristiti podatak koji se naziva objedinjena merna nesigurnost¹ (OMN). Do vrednosti objedinjene merne nesigurnosti dolazi se na osnovu pregleda instrumenta u nekoj metrološkoj laboratoriji. Pri ispitivanju instrumenta izvodi se veća serija ponovljenih merenja na raznim mernim opsezima, na osnovu čega se izračunava eksperimentalno standardno odstupanje, tj. standardna merna nesigurnost tip A, u_A , (2.2). Ovaj podatak se saopštava korisniku pod nazivom objedinjena standardna merna nesigurnost, u_{A0} , i upisuje u uverenje o pregledu merila.

Ako korisnik izvrši samo jedno merenje, on uz dobijeni rezultat x_1 daje kao mernu nesigurnost tip A vrednost u_{A0} . Ukoliko se radi o uzorku od tri merenja, x_1, x_2, x_3 , za krajnji rezultat se usvaja srednja vrednost $x_s = (x_1 + x_2 + x_3)/3$. Standardna nesigurnost srednje vrednosti, prema (2.2), je $u_{A0}/\sqrt{n} = u_{A0}/\sqrt{3}$ s obzirom na to da se uzorak sastoji

¹ Engleski: Pooled uncertainty

od $n=3$ elemenata. Treba napomenuti da je ipak poželjno, ukoliko to praktični uslovi omogućavaju da eksperimentator, umesto korišćenja objedinjene merne nesigurnosti, samostalno odredi mernu nesigurnost tip A višestrukim ponavljanjem merenja.

Objedinjena merna nesigurnost dobijena je na osnovu višestruko ponovljenih merenja, pa joj odgovara Gausova raspodela, s obzirom na to da su ispunjeni uslovi Centralne granične teoreme.

2.2. Merna nesigurnost tip B

Prema definiciji datoj u Uputstvu za izražavanje merne nesigurnosti, merna nesigurnost tip B određuje se svim ostalim metodama, izuzev statističke analize. Merna nesigurnost tip B se određuje nezavisno od toga da li se radi o pojedinačnim ili ponovljenim merenjima. Definicija da treba koristiti sve ostale metode, znači da skup tih metoda nije određen, nego da izbor metoda zavisi od potrebe i od iskustva i znanja samog eksperimentatora. Valjano određivanje merne nesigurnosti tip B, posebno kada se radi o složenijim mernim sistemima, predstavlja jedan od najtežih problema u mernoj tehnici. Za rešavanje problema treba imati potpuna saznanja o korišćenoj mernoj opremi i o uticaju parametara okruženja na mernu opremu, a takođe i na veličinu koja se meri. Po pravilu, valjano određivanje merne nesigurnosti tip B kod složenijih sistema, u stanju je da izvrši samo eksperimentator sa dubokim poznavanjem eksperimenta i sa višegodišnjim iskustvom u datoj oblasti.

Merna nesigurnost tip B pod uticajem bilo koje veličine ima slučajni karakter, pa je moguće odrediti odgovarajuću vrednost standardnog odstupanja rezultata. Standardna merna nesigurnost tip B, u_B , po definiciji, jednaka je standardnom odstupanju usled uticaja date veličine. I kod merne nesigurnosti tip B, kao i kod svake veličine slučajnog karaktera, neophodno je odrediti odgovarajuću funkciju raspodele. Dok je kod merne nesigurnosti tip A, po pravilu zastupljena Gausova raspodela, kod merne nesigurnosti tip B mogu se javiti raznovrsne raspodele. Problem određivanja raspodele takođe nema jednoznačne metode rešavanja, već u velikoj meri zavisi od praktičnih okolnosti u eksperimentu.

2.2.1. Najvažniji izvori podataka o mernoj nesigurnosti

Jedan od najvažnijih izvora podataka za određivanje merne nesigurnosti tip B su katalogi i priručnici koje proizvođači daju uz svoj instrument. Podaci o nesigurnosti merenja daju se za pojedine merne opsege pri određenim parametrima okoline (opseg

temperature, relativna vlažnost i dr.). Podatke o mernoj nesigurnosti u proizvođačkim dokumentima, po pravilu, treba shvatiti kao proširenu mernu nesigurnost. U nedostatku podataka i eksperimentalnih iskustava, kao funkcija raspodele se uglavnom usvaja ravnomerna (pravougaona) raspodela.

Drugi važan izvor saznanja o mernoj nesigurnosti predstavljaju podaci dobijeni nakon pregleda instrumenta u nekoj od akreditovanih laboratorija, pre svega u nacionalnoj metrološkoj laboratoriji². Poznato je da instrumenti u javnoj upotrebi treba da budu prethodno pregledani na propisani način pomoću opreme višeg nivoa tačnosti. Podaci u sertifikatu dobijenom nakon pregleda, zajedno sa eventualnim dodatnim obaveštenjima stručnjaka koji su izvršili pregled, predstavljaju korisne izvore u određivanju merne nesigurnosti tip B.

2.2.2. Važniji izvori merne nesigurnosti tip B

Merna nesigurnost rezultata kod jednog eksperimenta određena je kako karakteristikama instrumenata, tako i različitim sistematskim efektima koji se mogu podvesti pod pojam transparentnost. U Međunarodnom rečniku osnovnih i opštih pojmova u metrologiji [4] pojam transparentnost se definiše kao osobina instrumenta da pri merenju ne utiče na merenu veličinu. Kao primer transparentnog instrumenta navodi se vaga koja tokom merenja ne utiče na merenu masu. S druge strane, kao primer netransparentnog instrumenta uzima se otporni termometar koji u slučaju kada je struja relativno velika generiše toplotu unutar senzora koja se zatim prenosi na okolinu i povišava njenu temperaturu.

Primeri merne nesigurnosti izazvane netransparentnošću su brojni, među kojima se mogu navesti sledeći:

- Voltmetar relativno male ulazne otpornosti izaziva smanjenje napona kada se priključi na tačke između kojih se napon meri.
- Ampermetar umetnut u kolo, usled sopstvene otpornosti dovodi do smanjenja struje koja je pre toga postojala u toj strujnoj grani.
- Kod dvožičnog merenja otpornosti nekog otpornika pomoću ommetra, otpornost priključnog kabla se sabira sa merenom otpornošću, što za posledicu daje veću otpornost od stvarne vrednosti.
- Kod merenja vrlo velikih otpornosti treba obratiti pažnju na šentirajući uticaj paralelnih parazitnih otpornosti usled kojih se dobija manja vrednost od stvarne.

² Nacionalna metrološka institucija Srbije je Direkcija za mere i dragocene metale u Beogradu.

- Kod merenja temperatura viših od sobnih, unošenje termometra izaziva hlađenje medijuma. Osim toga, termometar uronjen u medijum predstavlja svojevrsni toplotni šent kojim se toplota ili odvodi ili dovodi u sredinu u kojoj se meri.

Kod svake vrsta merenja postoje specifični sistematski uticaji koji mogu uticati na nesigurnost merenja, tako da te uticaje nije moguće u potpunosti nabrojati. Zadatak svakog metrologa je da detaljno prouči merni problem kojim se bavi i da identifikuje sistematske uticaje koji utiču na rezultat u okviru postavljenog nivoa tačnosti. Navedimo još nekoliko primera sistematskih uticaja na mernu nesigurnost:

- Kod termometarskih etaloniranja, ispitivani termometar postavlja se u blizinu etalonskog termometra, pri čemu se pretpostavlja da se nakon dužeg vremena oba termometra nalaze na istovetnoj temperaturi, što u principu ne mora biti slučaj.
- Kod merenja temperature zagrejanih objekata, termometar koji nije dovoljno duboko zaronjen u zagrejanu tečnost ili u objekt pokazivaće obično nižu temperaturu od stvarne.
- Kod instrumenata dolazi tokom vremena do postepenih promena karakteristika, što se naziva starenje. Otuda treba voditi računa o vremenu proteklom od poslednje provere instrumenta u cilju procene mogućih promena parametara navedenih u podacima o pregledu instrumenta.
- Postoji komponenta nesigurnosti pod uticajem parametara okruženja, kao što su promene temperature okoline, vlažnosti vazduha, atmosferskog pritiska, stabilnosti napona napajanja i dr.
- Neophodno je proveravati valjanost matematičkih algoritama korišćenih u obradi rezultata, uticaj zaokruživanja pri izračunavanjima i sl.

Većina laboratorijskih merenja ima statički karakter, to jest očitavanje se obavlja tek nakon uspostavljanja stacionarnog stanja. Međutim, potpuna ustaljenost fizičkih veličina nije ostvariva u praksi. Tokom prikupljanja podataka merena veličina i parametri okoline imaju određenu brzinu promene, pa se javljaju tzv. dinamičke greške merenja [5].

2.2.3. Slučajni karakter merne nesigurnosti tip B i izbor funkcije raspodele

Jedna od osnovnih osobina koncepta merne nesigurnosti izražene u Uputstvu za izražavanje merne nesigurnosti je da se svakom uticajnom efektu pridruži neka funkcija raspodele. U tom pogledu postoji jasna razlika koncepta merna nesigurnosti u poređenju sa klasičnom teorijom grešaka. U teoriji grešaka funkcija raspodele se pridružuje samo slučajnim greškama, dok se sistematske greške posmatraju kao konstantne veličine.

Međutim, u praksi nema smisla koristiti ono merilo koje sistematski pokazuje veći ili manji rezultat od stvarnog. Zbog toga je, pre početka korišćenja, neophodno otkloniti sistematske efekte, što se vrši postupkom kalibracije instrumenta. Poželjno bi bilo da se sistematski efekti svedu na nulu. Međutim, idealno kompenzovanje nije izvodljivo u praksi, jer uvek ostaju izvesni zaostali sistematski uticaji koji se ne mogu do kraja poništiti. Naime, smanjivanje sistematskih efekata vrši se dotle dok preostali efekti ne dobiju slučajni karakter.

Kod električnih instrumenata, kao odgovarajući primer može se uzeti otklanjanje sistematskog efekta kod voltmetra izazvanog poremećajem “nule”, tzv. nulovanje instrumenta. Pri nulovanju, ulazni krajevi ispitivanog voltmetra se kratko spajaju, pri čemu se, umesto očekivanog nultog napona, na izlazu očitava napon od, recimo, +200 μ V. Merenje sa ovako razdešenim voltmetrom davalo bi rezultate koji su sistematski pomereni za približno toliki napon, pa je neophodno da se pre početka rada otkloni ovaj sistematski poremećaj. Kod instrumenta starije proizvodnje to se obavlja pomoću odvijača kojim se okreće potencijometar voltmetra “nula” i pokazivanje indikatora dovodi do nulte vrednosti. Kod novijih voltmetra to se postiže pritiskom na taster “nula”, ili, pak, pri automatskom procesu provere i autokalibracije pri svakom uključenju instrumenta. Međutim, nakon nulovanja moguće je uočiti da se na indikatoru kratko spojenog instrumenta ipak javljaju manje promene pokazivanja reda veličine nekolikomikrovolti različitog znaka. To je tzv. kratkotrajna nestabilnost nule. Ako bi se posmatranje produžilo, uočilo bi se dodatno sporije “šetanje” (drift) nule. Dakle, otklanjanje sistematskog pomeraja na izlazu voltmetra ipak nije u potpunosti izvršeno. I u ovom slučaju zaostali sistematski efekti nakon korekcije (kalibracije) imaju slučajni karakter, pa im je stoga potrebno pridružiti neku od odgovarajućih funkcija raspodele [6,7].

2.3. Kombinovana merna nesigurnost

Kombinovana merna nesigurnost predstavlja resultantnu vrednost u slučaju kada nesigurnost potiče od dve ili više različitih komponenti. Kombinovana merna nesigurnost se koristi u sledeća dva slučaja:

- Merna nesigurnost tip A postoji (izvršena je serija ponovljenih merenja)
- Merna nesigurnost tip B (postoje saznanja o mernom sistemu)
- Postoje dve ili više komponenti merne nesigurnosti tip B, a ne postoji merna nesigurnost tip A (merenje nije ponavljano).

Kao i kod mernih nesigurnosti tip A i tip B, i kod kombinovane merne nesigurnosti definiše se standardna merna nesigurnost u_c (koja ima smisao standardnog odstupanja), a takođe i proširena merna nesigurnost $U_c = k u_c$, gde je k faktor proširenja. Standardna kombinovana merna nesigurnost se izračunava postojećim formulama na osnovu vrednosti standardnih odstupanja komponenti merne nesigurnosti (videti član 2.3.1). Međutim, znatno teži problem predstavlja određivanje funkcije raspodele kombinovane merne nesigurnosti, pa samim tim i određivanje faktora proširenja k . Funkcija raspodele kombinovane merne nesigurnosti dobija se kao konvolucija funkcija raspodela komponenta merne nesigurnosti. Problem određivanja konvolucije u slučajevima koji se sreću u praksi obuhvata slučajeve slaganja tri, četiri, a nekada i do desetak funkcija raspodele. Problem određivanja rezultatne raspodele u složenijim slučajevima ne može se rešiti analitičkim putem, već se do rešenja dolazi isključivo korišćenjem računarskih numeričkih postupaka [8,9]. Najvažniji numerički metod za dobijanje konvolucije većeg broja raspodela je tzv. Monte Karlo metoda. U osnovnom tekstu Uputstva za izražavanje merne nesigurnosti [1] nije posvećena pažnja problemu određivanja rezultatne raspodele kombinovane merne nesigurnosti.

Međunarodne metrološke organizacije u cilju prevazilaženja nedostataka osnovnog izdanja Uputstva za izražavanje merne nesigurnosti, publikuju literaturu u kojima se dopunjava tekst i daju primeri određivanja merne nesigurnosti u pojedinim važnijim slučajevima kao što su termometrija, merenja mase, hemijska merenja i dr. Izdata je takođe publikacija Dodatak Uputstvu za određivanje merne nesigurnosti [10] koja je posvećena određivanju ekvivalentne funkcije raspodele korišćenjem Monte Karlo metode.

2.3.1. Izračunavanje standardne kombinovane merne nesigurnosti

Pri izračunavanju kombinovane merne nesigurnosti treba razlikovati sledeća tri slučaja:

- komponente merne nesigurnosti su međusobno nekorelisane;
- komponente merne nesigurnosti su u potpunoj korelaciji, i
- komponente merne nesigurnosti su delimično korelisane.

Daleko najveći značaj ima slučaj nekorelisanih komponenti merne nesigurnosti, čemu ovde posvećujemo najviše pažnje.

2.3.1.1. Slučaj nekorelisanih komponenti merne nesigurnosti

Dve slučajne veličine su nekorelisane (ili statistički nezavisne) onda, kada promene jedne od njih, ne izazivaju predvidljive promene druge veličine. U slučaju indirektno merene veličine $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$, gde su promene uticajnih veličina x_i međusobno nekorelisane veličine, za standardno odstupanje (tip B) kombinovane merne nesigurnosti dobija se [11]:

$$u_{cy} = \sqrt{\sum \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_{x_i}^2 \right]} \quad (2.3)$$

Dobar primer nekorelisanih slučajnih veličina predstavljaju merne nesigurnosti tip A i tip B, jer se dobijaju međusobno nezavisnim metodama - merna nesigurnost tip A statističkom obradom rezultata ponovljenih merenja, a merna nesigurnost tip B analizom karakteristika mernog sistema. Nakon određivanja standardnih nesigurnosti u_{Ay} i u_{By} , kombinovana standardna merna nesigurnost dobija se "sabiranjem" dveju mernih nesigurnosti po pravilu kvadratnog korena zbira kvadrata, tj. $u_{cy} = \sqrt{u_{Ay}^2 + u_{By}^2}$. Kada se posmatra zbir n slučajnih veličina $y = x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n = \sum x_i$ i ako se pretpostavlja da su veličine x_i dobijene nezavisno, tj. da se mogu smatrati međusobno nekorelisanim veličinama, onda se primenom izraza (2.3), za parcijalne izvode veličine y dobija $\frac{\partial y}{\partial x_i} = 1$. Tada izraz (2.3) postaje

$$u_{cy} = \sqrt{\sum u_{x_i}^2} \quad (2.4)$$

U slučaju serije ponovljenih merenja krajnji rezultat predstavlja srednja vrednost

$$y = x_s = \sum \frac{x_i}{n} \quad (2.5)$$

Treba odrediti mernu nesigurnost srednje vrednosti u slučaju kada su elementi uzorka nekorelisane veličine. Primenom izraza (2.3), za parcijalne izvode srednje vrednosti dobija se

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial x_s}{\partial x_i} = \frac{1}{n} \quad (2.6)$$

Pošto su rezultati svih n merenja dobijeni pri istim uslovima, svim ulaznim veličinama x_i odgovara jedna ista vrednost standardnog odstupanja, odnosno standardne nesigurnosti $s = u_{x_i} = u_x$. Zamenom u (2.3), za nesigurnost srednje vrednosti dobija se

$$u_{x_s} = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum u_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n^2} n u_x^2} = \frac{u_x}{\sqrt{n}} \quad (2.7)$$

2.3.1.2. Slučaj korelisanih i delimično korelisanih komponenti merne nesigurnosti

Dobro realizovani merni sistem podrazumeva korišćenje instrumenata sa potpuno otklonjenim sistematskim efektima, tako da uticaj ometajućih veličina ima slučajni karakter, pa se uzastopno izmereni rezultati mogu smatrati međusobno statistički nezavisnim, tj. da su u potpunosti nekorelisani. Međutim, u praksi nije moguće da svi instrumenti imaju u potpunosti otklonjene sistematske efekte. Na primer, tokom neke serije merenja napona, voltmetar može imati poremećaj “nule”, tj. na skali se pokazuje manji napon i onda kada su ulazni krajevi kratko spojeni. Osim toga, u nekim slučajevima instrument može izazivati manji poremećaj na merenu veličinu. Na primer, pri merenju otpornosti senzora, struja instrumenta može izazivati dodatno zagrevanje utičući na sve rezultate u jednom smeru. Merni uzorak u tom slučaju ima smetnje koje su u izvesnoj meri korelisane.

2.3.1.2.1. Slučaj potpuno korelisanih komponenti nesigurnosti

Potpuna korelacija komponenti kombinovane merne nesigurnosti je u principu nepoželjna i retko se sreće u praksi. Ovaj slučaj se javlja ako merni sistem pre upotrebe nije kalibrisan, tako da neki od instrumenata imaju velike neotklonjene sistematske uticaje koji se ponavljaju pri svakom očitavanju.

Posmatra se veličina y koja je određena funkcijom n uticajnih veličina $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$. Polazeći od izraza za totalni diferencijal $dy = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} dx_i$ i zamenom diferencijalnih veličina odgovarajućim nesigurnostima, $dy \rightarrow u_c(y)$, i $dx_i \rightarrow u_i$ dobija se

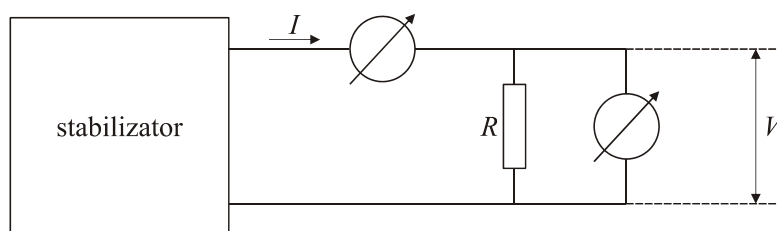
$$u_c(y) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} u_i \quad (2.8)$$

U jednostavnom, ali u praksi čestom slučaju, kada je $y = \sum x_i$, sledi $\partial y / \partial x_i = 1$, pa izraz (2.8) ima oblik

$$u_c(y) = \sum_{i=1}^n u_i \quad (2.9)$$

2.3.1.2.2. Delimično korelisane komponente nesigurnosti

Delimična korelacija komponenti kombinovane nesigurnosti se relativno često pojavljuje u mernoj praksi. Međutim, pravilna analiza ovakvih rezultata je složena i zahteva dosta vremena pa se mahom izbegava, s tim što se rezultati najčešće tretiraju kao da su u pitanju potpuno nekorelisane slučajne veličine. Kao primer dobijanja delimično korelisanih komponenti nesigurnosti posmatra se električno kolo kojim se meri otpornost omskog potrošača R , Slika 2.2. Za napajanje se koristi elektronski stabilizator napona, dok se za merenje napona V i struje I koriste instrumenti visoke rezolucije. U prvoj aproksimaciji, smatrajući oba instrumenta idealnim, otpornost se izračunava izrazom $R = V/I$. Struja i napon su pri tome linearno zavisne veličine, pa bi se stoga moglo smatrati da njihove promene stoje u potpunoj korelaciji.



Slika 2.2. Uz objašnjenje delimično korelisanih komponenti merne nesigurnosti

Međutim, ako oba instrumenta imaju visoku rezoluciju, tada se pri ustaljenom stanju mogu uočiti određene promene pokazivanja slučajnog karaktera. Promene struje instrumenta ΔI i napona ΔV zavise od većeg broja uticajnih veličina, $\Delta I = f_1(\Delta V_s(t), T(t), E(t) \dots)$, $\Delta V = f_2(\Delta V_s(t), T(t), E(t) \dots)$, gde su sa $\Delta V_s(t), T(t), E(t)$ označeni vremenska nestabilnost napona stabilizatora, promene temperature okoline i elektromagnetske smetnje koje potiču iz instrumenata i iz okruženja. Promene struje i napona su u odnosu promene napona stabilizatora dobro korelisane, međutim, promene usled ostalih smetnji su pretežno nekorelisane. Otuda bi pri analizi merne nesigurnosti određivanja otpornosti R trebalo posmatrati uticaje promena struje i napona kao delimično korelisane veličine [12].

Matematičkom analizom funkcija većeg broja delimično korelisanih slučajnih veličina x_i dolazi se do izraza koji “preveden” na slučaj merne nesigurnosti ima oblik [12]

$$u_c^2(y) = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u_i u_j r_{i,j} \quad (2.10)$$

gde je $r_{i,j}$ tzv. koeficijent korelacije. Koeficijent $r_{i,j}$ ima brojnu vrednost za koju važi izraz $0 \leq |r| \leq 1$. Postoje dve granične vrednosti koeficijenta i to:

- $r=0$ što predstavlja slučaj nulte korelacije, tj. potpuno nekorelisanih veličina. U tom slučaju izraz (2.10) prelazi u (2.3).
- $|r|=1$, koji se odnosi na slučaj potpuno korelisanih veličina, opisan u članu 2.3.1.2.1. Sa ovom vrednošću, desna strana (2.10) predstavlja potpuni kvadrat, što znači da korenovanjem izraz (2.10) prelazi u (2.8).

Kombinovana merna nesigurnost u slučaju delimično korelisanih veličina je veća u odnosu na nekorelisane veličine, a manja nego kod potpuno korelisanih veličina.

2.3.2. Određivanje efektivnog broja stepeni slobode kombinovane nesigurnosti

Studentova (ili t) raspodela se koristi u slučaju kada merena veličina pripada normalnoj (Gausovoj) raspodeli, ali je broj elemenata u uzorku n relativno mali. U tom slučaju Studentova raspodela ima broj stepeni slobode $n_s = n - 1$. U praksi se sreće slučaj kada se merena veličina y određuje na osnovu nekoliko uticajnih veličina, x_i , od kojih svaka podleže normalnoj raspodeli, ali su brojevi stepeni slobode n_{si} različiti. U tom slučaju raspodela kombinovane nesigurnosti se u dobroj aproksimaciji može prikazati Studentovom, s tim što se postavlja pitanje određivanja efektivnog broja stepeni slobode n_{se} . Taj broj se dobija primenom Welsh – Satterthwaite - ove formule [3].

Do valjanih podataka o mernoj nesigurnosti moguće je doći i na nekoliko drugih načina koji nisu bazirani na statističkim metodama. Ukoliko je iz prethodnih iskustava poznato da merena veličina podleže normalnoj (odnosno Studentovoj) raspodeli, može se postaviti pitanje koji broj stepeni slobode n_s treba pridružiti mernoj nesigurnosti. Pitanje broja stepeni slobode postavlja se takode i pri određivanju kombinovane merne nesigurnosti kada se efektivni broj stepeni slobode izračunava primenom Welsh – Satterthwaite - ove formule.

2.3.2.1. Dobijanje broja stepeni slobode WELSH – SATTERTHWAITE formulom

Pretpostavlja se da se kombinovana merna nesigurnost merene veličine y određuje na osnovu N komponenti nesigurnosti, od kojih svaka uticajna veličina x_i podleže Studentovoj raspodeli, sa brojem stepeni slobode n_{si} . Pod pretpostavkom da su komponente nesigurnosti u_i međusobno nekorelisane, primenom (2.3) ,odnosno (2.4),

izračunava se standardna kombinovana merna nesigurnost $u_c(y)$ merene veličine. Raspodela kombinovane nesigurnosti u dobroj aproksimaciji se prikazuje Studentovom raspodelom sa efektivnim brojem stepeni slobode n_{se} datim tzv. Welch – Satterthwaite ovom formulom

$$n_{se} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4}{n_{si}}} \quad (2.11)$$

gde je $u_c(y) = \sqrt{\sum u_i^2}$. Na osnovu efektivnog broja stepeni slobode i statističke sigurnosti, iz Studentove raspodele dobija se koeficijent proširenja $k = t_{n_{se}, p}$. Može se pokazati da je broj stepeni slobode n_{se} manji od zbira pojedinih, ali i da je veći od najvećeg pojedinačnog broja [11,12].

2.3.2.2. Broj stepeni slobode u zavisnosti od procene nesigurnosti relativne standardne merne nesigurnosti

Standardno odstupanje srednje vrednosti predstavlja slučajnu veličinu pa, samim tim, i ono ima svoje standardno odstupanje. Pri razmatranju merne nesigurnosti može se iskoristiti izraz za relativnu vrednost standardnog odstupanja dobijenog standardnog odstupanja srednje vrednosti $s_r(s_{x_s}) = \frac{s(s_{x_s})}{s(x_s)} = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}$, $n = 2, 3, \dots$, s tim što se standardno odstupanje zamenjuje standardnom nesigurnošću $s(x_s) \rightarrow u_x$, a standardno odstupanje dobijenog standardnog odstupanja nesigurnošću standardne nesigurnosti, $s(s_{x_s}) \rightarrow \Delta u_x$.

Na taj način dobija se izraz

$$\frac{\Delta(u_i)}{u_i} = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}} = \frac{1}{\sqrt{2n_s}}, \quad n_s = 1, 2, \dots \quad (2.12)$$

odnosno

$$n_s = \frac{1}{2 \left(\frac{\Delta(u_i)}{u_i} \right)^2} \quad (2.13)$$

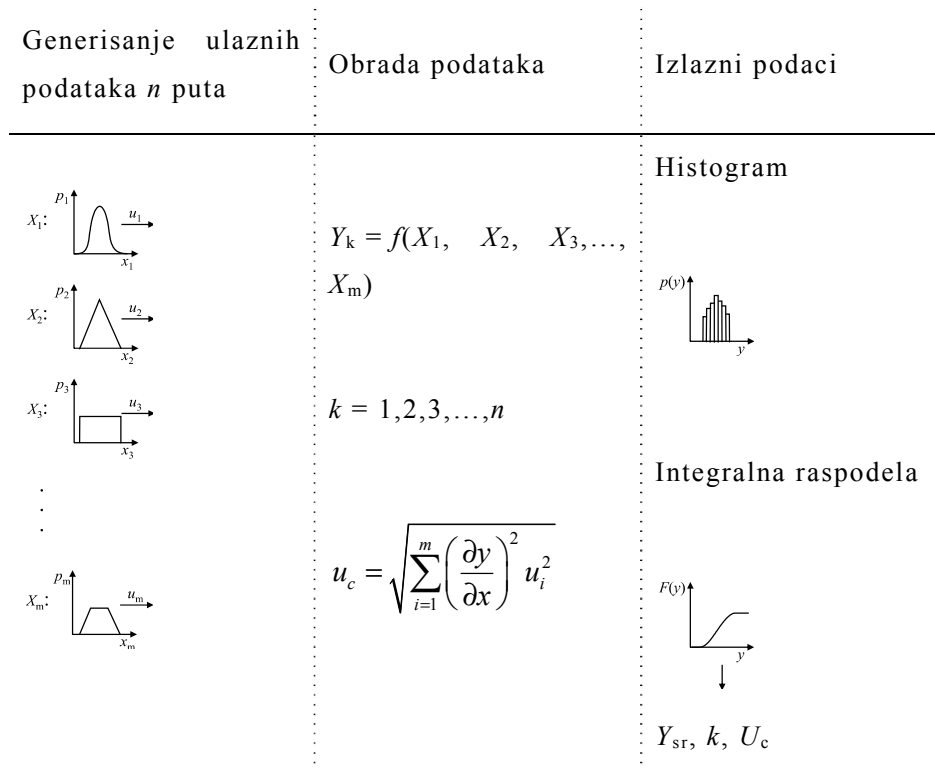
Veličina u zagradi predstavlja relativnu nesigurnost veličine x_i . Formula (2.13) koristi se prvenstveno kod merne nesigurnosti tip B ako se osnovano smatra da podleže normalnoj, odnosno Studentovoj raspodeli. Vrednost relativne nesigurnosti može se

usvojiti na bazi sopstvenih poznavanja sistema, a takođe i na osnovu skupa drugih raspoloživih saznanja.

2.4. Primena Monte Karlo metoda u analizi merne nesigurnosti

Monte Karlo je ime jednog široko rasprostranjenog matematičkog postupka za numeričko rešavanje složenih matematičkih problema, ali, takođe, i za proučavanje kompleksnih sistema u mnogim oblastima kao što su fizika, ekonomija, biologija, medicina i dr. Ova metoda je razvijena u američkom centru Los Alamos u okviru programa razvoja nuklearnog oružja, sredinom 20. veka. Prvi rad iz ove oblasti je iz 1949. godine. Karakteristika metode je da kao ulazne veličine koristi slučajne brojeve, što je bio razlog da dobije ime poznatog evropskog centra hazardnih igara. Osnovna odlika Monte Karlo metoda (MKM) je da se fizički sistem predstavi matematičkim modelom i da se zatim izvrši veliki broj numeričkih proračuna izlazne veličine, s tim što se kao ulazni podaci koriste slučajni brojevi sa unapred određenom funkcijom raspodele, Slika 2.3.

Ovakvi proračuni se danas rutinski obavljaju savremenim računarima. Za razliku od toga, analitičko rešavanje problema egzaktnim matematičkim metodama (integraljenje i dr.) po pravilu je daleko sporije i komplikovanije, pogotovu ako se vrše promene parametara matematičkog modela. Preduslovi za uspešnu primenu Monte Karlo metoda su, pre svega, velika brzina i veliki memorijski kapacitet računskog sistema, što danas nije više privilegija velikih istraživačkih laboratorija, već je ostvarivo i sa jeftinim PC sistemima. Tome ide u prilog razvoj i široka rasprostranjenost moćnih paketa za obradu podataka, kao što je, na primer, Matlab.



Slika 2.3. Uz objašnjenje Monte Karlo metoda

U členu 2.3.1 je pokazano da se vrednost standardne kombinovane merne nesigurnosti dobija jednostavno na osnovu vrednosti standardnih mernih nesigurnosti pojedinih uticajnih veličina. Međutim, ostao je nerešen problem određivanja funkcije raspodele kombinovane merne nesigurnosti. Ovaj problem se, po pravilu, može rešiti analitički samo u nekim jednostavnijim slučajevima. Međutim, u praktičnim problemima funkcija raspodele kombinovane nesigurnosti predstavlja konvoluciju većeg broja uticajnih veličina, pri čemu je analitičko određivanje konvolucije praktično nerešiv problem. Međutim u ovom slučaju upravo dolaze do izražaja velike mogućnosti koje pruža Monte Karlo metod. Njegovom primenom moguće je odrediti funkciju raspodele pri praktično neograničenom broju ulaznih raspodela, nezavisno od složenosti matematičkog modela za izračunavanje izlazne veličine [13,14].

2.5. Budžet merne nesigurnosti – tablični prikaz komponenti merne nesigurnosti

Jedna od smernica u Uputstvu za izražavanje merne nesigurnosti [1] je da rezultati budu predstavljeni što preglednije i jasnije, tako da korisnik rezultata ima potpuni uvid u sve relevantne činjenice uzete u obzir pri određivanju merne nesigurnosti. Potrebno je da se navedu matematičke formule korišćene za izračunavanje merene veličine, a takođe i u analizi merne nesigurnosti. Radi postizanja dobre

preglednosti, koristi se tablični prikaz podataka, koji se naziva budžet merne nesigurnosti. U budžetu se navode sve veličine čiji je uticaj na mernu nesigurnost uzet u obzir. Pri tome se, obavezno, za svaku uticajnu veličinu daje vrednost standardne merne nesigurnosti a takođe i odgovarajuća funkcija raspodele.

Početni korak u formiranju budžeta merne nesigurnosti je identifikacija svih veličina koje se, za dati nivo tačnosti, uzimaju u razmatranje pri izražavanju merne nesigurnosti. Po pravilu, polazni podaci za svaku od uticajnih veličina dati su u vidu proširene nesigurnosti. Za svaku nesigurnost se, ili daje odgovarajuća funkcija raspodele, ili se pak, na osnovu datog obrazloženja, usvaja najprikladnija funkcija. Na osnovu ovih podataka za svaku uticajnu veličinu izračunava se standardna nesigurnost. Po pravilu, sve nesigurnosti su međusobno nekorelisane veličine, pa se standardna kombinovana merna nesigurnost (SKMN) izračunava po pravilu kvadratnog korena zbira kvadrata. Na kraju treba naći odgovor na pitanje koju od funkcija raspodele pridružiti kombinovanoj mernoj nesigurnosti. Ova raspodela se, po pravilu, ne može odrediti egzaktno, već se usvaja uz odgovarajuće obrazloženje. Raspodeli i određenoj vrednosti statističke sigurnosti odgovara faktor proširenja, koji pomnožen sa standardnom kombinovanom mernom nesigurnošću daje proširenu kombinovanu mernu nesigurnost [15].

Većina matematičkih izraza za određivanje nesigurnosti fizičke veličine X ima, u principu, oblik algebarskog zbira

$$X = X_s + \delta x_1 + \delta x_2 + \dots + \delta x_i + \dots \delta x_n \quad (2.14)$$

gde su X_s srednja vrednost merene veličine, a δx_i su komponente nesigurnosti veličine X koje potiču od uticajnih veličina x_i . U ovom slučaju se podrazumeva da su komponente nesigurnosti u (2.14), iako potiču od raznih izvora (kao što su temperatura, vlažnost, starenje i sl), preračunavanjem svedene na dimenziju koju ima veličina X . Jednačina (2.14) ima principijelni karakter jer se u stvarnosti pojedine komponente nesigurnosti ne sabiraju algebarski, već se njihovo “sabiranje” vrši po principu korena zbira kvadrata s obzirom na to da su komponente, po pravilu, međusobno nekorelisane veličine. Iz (2.14) vidi se da su parcijalni izvodi

$$k_i = \frac{\partial X}{\partial(\delta x_i)} = 1 \quad (2.15)$$

koji se nazivaju koeficijenti osetljivosti, međusobno jednaki i iznose 1. To znači da sve komponente nesigurnosti u podjednako meri utiču na krajnji rezultat – kombinovanu

mernu nesigurnost merene veličine X . Primeri aditivnog određivanja merne nesigurnosti se najčešće sreću u praksi.

Ako su funkcije raspodela simetrične oko srednje vrednosti, takođe je simetrična i funkcija raspodele kombinovane merne nesigurnosti [16-18].

3. KERR-OV ELEKTRO-OPTIČKI EFEKAT U TEČNIM DIELEKTRICIMA

Pojavu dvojnog prelamanja svetlosti u stacionarnom električnom polju je 1875. godine otkrio škotski naučnik John Kerr (1824-1907). Početno otkriće dvojnog prelamanja se odnosilo na čvrsto telo (primećen je slab efekat u staklu), a zatim u tečnosti (najjači u nitrobenzolu). U stručnoj literaturi efekat dvostrukog prelamanja svetlosti pri dejstvu električnog polja (uglavnom u tečnostima) naziva se Kerr-ov elektro-optički efekat. Od 1930. godine se ovaj efekat ispituje u parama i gasovima, mada je u njima relativno slab. U koloidu poznatom pod nazivom „bentonit”, efekat je 10^6 puta jači nego u nitrobenzolu.

Kerr-ov optički efekat poseduje niz veoma značajnih osobina kada su u pitanju visokonaponska merenja. Ukoliko uporedimo karakteristike i mogućnosti klasične visokonaponske merne opreme i opreme koja se može koristiti za iste namene, a bazirana je na elektro-optičkom efektu, doći ćemo do niza interesantnih saznanja [19].

Karakteristike Kerr-ovog elektro-optičkog efekta koje su značajne za visokonaponska merenja:

- Frekvencijski opseg u kome se mere visokonaponske veličine, a koje se sa tačnošću od 1% mogu uspešno meriti predloženom elektro-optičkom metodom, je veoma širok (0 Hz- 10^9 Hz). Nasuprot ovome, klasična visokonaponska merna oprema je uglavnom specijalizovana za merenja naponskih veličina u određenom frekvencijskom opsegu.
- Kašnjenje – vreme odziva optičkog signala na jediničnu step-funkciju električnog polja, kod Kerr-ovog efekta je reda 10^{-12} s, tako da se mogu meriti i registrovati jednokratne tranzijentne pojave napona u nanosekundnom vremenskom domenu.
- Pri korišćenju pravougaonog naponskog impulsa može se primeniti identična logika koja se koristi za stacionarno električno polje. Naime, pošto je u svim eksperimentima korišćen pravougaoni naponski impuls trajanja 60 ns, u delu oscilograma gde postoji konstantna vrednost pomenutog naponskog impulsa mogu se koristiti sve zakonitosti vezane za ovaj elektro-optički efekat, kao da je u pitanju stacionarno električno polje.
- Dinamički opseg napona koji se može izmeriti sa zahtevanom tačnošću kod klasičnih visokonaponskih razdelnika napona retko prelazi odnos 1:1000. Nasuprot tome, ukoliko se vrše modifikacije originalnog Kerr-ovog mernog postupka (koristi se specijalizovana elektronska oprema pridodata Kerr-ovoj ćeliji), može se ostvariti

merenje u daleko širem opsegu napona (može se meriti veoma slabo električno polje reda 1 V/mm, ali i veoma snažno polje reda 70000 V/mm).

Napomena:

Potrebno je naglasiti da se radi o značajnim modifikacijama originalnog Kerr-ovog mernog koncepta i da se mnogi rezultati dobijaju proračunom, a ne direktnim merenjem. Takođe je potrebno imati u vidu da navedeni dinamički opseg nije moguće ostvariti za širok frekventnijski opseg, već se obično metoda optimizira za jednu od frekvencija.

- Indukovanje značajnog napona smetnji u žičanim vezama (koje pripadaju mernim kolima) veoma često onemogućava pouzdana merenja u prisustvu snažnih elektromagnetnih polja (generišu se pri velikim impulsnim strujama). Elektro-optičke merne metode omogućavaju eliminisanje žičanih veza koje su izložene elektromagnetnom zračenju pri generisanju visokonaponskih impulsa. U gotovo svim slučajevima klasične merne metode su daleko inferiornije u odnosu na elektro-optičke metode, kada se metode upoređuju sa aspekta indukovano napona smetnji.
- Visokonaponske veličine (iznad 100 kV), koje poseduju ekstremno visoke učestanosti (iznad 50 MHz), uglavnom nije moguće pouzdano meriti klasičnim mernom aparaturom. Problem koji se jednostavno ne može razrešiti na zadovoljavajući način leži u parazitnim kapacitivnostima razdelnika napona ili mernih sondi.
- Kerr-ov efekat poseduje kvadratnu zavisnost promene ugla polarizacije od veličine električnog polja (u literaturi poznat kao „kvadratni elektro-optički efekat”). Zbog toga što je Kerr-ova konstanta transformatorskog ulja gotovo 1000 puta manja od Kerr-ove konstante nitrobenzola (tečnost sa najvećom Kerr-ovom konstantom), to se pri merenjima manifestuje kao neophodnost da se u transformatorskom ulju primenjuju električna polja koja su oko 30 puta većeg inteziteta u odnosu na polja koja bi se koristila kada je nitrobenzol u pitanju. Kriterijum pri ovom poređenju je da se koristi „direktan” pristup (bez modulacije), da se ostvari slična tačnost metode i sličan dinamički opseg merenja sa navedenim mernim dielektricima.
- Direktnim merenjima u transformatorskom ulju (realni izolacioni medijum) se eliminišu mnoge opasnosti vezane za sam nitrobenzol (otrovna i eksplozivna supstanca). Zahvaljujući usavršenoj mernoj opremi u savremenoj literaturi se uglavnom najveća pažnja posvećuje upravo ovakvom pristupu. Na taj način se takođe izbegavaju diskutabilne analogije pri interpretaciji rezultata merenja.

- Može se vršiti direktna kontrola trajanja zračenja neke supstance laserskim zrakom, čime se značajno redukuje uticaj energije laserskog zračenja na eventualnu predjonizaciju tečnosti koja se koristi u eksperimentima. Imajući u vidu da Kerr-ov elektro-optički efekat ima veoma kratko vreme odziva, može se konstruisati specijalna Kerr-ova ćelija (najčešće sa nitrobenzolom kao dielektrikom), koja ima ulogu „optičkog prekidača”.
- Postoji mogućnost veoma precizne sinhronizacije optičkog i električnog signala (praktično istovremeno prisutvo visokonaponskog impulsa i laserskih zraka).
- Primena elektro-optičkih metoda u budućim visokonaponskim merenjima daje mogućnost da se razumeju neki fenomeni koji do sada nisu bili razjašnjeni. Primena minijaturnih laserskih dioda i specijalnih svetlovoda koji zadržavaju ugao polarizacije pri prostiranju kroz svetlovod otvara široke mogućnosti za neke specijalne primene ove metode.

3.1. Teorijske osnove Kerr-ovog efekta

Za razumevanje pojava vezanih za Kerr-ov elektro-optički efekat potrebno je navesti neke poznate postavke i relacije iz optike.

Brzina svetlosti u dielektričkim materijalima kroz koje svetlosni zrak prolazi (dielektrička konstanta razmatranog dielektrika je ϵ , a permeabilnost μ), iznosi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}} \quad (3.1)$$

Koeficijent prelamanja svetlosti (n) se definiše kao odnos brzine svetlosti u vakuumu (c) i u razmatranom medijumu (v).

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}; \quad \epsilon_0 = 8,855 \times 10^{-12} F/m; \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m \quad (3.2)$$

U praksi se mnogo češće koristi pojam „relativne dielektrične konstante” (definiše se kao $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$) i „relativne permeabilnosti” (definiše se kao $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$).

Napomene:

- Za gotovo sve materijale osim feromagnetnih usvaja se da je $\mu_r \approx 1$.
- Relativna dielektrična konstanta (ϵ_r) i koeficijent prelamanja (n) se uslovno mogu prihvatiti kao konstante. Naime, mora se imati u vidu da postoji zavisnost navedenih „konstanti” od frekvencije (talasne dužine svetlosti kojim se posmatrani dielektrik prozračuje). Ovaj fenomen je u optici poznat pod nazivom „disperzija” i jasno je uočljiv kod prelamanja prirodne (bele) svetlosti. Pošto je za sve eksperimente u ovom radu korišćen izvor monohromatskog zračenja (He-Ne laser), problem disperzije očigledno je bio minimiziran i svi eksperimenti sprovedeni su pod praktično identičnim uslovima. Problem višestrukih talasnih dužina (prirodna svetlost) je značajan i kod optičkog prijemnika i kod svetlovoda, jer se za monohromatski svetlosni zrak dobija znatno bolja uniformnost i tačnost optičko-električne konverzije.

Kada se prihvate postavke navedene u prethodnoj napomeni, može se doći do izraza:

$$n = \sqrt{(\epsilon_r \mu_r)} \quad (3.3)$$

Pojam svetlost uslovno podrazumeva elektromagnetni spektar svih talasnih dužina (treba razlikovati od pojma vidljive svetlosti koja podrazumeva deo spektra između 400 nm i 800 nm). Prema preporuci Međunarodne unije za čistu i primenjenu fiziku, u tom spektru treba razlikovati osobine zračenja, svetlosne i fotonske osobine.

- Osobine zračenja dominiraju kod onih talasnih dužina koje su veće od srednje vrednosti rastojanja između molekula sredine koja je izvor svetlosti.
- Svetlost se spontano emituje u diskretnom procesu prelaska atoma ili molekula iz stanja početne u stanje niže energije. U slučaju da je zbog relativno velike talasne dužine praktično nemoguće ustanoviti koji je pojedinačni molekul izvor datog svetlosnog talasa, govori se o energetske osobinama tog dela spektra. Za deo elektromagnetnog spektra koji pripada vidljivom delu spektra, karakteristična je primenljivost dipolne aproksimacije pri ne suviše velikim fluksevima u odnosu na opšti prikaz, koji je dobijen razvojem u red po svim multipolima.
- Fotonske osobine ima svetlost koja se emituje, odnosno apsorbuje u svetlosnim kvantima, kao diskretnim fizičkim veličinama, koje postoje u zadatim eksperimentalnim uslovima.

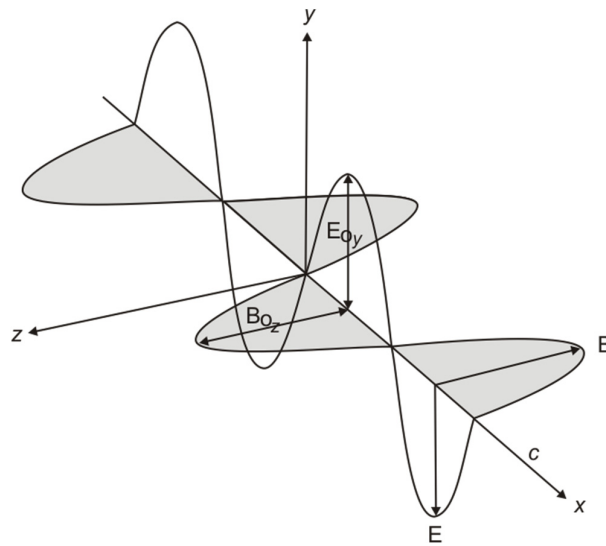
Prolazak svetlosti kroz neku supstancu neizbežno je praćen interakcijom između same svetlosti i sredine kroz koju se svetlost prostire. Elektro-optički efekti koji se pri tom opažaju zavise od:

- osobina upadne svetlosti (talasne dužine, stanja polarizacije i svetlosnog fluksa)
- elektronske strukture (uzajamnih veza atoma ili molekula),
- usmerenosti i orijentacije oblaka elektrona u odnosu na osu kvantizacije zadatu spoljnim poljem
- polaribilnosti

U ovome radu su od većeg značaja osobine zračenja i svetlosne osobine, nego ftonske osobine upadnih elektromagnetnih talasa, zbog čega se koristi model ravnog progresivnog talasa. U okviru navedenog modela, pogodan je opis svetlosti Pointingovim (Poynting) vektorom, koji ima pravac i smer prostiranja svetlosnog talasa, a definiše se vektorom jačine polja (\vec{E}), i jačine magnetnog polja (\vec{H}).

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (3.4)$$

Fizički smisao Pointingovog vektora je da on predstavlja količinu svetlosne energije koja u jedinici vremena protekne kroz jediničnu površinu ortogonalnu na pravac prostiranja talasa, zbog čega se još zove vektor fluksa [20].



Slika 3.1. Ilustracija elektromagnetne prirode svetlosti

Kao što se i vidi iz jednačine (3.4), duž puta prostiranja vektor jačine električnog polja svetlosti se menja (po konvenciji se uzima za opisivanje osobina svetlosnog talasa), ali je stalno ortogonalan na Pointingov vektor. Eksperimentalni dokaz navedene ortogonalnosti, a time i transverzalne prirode svetlosnih talasa, predstavlja fenomen polarizacije svetlosti.

Stanje polarizacije svetlosnog talasa u potpunosti je određeno sa tri Stoksova (Stokes) parametra, a na osnovu relativno merljivog intenziteta komponenti svetlosti, koja se prihvata detektorom u pravcu ortogonalnom na osu kvantizacije zadatu spoljašnjim poljem

$$P_1 = \frac{I(0^\circ) - I(90^\circ)}{I(0^\circ) + I(90^\circ)} \quad (3.5)$$

$$P_2 = \frac{I(45^\circ) - I(90^\circ)}{I(45^\circ) + I(90^\circ)} \quad (3.6)$$

gde je $I(\theta)$ intenzitet svetlosti kada je transmisiona osa polarizatora (koji se koristi kao analizator i ortogonalan je na pravac svetlosti koja se analizira) pod uglom θ u odnosu na pravac zadat spoljašnjim poljem. Treći Stoksov parametar se određuje na osnovu intenziteta komponenta svetlosti sa pozitivnim $I(\sigma^+)$ i negativnim $I(\sigma^-)$ spiralnim putem, prema formuli:

$$P_3 = \frac{I(\delta^-) - I(\delta^+)}{I(\delta^-) + I(\delta^+)} \quad (3.7)$$

Dok se P_1 i P_2 određuju korišćenjem samo polarizatora, parametar P_3 se određuje prethodnim propuštanjem svetlosti kroz četvrt-talasnju pločicu.

Dovođenje spoljašnjeg električnog polja u dielektričnoj molekularnoj sredini indukuje unutrašnje električno polje, i to usled:

- polarizacije, ako su molekuli sa nultim permanentnim električnim multipolom,
- polarizacije i početne orijentacije, ako su molekuli sa nenultim permanentnim električnim multipolnim momentom.

Kerr-ov elektro-optički efekat je, u suštini, pojava dvojnog prelamanja svetlosti talasne dužine λ , u jakom statičkom električnom polju [21]. Pošto je ovaj efekat otkriven eksperimentalno, opisan je najpre fenomenološki - uvođenjem konstante, koja povezuje fazne razlike, $\Delta\varphi$ redovnog i neredovnog talasa sa jačinom spoljašnjeg električnog polja.

Dielektrična sredina se, prema rezultatima ovog eksperimenta, ponaša kao jednoosni kristal, sa pravcem optičke ose u pravcu električnog polja. Ukoliko bi se prirodna (nepolarizovana) svetlost propustila kroz takav dielektrik u pravcu optičke ose, ne bi došlo do promene stanja polarizacije, tj. propuštena svetlost bi bila takođe nepolarizovana. Međutim, ukoliko bi uzan mlaz prirodne svetlosti padao pod nekim uglom u odnosu na optičku osu, propuštena svetlost bi se sastojala od dva polarizovana

zraka, sa međusobno ortogonalnim ravnima polarizacije. Jedan od zrakova sa indeksom prelamanja koji ne zavisi od pravca kretanja te komponente svetlosti kroz sredinu, naziva se redovnom komponentom ili zrakom. Međutim, druga komponenta je sa indeksom prelamanja koji zavisi od ugla zraka u odnosu na pravac optičke ose, zbog čega se naziva neredovnom komponentom.

Rezultat Kerr-ovog eksperimenta, u kojem je ugao između neredovnog zraka i optičke ose za koju se smatra da je zadata spoljšnjim električnim poljem $\varphi_e = \pi/2$, prikazan je najpre u formi:

$$n_e - n_0 = kE^2 \quad (3.8)$$

gde su n_e i n_0 indeksi prelamanja neredovne i redovne komponente svetlosti, redom, a k je konstanta. Zbog pogodnosti u merenjima, ako je dužina puta svetlosti kroz dielektrik l , nalazi se razlika optičkih puteva

$$\delta = l(n_e - n_0) = klE^2 \quad (3.9)$$

ili, korišćenjem relacije između elementa optičkog puta (ndl) i odgovarajuće fazne razlike talasa ($d\varphi$): $\frac{ndl}{\lambda} = \frac{d\varphi}{2\pi}$, nalazi se razlika faza:

$$\Delta\varphi = 2\pi B l E^2 \quad (3.10)$$

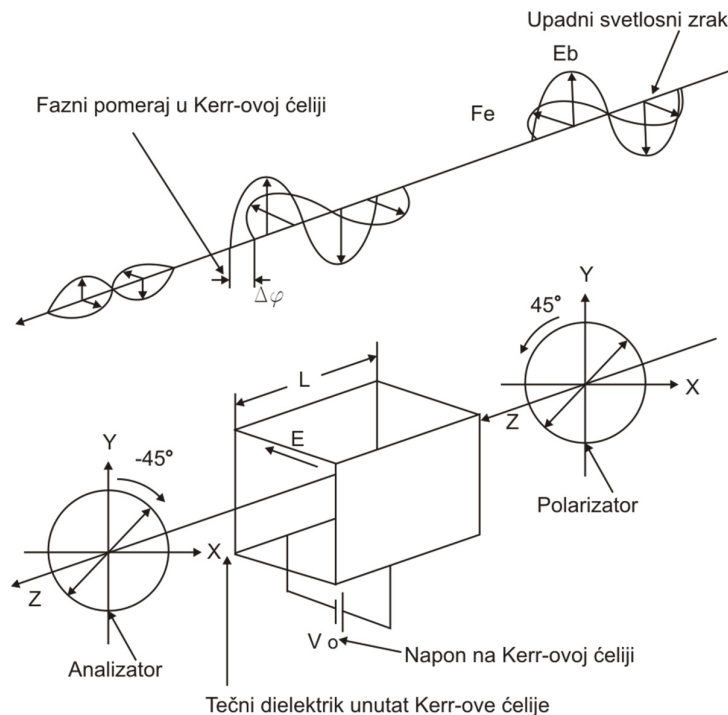
gde je $B = \frac{k}{\lambda}$ Kerr-ova konstanta, koja je dimenziono izražena u (m/V^2).

Važno je zapaziti da u ovom fenomenološkom prilazu sve tri veličine: razlika indeksa prelamanja, razlika optičkih puteva i fazna razlika zavise od kvadrata jačine električnog polja, što znači da zavise od intenziteta, a ne zavise od pravca i smera spoljašnjeg električnog polja. Kerr-ova konstanta je za većinu tečnosti veća od nule, što znači da je u njima brzina neredovnog zraka veća od brzine redovnog $n_e > n_0$, mada ima i slučajeva $B < 0$ (etil etar, razna ulja). Obično se podaci o Kerr-ovoj konstanti daju za talasnu dužinu monohromatske upadne svetlosti $\lambda = 564$ nm (zelena linija). Kerr-ova konstanta B se smanjuje sa povećanjem talasne dužine, a značajno se smanjuje sa povećanjem temperature.

U eksperimentima sa tečnostima u naizmeničnom električnom polju takođe se zapaža Kerr-ov efekat. Kerr-ova konstanta ne zavisi pri tome značajno od učestanosti promene smera polja kada su u pitanju nepolarizovani molekuli. Međutim, za molekule

sa permanentnim dipolnim momentom, a takvi su skoro svi poliatomski molekuli, izražena je zavisnost B od učestanosti naizmeničnog polja.

Prva teorija Kerr-ovog efekta se pripisuje Lanževenu (Langevin, 1910) i odnosila se na nepolarne molekule sredine.



Slika 3.2 Osnovne postavke i komponente kod dokazivanja Kerr-ovog efekta

Dielektrička sredina, prethodno izotropna, postaje anizotropna, jer se molekuli brzo orijentišu svojom osom maksimalne polaribilnosti u pravcu spoljašnjeg polja. Rezultujuće električno polje unutar dielektrika je određeno vektorskim zbirom spoljašnjeg polja i njime indukovano unutrašnjeg polja dielektričke sredine. Interakcija svetlosti sa nekim molekulom je najjača ako je vektor električnog polja svetlosti kolinearano sa permanentnim električnim dipolnim momentom molekula date dielektričke sredine. Za upravo opisanu dielektričku sredinu, indeks prelamanja će biti najveći za svetlost čiji se pravac električnog vektora poklapa sa pravcem linije maksimalne polarizacije molekula. U svim ostalim pravcima će indeks prelamanja biti manji, pa sledi da je talas sa maksimalnim indeksom prelamanja neredovan talas. Pri tome je očigledno $n_e > n_0$ tj. $B > 0$.

3.2. Primena He-Ne lasera za eksperimente sa Kerr-ovim efektom

Helijum-Neonski (He-Ne) laser je jednostavan za rad i predstavlja jeftin izvor koherentne svetlosti. Osnovna talasna dužina na kojoj ovaj laser emituje svetlost je 632,82 nm. Pored toga što je visoko monohromatska, svetlost He-Ne lasera je velikog stepena koherentnosti, kao i simetrične prostorne raspodele intenziteta, koji je pravilnog Gausovog (Gauss) oblika. Zbog toga se ovaj laser uspešno koristi u interferometriji, holografiji i metrologiji.

Ne ulazeći u objašnjavanje osnovnih fizičkih principa rada gasnih lasera, ovde se navode samo neke osobine korišćenog lasera. Pobuda neona kao aktivne supstance ostvaruje se plazmom električnog gasnog pražnjenja u centralnoj kapilarnoj cevi unutar šuplje hladne katode. Zbog brojnih procesa atomskih sudara (prenos impulsa pri elastičnom rasejanju, pobuda atoma, jednostruka i višestruka jonizacija), nije lako očuvati stacionarnost pražnjenja, pa je kapilarna cev smeštena u širi stakleni balon koji ima funkciju rezervoara gasne smese. Laserska ogledala su fabrički zatopljena u zid staklenog balona, što lasersku cev čini kompaktnijom i istovremeno oslobađa od uvek komplikovanog optičkog podešavanja.

Neke osobine ovakve cevi se, međutim, moraju držati pod kontrolom u metrološki korektnom eksperimentu. Tokom zagrevanja cevi dolazi do termičkog širenja rezonatora. To dovodi do promene položaja longitudinalnih komponenti unutar krive pojačanja. Navedeni problemi se praktično rešavaju dovoljno dugim „zagrevanjem“ lasera pre početka samih merenja.

Da bi se potpuno razumele specifičnosti lasera koji je korišćen u eksperimentu, potrebno je definisati neke bitne veličine:

- Koherencijom lasera se smatra osobina svetlosti koju laser emituje da generiše sliku sa interferencijom, tj. niz tamnih i svetlih linija sa harmonijskom promenom intenziteta. Ova osobina se ispituje korišćenjem razdelnika snopa (eng. beamsplitter) za dobijanje dve komponente, koje prelaze različite optičke puteve pre ponovnog spajanja u delu prostora gde je postavljen ekran ili detektor. Kontrast slike sa interferencijom se određuje na osnovu merljive *veličine vidljivosti*, koja se definiše formulom:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.11)$$

gde je I_{\max} intenzitet uočenog maksimuma slike sa interferencijom, a I_{\min} intenzitet podnožja tog maksimuma. Brojčana vrednost vidljivosti je između 0 (kada nema interferencione slike) i 1 (kada interferencione slike ima, a intenzitet

podnožja interferencione strukture je ispod praga merljivosti). Vidljivost je zavisna od razlike optičkih puteva komponenti zraka i opada sa povećanjem te razlike. Grafički prikazana zavisnost vidljivosti od putne razlike, x , je tzv. kriva vidljivosti, $V=V(x)$, čiji se maksimum po pravilu normira na vrednost 1, a koja teži ka nuli sa povećanjem x . Dužina koherencije se definiše kao ona putna razlika pri kojoj vidljivost pada na 0,5, tj. na polovinu od svoje maksimalne vrednosti [22,23].

- Spektar zračenja lasera i njegova kriva vidljivosti su dati sledećom relacijom:

$$V_x = \frac{\sqrt{c^2 + s^2}}{P}, \text{ gde je} \quad (3.12)$$

P -energija kompletnog spektra

c -realni (konusni) deo Furijeove transformacije spektra

s -imaginarni (sinusni) deo Furijeove transformacije spektra

Promenom temperature laserske cevi menja se talasna dužina, tj. spektralni sastav emitovane svetlosti, pa se uz svu pažnju da se održi P , prema relaciji (3.12) menja kriva vidljivosti. Modovi lasera se kreću unutar profila krive pojačanja, baš kao i u slučaju jednodnog He-Ne lasera snage 0,5 mW, korišćenog u ovom radu. Navedene zavisnosti osobina lasera od temperature neizbežno dovode do promene dužine koherentncije lasera sa promenom temperature.

Stabilizacija lasera u smislu postojanosti gore navedenih veličina u toku merenja ostvaruje se nalaženjem radne temperature na kojoj su najmanje nestabilnosti rada lasera. Pošto je temperatura u laboratoriji uvek bila između 22 i 23 °C, „zagrevanjem“ lasera (u trajanju od najmanje jednog sata), postignuto je da su svi eksperimenti sprovedeni pod približno istim temperaturnim uslovima. Ukoliko se zahteva još veća stabilnost karakteristika zračenja korišćenog lasera, to se može postići spoljašnjim zagrevanjem lasera na temperaturu od 50 °C i održavanjem te temperature u uskim tolerancijama.

Na stabilnost rada lasera takođe utiču spoljašnja električna polja, kao i magnetna polja, kako stalna, tako i ona indukovana promenom električnog polja. Električna polja unutar lasera su jednaka nuli zbog jednostavne činjenice da je kućište lasera napravljeno od metala i uzemljeno.

Što se tiče nestabilnosti emisionih karakteristika lasera pri neželjenom elektromagnetnom polju (posledica značajne struje pražnjenja kablovskog generatora), može se istaći da je zbog pravougaonog strujnog impulsa stvaranje neželjenog

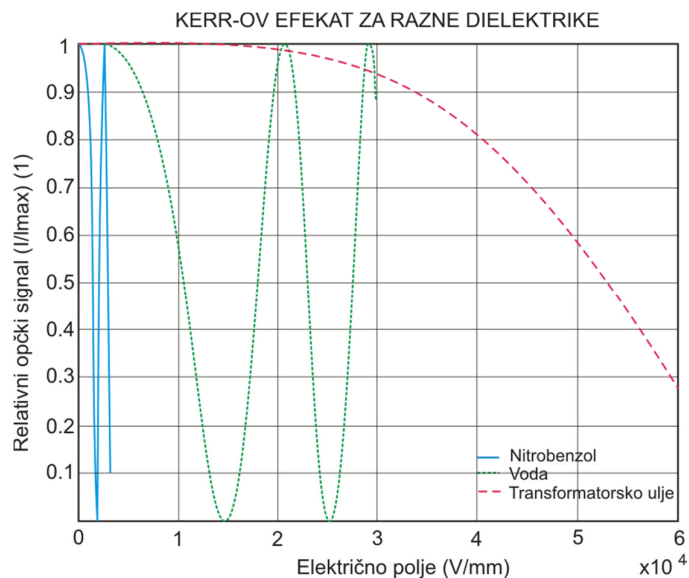
magnetnog polja moguće samo pri promeni struje (na usponskom ili opadajućem delu oscilograma struje). Pošto je eksperimentalni deo predložene metode baziran na merenju u vremenskom domenu koji isključivo pripada vršnoj vrednosti strujnog impulsa („kvazi-jednosmerni“ režim), jasno je da praktično ne postoji neželjeno elektromagnetno polje. Ovo dalje znači da uopšte nema potrebe da se laser udaljava od izvora elektro-magnetnog zračenja ili oklapa specijalnim magnetnim materijalima da bi se zaštitio od neželjenog elektromagnetnog zračenja.

3.3. Kerr-ova konstanta za razne dielektrike

U ovom odeljku će biti predstavljen uticaj i značajni eksperimentalni aspekti uticaja Kerr-ove konstante na sama merenja. Razmatrani su različiti dielektrici i njihovo ponašanje u sistemu sa elektrodama koji proizvodi homogeno električno polje između elektroda čija je dužina 50 mm [24].

Tabela 3.1

Tečnost	Kerr-ova konstanta B (m/V ²)
Nitrobenzin	$3,1 \cdot 10^{-12}$
Voda	$4,7 \cdot 10^{-14}$
Transformatorsko ulje	$1,8 \cdot 10^{-15}$



Slika 3.3. Uporedne karakteristike Kerr-ovog efekta za razne tečne dielektrike

Na Slici 3.3. je predstavljena relativna zavisnost primljenog optičkog signala od jačine primenjenog homogenog električnog polja između elektroda prečnika 50 mm čije je rastojanje 1 mm.

U delu teksta koji sledi ćemo razmatrati razvoj modela merenja izvršenog pomoću Kerr-ovog elektrooptičkog efekta i primenu u tehnici visokih napona. U prethodnom delu rezimiran je Kerr-ov efekat – elektrooptički efekat dvostrukog prelamanja svetlosti pri dejstvu električnog polja, prevashodno zastupljen u tečnostima. Proučene su bazične karakteristike. Akcenat je na činjenici da Kerr-ov optički efekat poseduje niz veoma značajnih osobina kada su u pitanju visokonaponska merenja. Simulacija efekta daje temelje samom eksperimentalnom postupku.

Prvi korak u eksperimentu jeste modelovanje merenja raspodela električnih polja u tečnim dielektricima i na osnovu dobijenih rezultata merenja vrlo brzih prelaznih naponskih odziva. Vršiti se uporedna analiza rezultata dobijenih neposrednim merenjem električnih polja nastalih brzim tranzijentnim naponima u tečnim dielektricima primenom Kerr-ovog elektrooptičkog efekta i onih dobijenih na osnovu relevantnih rezultata merenja.

U prvom delu se, radi jasnijeg uvida u problematiku, objašnjava fizička suština ovog efekta. Opisan je način rekonstrukcije električnog polja sa laserskim skeniranjem pod više uglova u prostoru između elektroda i izmenjenom tehnikom aritmetičke rekonstrukcije. Upotrebljava se FDM - metod konačnih razlika za upoređivanje i potvrdu eksperimentalnih rezultata za simetrični i nesimetrični raspored elektroda. Data je numerička verifikacija koja je potvrdila da su eksperimentalni rezultati dovoljno precizni da bi se koristili za projektovanje dielektričnog sistema sa uljem.

U drugom delu rada se predlaže način modelovanja pomoću savremenih računarskih metoda i navode se karakteristike samog softverskog alata koji se upotrebljava. Dati su rezultati dobijeni simulacijom Kerr-ovog elektrooptičkog efekta pomoću verifikovanog računarskog programa EMTP za ispitivanje visokofrekventnih elektromagnetnih pojava, kao jednog od područja njihove primene.

4. MODEL EKSPERIMENTALNOG MERENJA VEOMA BRZIH PRELAZNIH NAPONA POMOĆU SIMULACIJE KERR-OVOG ELEKTROOPTIČKOG EFEKTA

4.1. Uvod

Elektrooptički i elektromagnetni efekti se mogu podeliti u dve vrste. Prvi su vezani za primenu stalnog ili promenljivog električnog i magnetskog polja u materijalima sa izraženim posebnim osobinama, a drugi za materijale kroz koji prolazi jedan, dva ili više elektromagnetskih snopova (sa svojim pridruženim električnim i magnetskim poljima), čije su jačine uporedive sa jačinama unutrašnjeg polja. U oba slučaja postoje različiti indukovani, ali analogni efekti, linearni ili nelinearni, vezani za anizotropiju materijala ili njeno indukovanje. Efekti se razlikuju prema vrsti polarizacije probnih koherentnih snopova: cirkularnoj, eliptičnoj, linijsko – ravanskoj. Oni se takođe razlikuju u pogledu postojeće matrične obrade prostiranja i, uopšteno, matričnog opisa polarizacije u Džonsovoj i Mjulovoj matričnoj notaciji, što suštinski ne predstavlja poseban problem. Međutim, krajnji izrazi su svakako različiti, u zavisnosti od jačine spoljašnjih ili pridruženih električnih i magnetskih polja. Oni se često razlikuju u najjednostavnijim slučajevima kao linearni Pokel-ov i Faradej-ev efekat (linearne zavisnosti od električnog i magnetskog polja) i kao Kerr-ov i Koton – Muton-ov efekat (kvadratne zavisnosti od električnog i magnetskog polja).

4.2. Osobine KERR-ovog efekta bitne za primenu u visokonaponskim merenjima

Kao što je rečeno, Kerr-ov elektrooptički efekat ima pogodne osobine za visokonaponska merenja. Mnogo zanimljivih zaključaka se dobija upoređivanjem mogućnosti standardne visokonaponske merne opreme i one zasnovane na elektrooptičkom efektu za iste svrhe [25,26,27].

Glavne karakteristike Kerr-ovog elektrooptičkog efekta značajne za visokonaponska merenja su:

- Opseg učestanosti visokonaponskih veličina koje se mogu uspešno meriti predloženom elektrooptičkom metodom je veoma širok (0 Hz - 10^9 Hz). Merna nesigurnost je 1 %.
- Kašnjenje, tj. vreme odziva optičkog signala na jediničnu step funkciju električnog polja je 10^{-12} s.

- Merenje se može ostvariti u znatno širem opsegu napona nego kod klasičnih naponskih razdelnika za visoki napon.
- Elektrooptičke merne metode omogućavaju eliminisanje žičanih veza izloženih elektromagnetnom zračenju pri stvaranju visokonaponskih impulsa, a samim tim i indukovanje značajnih naponskih smetnji u žičanim vezama koje onemogućavaju pouzdana merenja u prisustvu snažnih elektromagnetskih smetnji.
- Kvadratna zavisnost promene ugla polarizacije od jačine električnog polja koju Kerr-ov efekat iskazuje.

Karakteristike Kerr-ovog elektrooptičkog efekta koje proizilaze iz ovih osobina:

- Mogu se meriti i registrovati jednokratne naponske prelazne pojave u nanosekundnom vremenskom domenu. Identična logika se može primeniti pri korišćenju pravougaonog naponskog impulsa za slučaj stacionarnog električnog polja
- Moguće izmene originalnog Kerr-ovog mernog postupka korišćenjem specijalizovane elektronske opreme, čime se prevazilaze ograničenja dinamičkog opsega napona nametnuta klasičnim mernim metodama i zahtevanom preciznošću.
- Pored toga što je Kerr-ova konstanta tečnih izolacionih materijala (ulja) gotovo hiljadu puta manja od odgovarajuće za nitrobenzol, pri merenjima je potrebno da se primenjuju električna polja oko trideset puta veća u odnosu na polja korišćena za nitrobenzol.
- Imajući u vidu da Kerr-ov elektrooptički efekat ima veoma kratko vreme odziva, može se konstruisati specijalna Kerr-ova ćelija koja ima ulogu optičkog prekidača. Postoji mogućnost postizanja veoma precizne sinhronizacije između optičkog i električnog signala (praktično istovremeno prisutvo visokonaponskog impulsa i laserskog snopa).
- Mnoge opasnosti povezane sa nitrobenzalom (otrovni i eksplozivni materijal) se eliminišu neposrednim merenjima u uljnim dielektricima. Najveća pažnja u savremenoj literaturi se posvećuje neposrednom pristupu zahvaljujući usavršenoj mernoj opremi. Time se izbegava i diskutabilna analogija pri tumačenju posredno dobijenih rezultata.

4.3. Eksperimentalno snimanje brzo promenljivog prelaznog napona i brzo promenljivih prelaznih polja

4.3.1. Merenje električnog polja

Kao što je, takođe, rečeno, Kerr-ov efekat je pogodan za visokonaponska merenja zbog nekih svojih osobina [28,29,30,31]. Prvo, opseg učestanosti je veoma širok (0 Hz-10 GHz), sa maksimalnom mernom nesigurnošću reda 1%. Drugo, optičko vreme odziva za električno polje step-funkcije je izuzetno kratko, obično sa vrednošću od 10–50 ps. Treće, elektrooptičke merne metode nemaju uticaja na mereno električno polje.

Standardni postupci električne galvanske veze sonde sa instrumentima narušavaju mereno polje u obimu koji nije zanemarljiv, što je značajno u merenjima napona kod prelaznih pojava sa veoma visokim učestanostima. Na kraju, svaki kvadratni oblik impulsnog napona ima sličan uticaj onome od polja jednosmernog napona, zbog veoma kratkog vremena odziva.

Raspodela električnog polja u njegovoj ravni registrovanja (2D) se izračunava korišćenjem numeričkog metoda. Raspodela električnog polja u prostoru (3D) se može dobiti pretraživanjem različitih slojeva u određenom dovoljnom broju paralelnih ravni. Numeričko predstavljanje električnog polja u pojedinačnoj ravni se vrši pomoću multiplikativne aritmetičke tehnike rekonstrukcije (MART) [32].

Objasnimo ukratko MART tehniku. MART algoritam se zasniva na simetričnoj podeli kvadrata iste veličine koji čine ćelije istih razmera.

Srednja vrednost se izračunava za svaku ćeliju i opšti slučaj neravnomernog ustrojstva polja. Ograničavajući faktor za tačnost rekonstrukcije je veličina ćelije i prečnik pripadajućeg laserskog snopa. Prečnik laserskog snopa mora da bude manji od veličine ćelije. Usvaja se veličina ćelije od 2 mm za postojeće numeričko izračunavanje rekonstrukcije, a laserski snop je približno bio širok 1 mm. Ističe se da je veća rezolucija merenja i rekonstrukcije potrebno samo kod sistema sa mikroelektrodama. Potrebna rezolucija rekonstrukcije zavisi samo od veličine koja se ispituje i moguće nagle promene u njenoj vrednosti prilikom prelaska iz jedne ćelije u drugu u ravni ispitivanja. Ovi problemi se događaju o oblasti bliskoj oštrim ivicama i šiljcima. Međutim, osnovna postavka u projektovanju visokonaponskih komponenti je upravo da se izbegnu svi parazitni uticaji, a posebno induktivnost. Ovaj problem je od ograničenog značaja u uobičajenom ispitivanju visokonaponske

opreme. Predviđena razlucija ćelije od 2 mm je ispravna i dovoljno tačna za najveći broj primena u tehnici visokog napona. Nagla promena koja se događa u električnom polju između dve uzastopne ćelije je otkrivena eksperimentalno [33]. To je očigledan pokazatelj da je predviđena razlucija (veličina ćelije) suviše velika i da treba da se smanji [34], [35]. Ovo su tri principa aritmetičke rekonstrukcije potvrđena zbog svoje konvergentnosti i tačnosti: standardne, aditivne i multiplikativne metode.

Upotreba MART-a omogućava najveću zadovoljavajuću tačnost i konvergenciju. Dodatna merenja se obično vrše za svaki položaj lasera tokom zapisa, radi ponovljivosti merenja i povećanja tačnosti. Koriste se težinski činiooci da ubrzaju konvergenciju iterativne metode [36].

4.3.2. Merna oprema

Visokonaponske komponente, optički uređaji i sistemi sa računarskim upravljanjem za smeštaj i prikupljanje podataka u realnom vremenu se dimenzionišu da zadovolje uslov da je potrebna merna nesigurnost manja od 5 % za merenja u nanosekundnoj vremenskoj oblasti [37]. Impulsni visokonaponski generator koaksijalne konstrukcije i sa vodenim otpornikom za prigušenje čini da parazitna kapacitivnost bude minimalna. Elektromagnetni ekran se pravi sa kućištem od Faradejevog kaveza za kablovske veze i trase, kao i mernu opremu. Faradejev kavez je galvanski odvojen od potencijala zemlje. Sva elektronska oprema se bira tako da je u režimu baterijskog napajanja, što omogućava izbegavanje šuma koji bi ušao u Faradejev kavez preko mreže za napajanje. Ovakvo projektovanje odstranjuje elektromagnetsku interferenciju koju stvara visokonaponski impulsni generator [38]. Kabl od fiberoptičkog stakla predstavlja jedinu vezu sa mernom opremom izvan zaštićenog ormana. He – Ne laser, male snage 0,5 mW i laboratorijske klase tačnosti se koristi u svim eksperimentima. Mala optička snaga se koristi sa ciljem da odstrani mogući uticaj jonizacije u dielektričnoj tečnosti. Dielektrična tečnost se izlaže laserskom snopu duže vreme (obično je 48 h), ali se ne primećuje značajan uticaj jonizacije. Srednja vrednost probojnog napona se povećala za minimalnu vrednost od 1 %. Prečnik laserskog snopa je 0,8 mm. Postupak početnog zagrevanja lasera je trajao trideset minuta, što je činilo optički izlaz lasera pouzdanim u toku merenja. Dva kristalna polarizatora prenosnog odnosa 1:10000 su ugrađena unutar dva nosača sa preciznim podešavanjem.

Optički kolimator služi za efikasni spoj laserskog snopa sa optičkim fiber kablom. Masivna optička klupa omogućava precizan optički raspored između lasera

i optičkog kolimatora. Njena masa je 150 kg. Protivvibracione klupe sa posebnim nožicama i konzolama se koriste za prigušenje, da bi se izbegle varijacije rezultata u preciznom optičkom merenju, koje su prouzrokovane vibracijama [39].

Najvažniji problemi koji treba da se reše predloženim mernim postupkom su izobličenje zbog prelamanja, uticaj apsorpcije i vibracija na optičke komponente. Nažalost, ispostavilo se da to nije izvodljivo. Ovaj zaključak je izveden nakon ponavljanja eksperimentalnih pokušaja da se prevaziđu ili svedu na najmanju moguću meru prethodno pomenuti problemi. Najprihvatljivije rešenje je nađeno u uključivanju ovih uticaja u merenja, sa njihovim održavanjem na stalnim vrednostima i njihovim odstranjivanjem u toku tumačenja rezultata.

Standardni eksperimentalni princip Kerr-ovog efekta - analogna modulacija i demodulacija optičkog signala - je moralo biti izmenjen da bi se postiglo ranije pomenuto rešenje [40]. Ulazni i izlazni polarizatori merne ćelije se obično smeštaju uzajamno normalno. Ovim rasporedom se obezbeđuje da nema optičkog signala u prijemniku bez prisustva električnog polja. Sa druge strane, ako bi polarizatori bili međusobno paralelni, optički signal u prijemniku bi imao svoju najveću vrednost bez prisustva električnog polja. Moguće je da se otkrije najveća vrednost sa ovim rasporedom uređaja. U nedostatku električnog polja je referentni signal optički i istovremeno je to vrednost optičkog signala koja odgovara vršnoj vrednosti naponskog impulsa. Vrednost optičkog signala kojoj su pridružene osobine polja pri prostornoj vrednosti impulsnog napona se oduzima od referentne vrednosti optičkog signala na nultom nivou napona. Ovako se dobija najmanja normalizovana vrednost optičkog signala i koristi se za rekonstrukciju električnog polja u izohronoj ravni.

Optički prijemnik sa velikim opsegom učestanosti od 0 do 400 MHz se koristi za pretvaranje ulaznog optičkog signala u električni signal koji se neposredno uvodi u digitalni osciloskop. Izobličenje ulaznog optičkog signala, koje može da izazove optička nepodudarnost, se odstranjuje optičkim fiber kablom i optokaplerom. Digitalni osciloskop sa nazivnom mogućnošću uzorkovanja od 2×10^9 odmeraka u sekundi se koristi za zapis visokonaponskih impulsa pretvorenih u strujni signal i odgovarajuće optičke impulse. Zadovoljavajuću preciznost položaja tokom zapisa je omogućio odgovarajuće projektovani $X - Y$ sto, a njegova merna nesigurnost zadavanja položaja je manja od 0.03 mm. Pozicioniranje stola se vrši pomoću dva servomotora. Kompjutersko upravljanje digitalnim osciloskopom i prenos podataka u PC sa njega omogućavaju IEEE - 488 interfejs modul i odgovarajući softver.

4.3.3. Postupak verifikacije

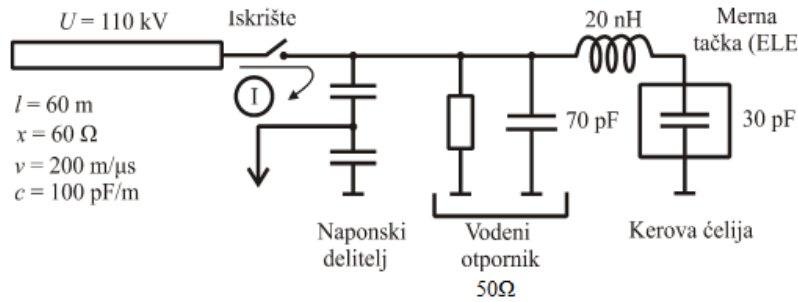
Eksperimentalni rezultati se prethodno potvrđuju numeričkim postupkom poznatim kao FDM.

U fazi kalibracije eksperimenta se primenjuju određene korekcije i koraci podešavanja. Elektrostatička energija smeštena u visokonaponskom kablju određene dužine, prethodno se prazni preko visokonaponskog kablovskog generatora (CG). CG stvara strujne ili naponske impulse, čije vreme porasta i opadanja je veoma kratko. Varijanta CG sa odzivnom impedansom kabla 50Ω omogućava stvaranje visokonaponskih impulsa kvadratnog oblika tokom pražnjenja kabla. U svim eksperimentima za ovaj pojedinačni CG se stvaraju naponski impulsi zbirnog trajanja 600 ns. Glavne komponente CG su:

1. visokonaponski blok-transformator sa odzivnim primarnim naponom podesivim od 0 do 231 V, 50 Hz, i odzivnim sekundarnim naponom od 0 do 150 kV, 50 Hz
2. visokonaponski AC/DC pretvarač, sa funkcijom da puni CG VN kabl
3. otpornik za ograničenje struje, koji omogućava postepeno ravnomerno fazno punjenje CG
4. prilagođeni vodeni otpornik sa odzivnom impedansom 50Ω , korišćen za izvedbu sa CG sa svojom karakterističnom impedansom
5. CG kabl dužine 60 m, karakteristične impedanse 50Ω , odzivne specifične kapacitivnosti 100 pF/m i brzine prostiranja 200 m/ μ s.

Koaksijalna fleksibilna varijanta iskrišta omogućava povezivanje visokonaponskim kablom bez nagle promene impedanse, koja bi onemogućila refleksiju signala. Treća elektroda aktivira iskrište [41]. Najmanje iskrište dopušta kratko rastojanje puta i ponovljiv model pražnjenja zbog odličnih osobina gasa SF₆ kao dielektrika. Napon punjenja prethodno određenog CG je 100 kV. Dobija se kvadratni impuls visoke definicije sa aktiviranjem iskrišta. Njegova amplituda je 50 kV, trajanje 600 ns, a vreme uspona, opadanja signala je 3 ns.

Električno kolo je prikazano na Slici 4.1. Svi važni parametri kola se određuju neposrednim poređenjem izmerenih i proračunatih vrednosti struje pražnjenja.



Slika 4.1. Električno kolo koje se koristi u EMTP simulaciji

Za verifikaciju i kalibraciju predloženog eksperimentalnog postupka se koristi numerički algoritam, koji predstavlja redukovanu verziju metoda konačnih razlika (FDM) [42].

EMTP program i imenovanje parametara se koriste da se verifikuju komponente i obave neophodna podešavanja. Program ima interaktivni grafički editor ATP Draw, koji dozvoljava vrlo jednostavan unos različitih oblika elektrodnih sistema. Ova osobina programa se koristi za precizni geometrijski opis elektroda u Kerr-ovoj ćeliji za eksperimente.

4.3.4. Kerr-ova ćelija

Ozračavanje slojeva providnih materijala laserskim zrakom (komora Kerr-ove ćelije) je jedan od suštinskih izazova u ovom eksperimentu. Pri tome treba uzeti u obzir različite koeficijenate prigušenja, prelamanja i odbijanja. Najviše truda je uloženo na smanjivanje neželjenih optičkih efekata zbog analogne prirode izmerenog signala. Koriste se visoko kvalitetni materijali, pažljiva obrada i postupak konstrukcije da bi se postigao najmanji signal šuma. Međutim, materijali visokog kvaliteta i pažljivo projektovanje nisu dovoljni da odstrane pomenuti problem.

Prvi pokušaj da se ovaj problem reši bio je da se koristi paralelna osa za oba polarizatora. Ovakav njihov raspored daje maksimalni optički signal na prijemniku kada nikakvo električno polje ne deluje na Kerr-ovu ćeliju. Dodatno, naponski impuls kvadratnog oblika dozvoljava lako razdvajanje neželjenih smetnji od signala koji stvara Kerr-ov efekat. Tačna vrednost promene optičkog signala koju uzrokuje efekat je zapravo razlika između referentnog optičkog signala kada nema napona na Kerr-ovoj ćeliji i vrednosti optičkog signala na vrhu naponskog impulsa. Izračunavanje razlike između referentnog i izmerenog optičkog signala pojednostavljuje činjenica da se ove vrednosti zapisuju na istom oscilogramu.

Drugi eksperimentalni izazov je da tomografija uvek zahteva višestruke uglove ozračavanja. Tipično, Kerr-ova ćelija ima četiri strane i različiti upadni uglovi laserskog snopa stvaraju nejednake uzorke prelamanja/odbijanja. Kao rešenje, obrtanje elektrodnog sistema se koristi umesto obrtanja izvora svetlosti i detektora. Treći izazov je da je Kerr-ova elektrooptička konstanta prilično mala za transformatorsko ulje, što znači da treba stvoriti jako električno polje.

Druga korist kratkog trajanja naponskog impulsa je da je probojni napon mnogo veći za impulse ispod mikrosekundne oblasti. Razlog je u tome da je vreme porasta impulsa mnogo manje od karakterističnog vremena razvoja elementarnih procesa karakterističnih za električno pražnjenje u ulju koja se približno nalazi u mikrosekundnoj oblasti [45], [43], [44]. I pored toga što se impulsi sa 600 ns koriste u svim eksperimentima, postoji mogućnost da se koriste impulsi kraćeg trajanja, na primer, 50 ns. Ovo bi moglo da bude krucijalno za relativno male elektrodne sisteme u kojima električno polje omogućava dovoljnu tačnost merenja bez pojave električnog proboja u transformatorskom ulju.

Neposredan pristup i merenja sa stvarnim tečnim dielektrikom odstranjuju diskutabilna tumačenja rezultata, pošto uticaj kratkotrajnih naponskih impulsa smanjuje Kerr-ovu konstantu u ulju u odnosu na nitrobenzol [46], [47]. Dodatna korist neposrednog pristupa je da transformatorsko ulje nije tako opasno kao nitrobenzol, koji je vrlo otrovna i eksplozivna tečnost.

Postoje dva elektrodna sistema koji se koriste:

1. simetrični, sa osnom simetrijom, koji se koristi za verifikaciju i kalibraciju i
2. asimetrični, za isptivanje tačnosti ove metode.

Na Slici 4.2 je prikazan potpuni eksperimentalni sklop koji se koristi da se izvrše neinvazivna merenja koja omogućavaju rekonstrukciju dvodimenzionalnog električnog polja u konkretnoj ravni.

4.3.5. Eksperimentalni postupak

Glavni ciljevi opisanih eksperimenata su da se postigne visoka ponovljivost merenja i da se svedu na minimum moguće greške koje se pripisuju mernom postupku.

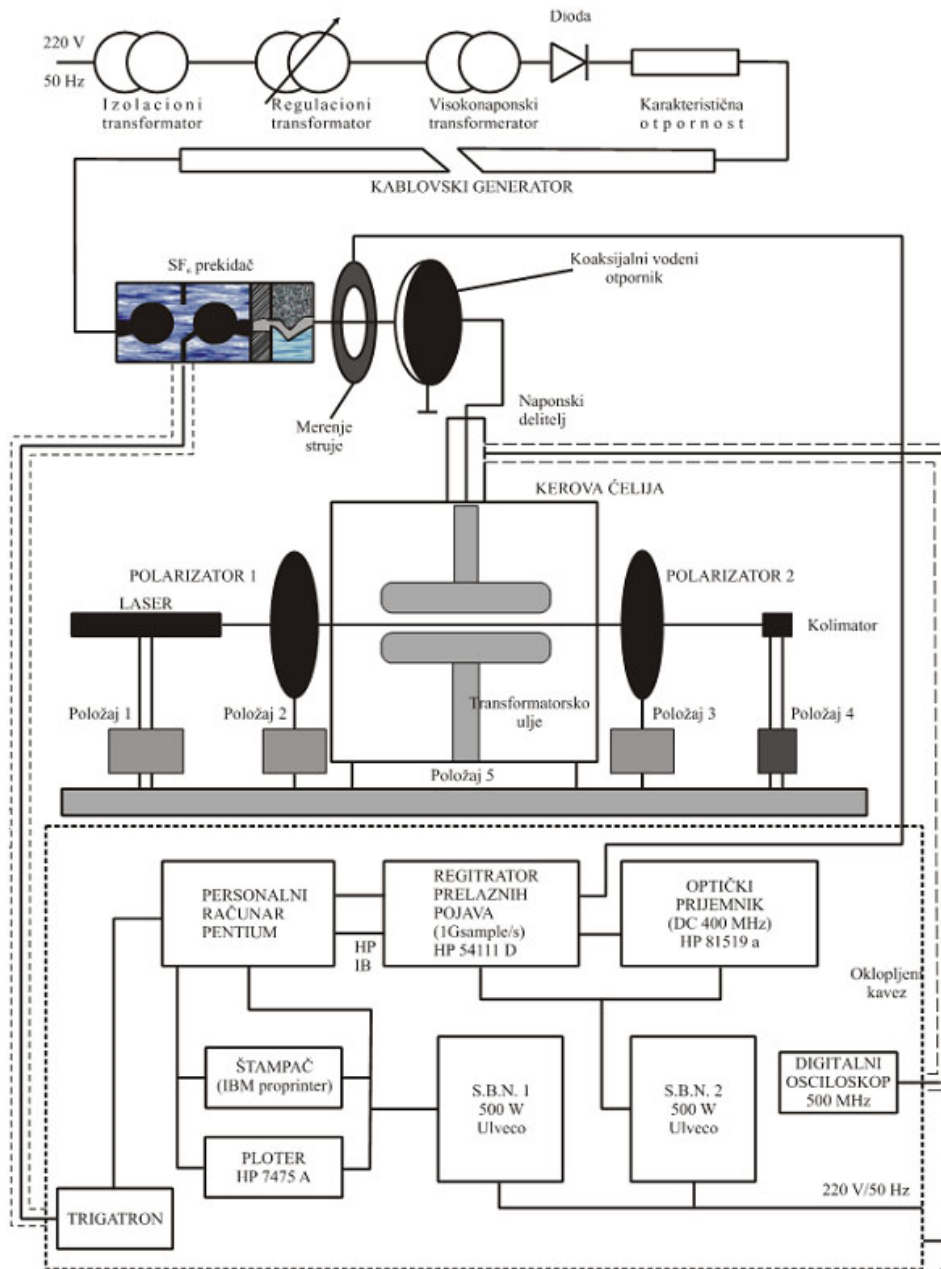
Eksperimentalni postupak se izvršava u dva koraka. Prvi korak se usredsređuje na ponovljivost u stvaranju FT, sa namerom određivanja njihovih stohastičkih osobina. Stohastička karakteristika FT može da unese mernu nesigurnost tipa B koja

može da umanja iskorišćenje metode. Za prvi korak se vrše sledeća merenja: 1. zapis FT koji stvara CG; 2. podešavanje parametara CG radi dobijanja visokog nivoa sličnosti između stvorenih i izračunatih FT oscilograma i 3. generisanje 50 impulsa za izračunavanje vrednosti amplitude i trajanja čela i začelja.

Petominutna pauza se primenjuje između uzastopnih eksperimenata. Vršiti se zapis i statistička obrada amplitude, trajanja impulsa, vremena čela i začelja. Statistička analiza se vrši u skladu sa χ^2 - testom i Kolmogorovim kriterijumom da bi se odredilo da li slučajna promenljiva pripada normalnoj, Vejblovoj ili logaritamskoj raspodeli. Izvođenje parametara raspodele se završava korišćenjem momentne metode, koja nalazi vrednosti centralnih momenata kao njihove objektivne procene na osnovi statističkog uzorka. Ako je pretpostavljena raspodela sa dva parametra (na primer, Gausova raspodela), određuje se samo matematičko očekivanje i moment drugog reda. Ako je raspodela sa tri parametra, određuje se moment trećeg reda (na primer, Vejblova raspodela) [48, 49 i 50].

Drugi deo eksperimenta je usmeren ka analizi i isključivanju mogućeg uticaja laserskog zraka na dielektričnu sredinu (ulje) i verifikaciji dovoljne tačnosti koncepta kompjuterizovane laserske tomografije. Ovaj deo eksperimenta bavi se sledećim zadacima:

1. Merenje Kerr-ove konstante transformatorskog ulja. Konstanta se dobija iterativnim mernim postupkom sa pretpostavkom da se amplituda FT povećava u koracima veličine 2 kV. Početna vrednost stvorenog impulsnog električnog polja je 30 kV/mm. Tokom eksperimenata, polarizatori se drže u dva karakteristična položaja – paralelnom i normalnom. Kerr-ova konstanta se može meriti sa znatnom tačnošću zato što samo jedna vrednost električnog polja stvara isti izlazni signal za paralelne i ukrštene polarizatore. Relativni optički signal na prijemu koji se dobija na ovaj način je prikazan na Slici 4.3. Može se videti da vrednost električnog polja od 53 kV/mm stvara isti optički signal za paralelni i normalni položaj osa uređaja. Opisani postupak daje Kerr-ovu konstantu sa velikom tačnošću, bez obzira na svoj iterativni karakter.



Slika 4.2. Veza svih uređaja i merne opreme koja se koristi u eksperimentu

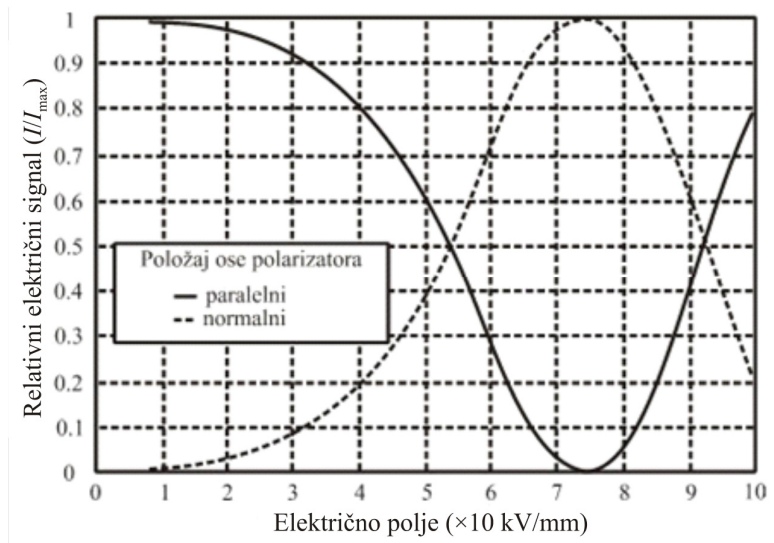
1. Prateća merenja dielektrične čvrstoće, ugla dielektričnih gubitaka i otpornosti transformatorskog ulja nakon 10, 20, 50 i 200 impulsa, sa namenom da se dokaže stabilnost opisanog eksperimentalnog metoda za osno simetrične sisteme elektroda.

2. U svakom tomografskom merenju je korišćeno 9 paralelnih laserskih snopova i 8 uglova ozračavanja, što za posledicu ima ukupan broj od 72 merenja.

MART algoritam koristi matricu sa 100×100 početnih podataka. Dimenzija 100×100 obično nije dovoljna za preciznu rekonstrukciju podataka i sukcesivno

uvećanje početne matrice sa trostrukim faktorom daje veću tačnost u odabranom delu prostora. Međutim, kod sofisticiranih sistema elektroda, interpolacija nije moguća i mora se koristiti veći broj paralelnih zraka i uglova posmatranja da bi se postigla prihvatljiva tačnost.

Predloženi metod merenja električnog polja postiže kombinovanu proširenu mernu nesigurnost od 5 % sa činiocem pokrivenosti 2 [51].



Slika 4.3. Relativni optički signal na prijemniku za paralelne i normalne položaje osa polarizatora

4.4. Kratak opis računarske simulacije

4.4.1. Način i mogućnost unosa podataka

Unos podataka u softverski paket se vrši preko geometrijski određenih parametara. Za različite elemente, geometrijski interfejs za korisnika se razlikuje u zavisnosti od parametara: početna i krajnja koordinata, odzivni napon i struja, odstojanje elektroda i učestanost. Postoji prozor koji omogućava unos geometrijskih podataka. Nakon unosa, podaci ulaze u proračun i prikazuju se u dvodimenzionalnom grafičkom prostoru, u kome će se kasnije naći i linije polja.

U već dati geometrijski raspored mogu se dodati geometrijski podaci, koji mogu biti iz drugih korisničkih programa. Program prepoznaje da li postoje podaci o proračunu za geometrijske podatke i unosi ih u program, ako su raspoloživi. To ne čini neposredno, već posredstvom geometrijskog rasporeda.

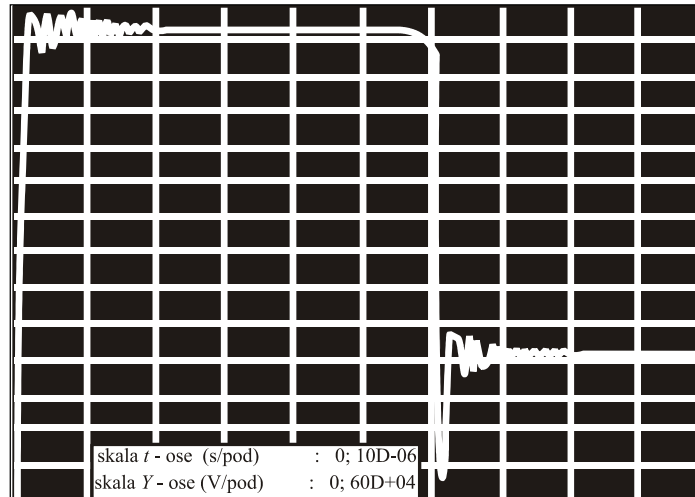
4.4.2. Postupak proračuna

U početnom delu grafičkog interfejsa se prikazuju zajednički ulazni parametri za upravljanje proračunom i njima se podešava segmentacija i polje proračuna. Zajednički parametri proračuna su segmenti po objektu i polje proračuna odnosno broj tačaka koje se proračunavaju. Dodatno postoji mogućnost da se rezultati proračuna prikažu u xy – ravni, xz – ravni, yz – ravni sa interaktivnim povećanjem prikaza i podsetnikom koja je ravan upravo izabrana. Ukoliko se izabere xy – ravan, ona se uobičajeno nalazi na visini $z = 1$ m. Pri promeni iz xy – ravni u xz – ili yz – ravan, ravan se okreće oko nulte tačke. Takođe, postoji mogućnost povećanja/smanjenja prikaza, fine i grube regulacije rastera, dvostrukog povećanja polja proračuna pri istoj širini rastera. Pretpostavke za izradu proračuna su učitani ili zadati unos geometrije. Proračun se pokreće na odgovarajućem meniju za električno, odnosno magnetsko polje. Sastavni deo proračuna je i njegova optimizacija, za koju je važno dobro poznavanje performansi programa i razumevanje postupka proračuna.

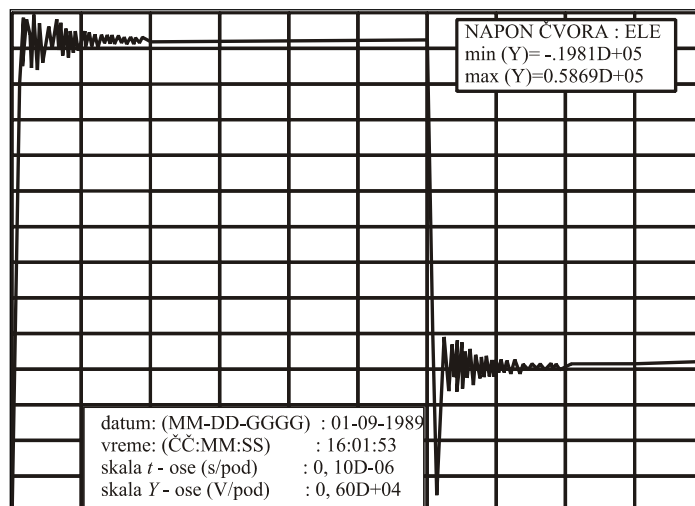
4.5. Rezultati i analize

Nije bilo primetnih promena važnih elektrooptičkih ili dielektričnih karakteristika transformatorskog ulja opaženih nakon 10, 20, 50, 100 i 200 uzastopnih pražnjenja bez proboja. Kerr-ova konstanta, probojni napon, činilac dielektričnih gubitaka ($\text{tg } \delta$) i aktivna otpornost su istovetni kao početna vrednost u svežem transformatorskom ulju. Izmerena vrednost Kerr-ove konstante za pojedinačno transformatorsko ulje je bila $1.8 \times 10^{-15} \text{ m/V}^2$, što pokazuje da je ova konstanta mala.

Standardni FT oscilogram je na Slici 4.4 (a). Odgovarajući FT proračunat EMTP - om je na Slici 4.4 (b). Poređenje Slika 4.4(a) i 4.4(b) daje jasan dokaz visokog nivoa identifikacije.



a)

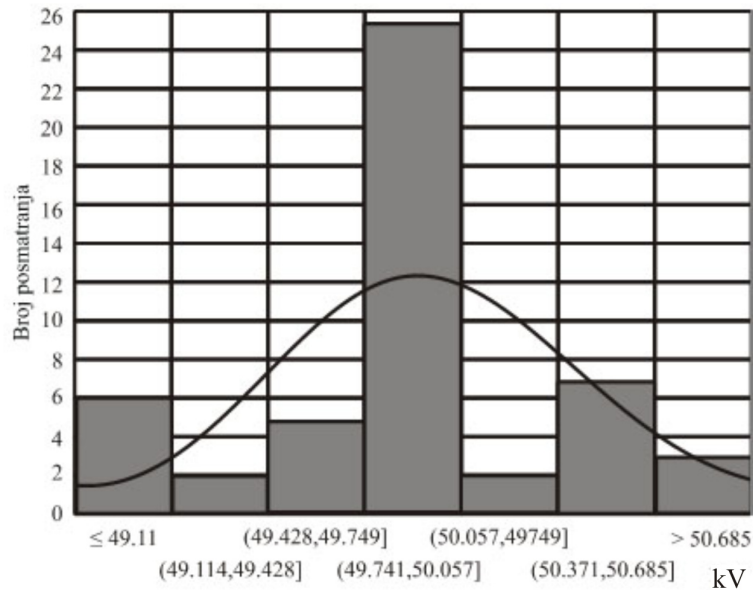


b)

Slika 4.4. a) Visokonaponski impuls kvadratnog oblika (FT) stvoren kablovskim generatorom; b) Visokonaponski impuls kvadratnog oblika (FT) izračunat upotrebom EMTP programa

Slika 4.5 prikazuje histogram slučajne promenljive “vremena opterećenja (tj. vremena od uspostavljanja platoa kvadratnog oblika impulsa do proboja) sa normalnom raspodelom. FT slučajnih promenljivih rastuće i opadajuće vreme se takođe pokoravaju normalnoj statističkoj raspodeli. Ove slučajne promenljive imaju manje statističko rasipanje u poređenju sa mernom nesigurnošću korišćene metode [52]. Trajanje FT je promenljiva određena samo kablovskom dužinom unutar CG [53]. FT impulsa koje stvara CG su stacionarni i deterministički do određenog opsega

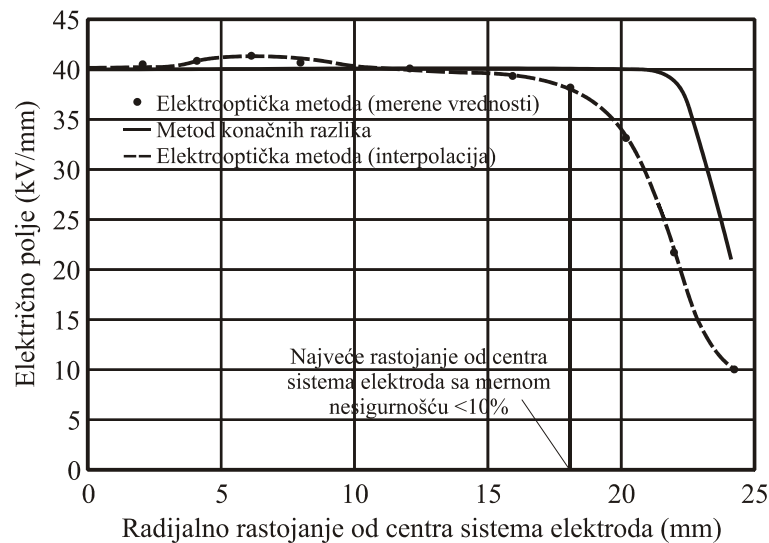
pošto parametri FT od značaja slede normalnu raspodelu i iskazuju najmanje statističko odstupanje.



Slika 4.5. Histogram sa odgovarajućom normalnom raspodelom vremena opterećenja

Dva grafika su prikazana na Slici 4.6. za odabrani osno simetrični sistem elektroda:

1. numerički izračunata vrednost električnog polja kao funkcija radijalnog rastojanja (FDM)
2. rekonstrusano električno polje dobijeno metodom laserske tomografije bez uvećanja matrice.



Slika 4.6. Jačina električnog polja u zavisnosti od rastojanja od centra elektrode: numerički metod koji koristi FDM; normalni eksperimentalni metod (neposredna

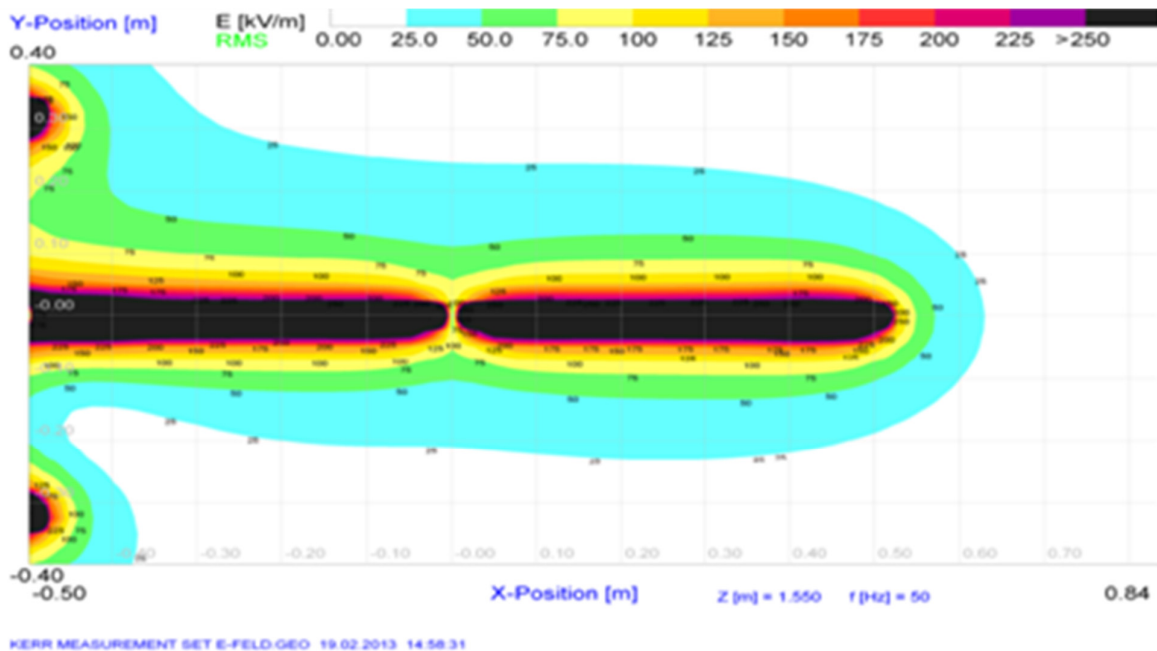
tomografska rekonstrukcija); prošireni eksperimentalni metod (neposredna tomografska rekonstrukcija)

Proračunata kriva FDM se konstruiše pod pretpostavkom da je referentna zato što je homogeno polje dobro poznato za ovaj sistem elektroda. Ova rekonstruisana eksperimentalna kriva pokazuje neka naslaganja uglavnom uzrokovana nedovoljnim brojem eksperimenata, što čini matricu rezultata prilično grubom. Ipak, Slika 4.6. pokazuje da će čak i ograničen broj eksperimenata dati tačnost električnog polja koja ima smisla u svim sistemima elektroda unutar odabrane ravni koja se posmatra.

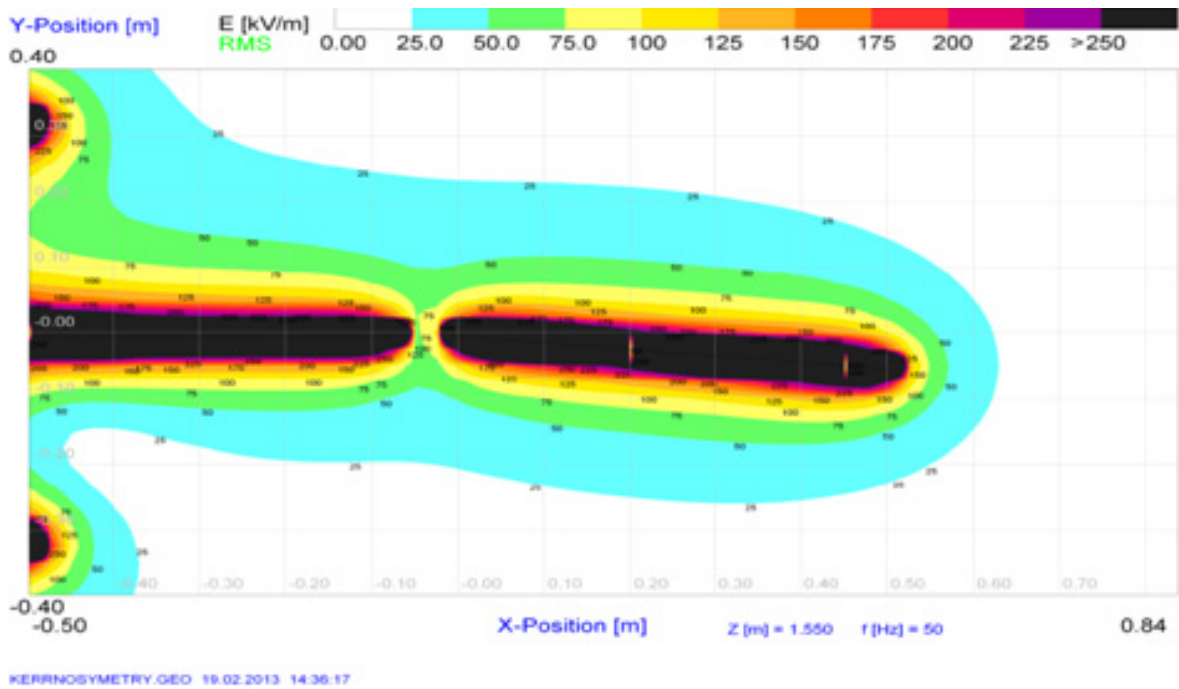
Na Slikama 4.7, 4.8, 4.9 i 4.10 su prikazani konturni crteži električnog i magnetnog polja u sistemu sa osnom simetrijom i sistemu bez simetrije.

Na Slikama 4.11 i 4.12 je prikazana raspodela električnog i polja dobijena simulacijom u EMTP

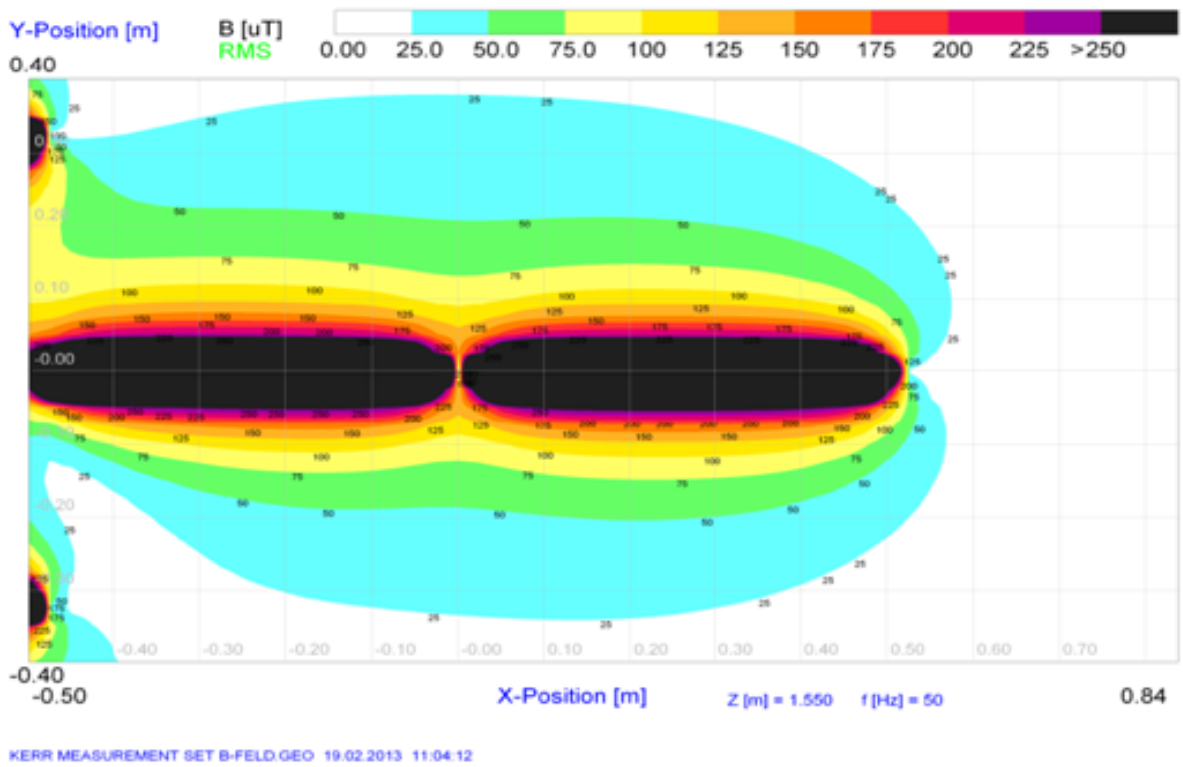
Na Slikama 4.13 i 4.14 statistička raspodela dobijena u samom programu.



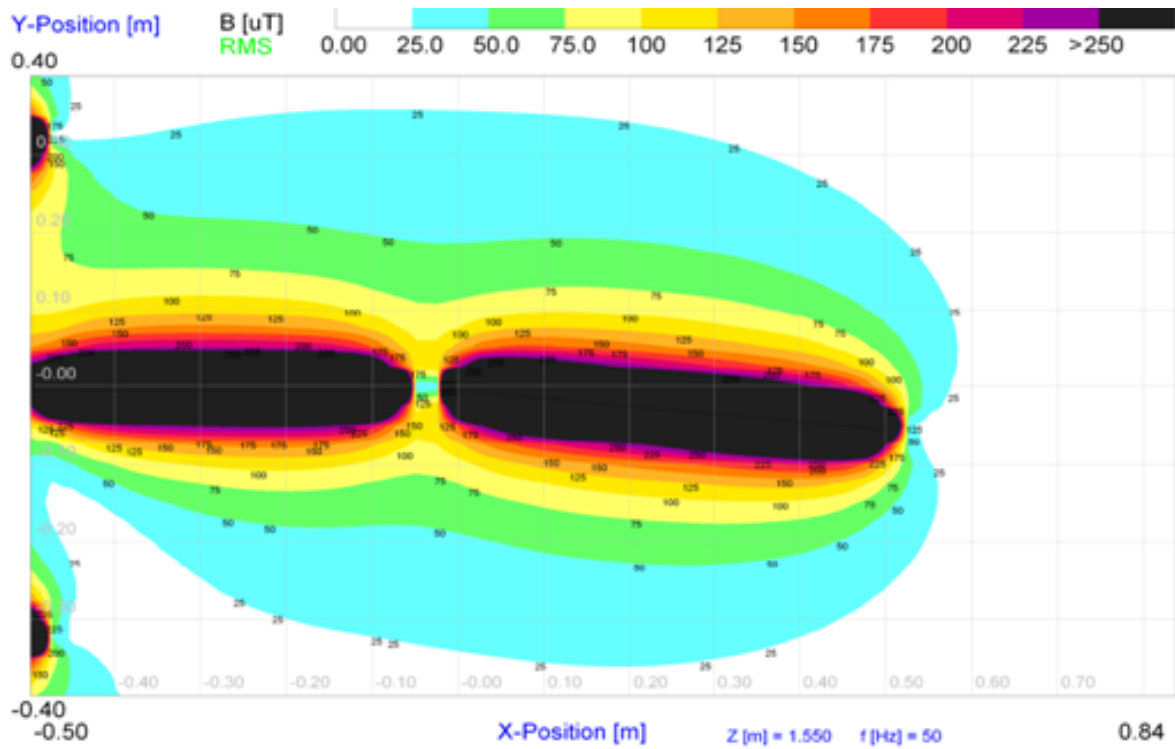
Slika 4.7. Konturni crtež rekonstruisanog električnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom



Slika 4.8. Konturni crtež rekonstruisanog električnog polja za sistem elektroda bez simetrije

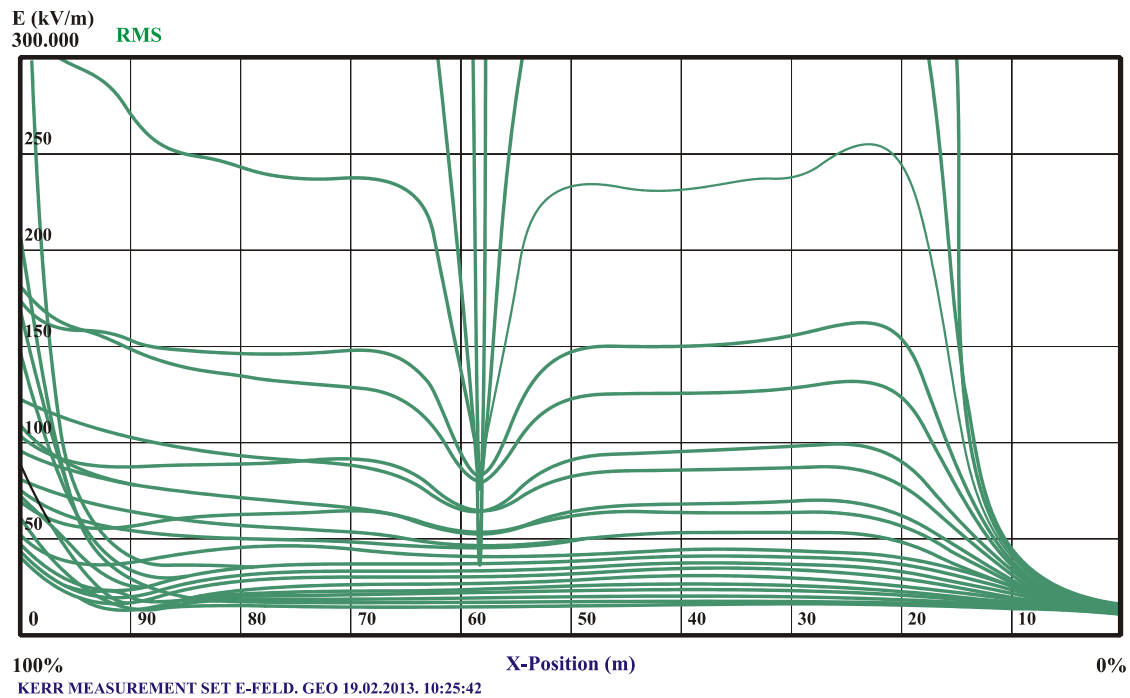


Slika 4.9. Konturni crtež rekonstruisanog magnetnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom

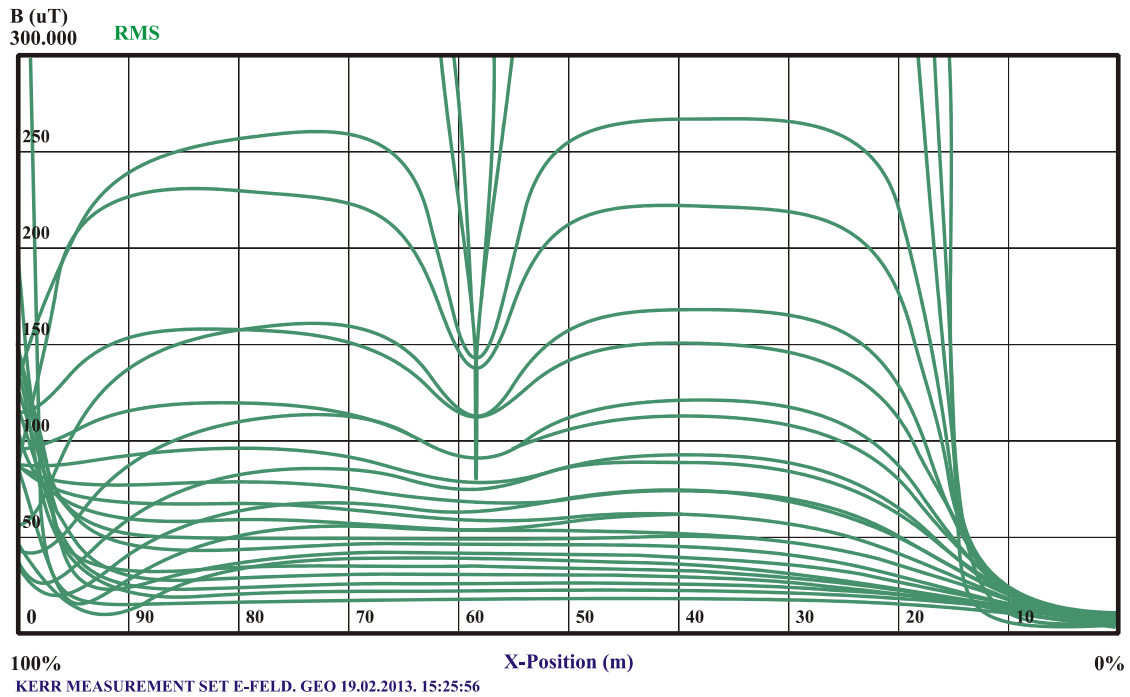


KERRNOSYMETRYBFELD.GEO 19.02.2013 14:37:54

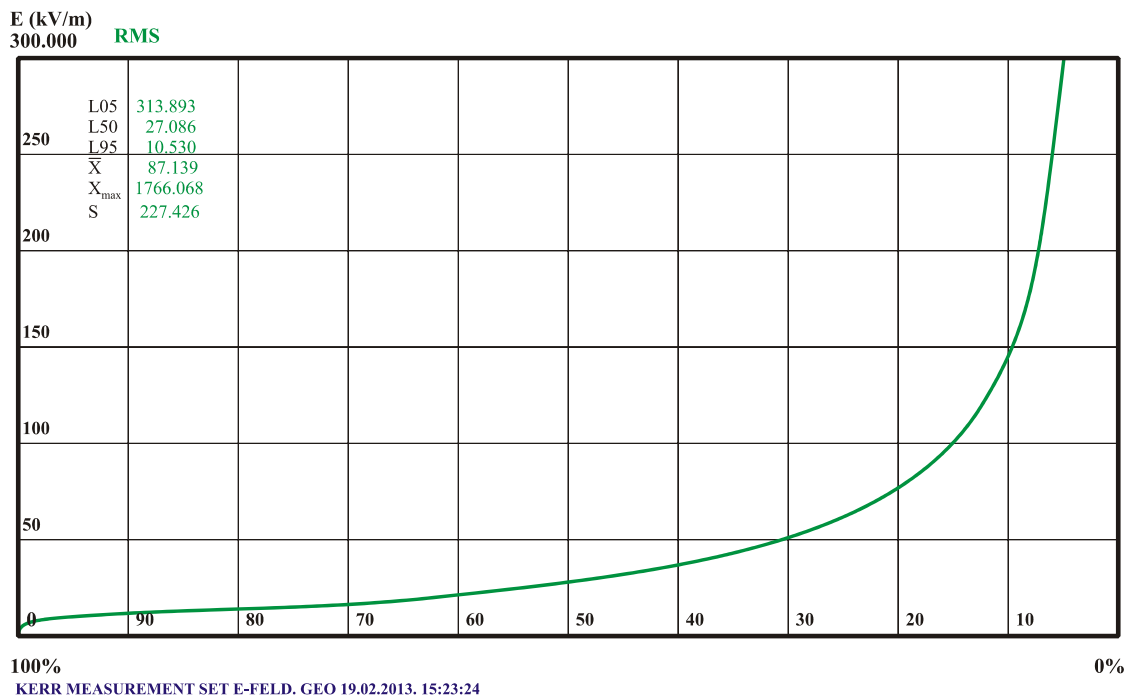
Slika 4.10. Konturni crtež rekonstruisanog električnog polja za sistem elektroda bez simetrije



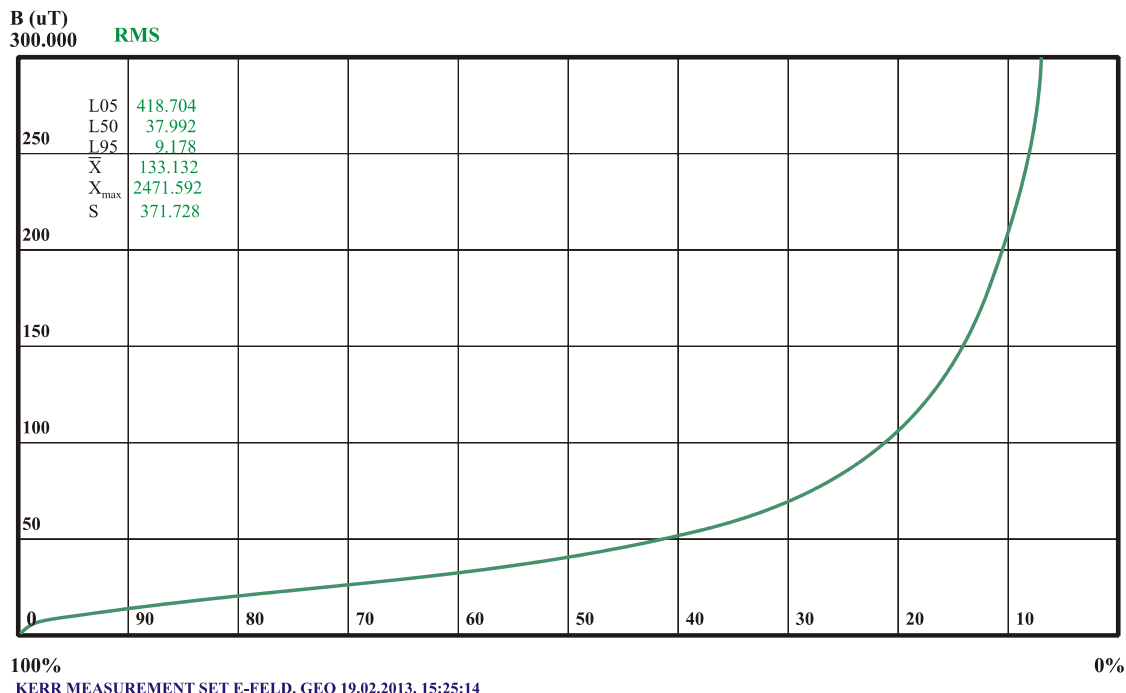
Slika 4.11. Raspodela rekonstruisanog električnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom po x – osi dobijena simulacijom EMTP



Slika 4.12. Raspodela rekonstruisanog magnetnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom po x – osi dobijena simulacijom EMTP



Slika 4.13. Statistička raspodela rekonstruisanog električnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom dobijena simulacijom EMTP



Slika 4.14. Statistička raspodela rekonstruisanog magnetnog polja za sistem elektroda sa osnom simetrijom dobijena simulacijom EMTP

4.6. Zaključak

Jedan od doprinosa ovog rada je uvođenje neinvazivnog eksperimentalnog prototipa sa primenom kompjuterizovane laserske tomografije za merenje vrlo visokih prelaznih napona u transformatorskom ulju koji je zasnovan na Kerr-ovom elektrooptičkom efektu. Dobija se relativno stabilan naponski impuls za merenje. Nivo izmerenog napona je u opsegu od 0 do 150 kV sa vremenima čela i začelja u nanosekundnoj oblasti, reda veličine od 600 ns naniže, gde se dobijaju zadovoljavajući rezultati. Kratka vremena čela/začelja su dovela do većeg probojnog napona transformatorskog ulja i povećanja radnog veka dielektrika. Nakon poređenja sa klasičnom i alternativnom metodom, MART se bira za rekonstrukciju električnog polja zbog najveće tačnosti i najbrže konvergencije. Korišćenje numeričkog metoda FDM tokom kalibracije je omogućilo pouzdanu osnovu za podešavanje ispitanog kola. Optimizacija bitnih parametara komore, kao što su CG i Kerr-ova ćelija, se omogućava poređenjem proračunskih i izmerenih vrednosti naponskih i strujnih impulsa. Napomenimo da ovo poređenje povećava tačnost eksperimentalnog prototipa. Predloženi metod za merenje električnog polja postiže kombinovanu mernu nesigurnost od 5 % sa činocem pokrivenosti 2. Dokazano je da je ovaj prototip u stanju da preuzme merenja veoma visokog napona u transformatorskom ulju sa vrlo kratkim vremenom čela/začelja sa zadovoljavajućom tačnošću, a to je ujedno i glavno dostignuće ovog rada.

5. RAZDELNICI NAPONA

Uloga razdelnika napona je da smanje vrednost visokonaponskog signala, tako da ona bezbedno može biti izmerena konvencionalnim voltmetrima ili specijalizovanim instrumentima kao što su osciloskopi ili digitalni registratori. Sa konstruktivne tačke gledišta razdelnici napona se izrađuju kao:

- kapacitivni razdelnici (pogodni za merenje naizmernih i komutacionih udarnih napona)
- omski razdelnici (pogodni za merenje jednosmernog i atmosferskog udarnog napona)
- kombinovani omsko-kapacitivni razdelnici (pogodni za merenje naizmernih napona, kao i atmosferskih i komutacionih udarnih napona)

Za merenje punih i odsečenih atmosferskih i komutacionih udarnih napona koriste se kombinovani omsko-kapacitivni razdelnici napona, kao što je razdelnik napona Haefly-hiptronics CR-3200-263 [54].

Svi razdelnici napona se sastoje iz visokonaponskog i niskonaponskog dela. Visokonaponski deo se u zavisnosti od odzivnog napona izrađuje iz jednog dela ili iz više redno povezanih sekcija. Na njegovom kraju i na spojevima sekcija nalaze se elektrode za oblikovanje polja. Na niskonaponskom delu nalazi se priključak za priključivanje mernog (koaksijalnog) kabla. Merni kabl može da ima više završetaka za različite prenosne odnose razdelnika. Uobičajeno je da se i visokonaponski i niskonaponski deo razdelnika postavljaju na isto postolje, koje može da bude stacionarno ili pokretno.

Kućište razdelnika napona se izrađuje u vidu cevi od staklenih vlakana. Kao izolacija koristi se transformatorsko ulje ili gas SF₆. Kondenzatori se izrađuju sa izolacijom od nauljene hartije ili sa čvrstom izolacijom. Ako se razdelnik koristi za spoljašnju upotrebu, kućište se izrađuje od polimera.



Slika 5.1. Omsko-kapacitivni razdelnik napona Haefly-hiptronics CR 3200-263

5.1. Merenje visokih udarnih napona pomoću razdelnika napona i osciloskopa

Ispitivanje izolacije električnih uređaja vrši se impulsima atmosferskih i komutacionih napona čije maksimalne vrednosti i vremenske karakteristike treba da budu izmerene sa visokim stepenom tačnosti. To obezbeđuje pouzdanost električne opreme.

S jedne strane, merni uređaj ne sme da pokazuje manji napon, da ne bi došlo do oštećenja izolacije, a sa druge strane ne treba vršiti ispitivanja sa višim naponima mernih uređaja, jer time ne bi bio ispunjen cilj ispitivanja. U procesu ispitivanja mogu da se pojave mnogi izvori smetnji, koji otežavaju ili onemogućavaju ostvarivanje propisane tačnosti merenja.

Za određivanje maksimalne vrednosti normiranog impulsa visokog napona koriste se merni uređaji koji obezbeđuju grešku merenja punih i sečenih impulsa koja nije veća od 1%. Merenja se vrše pomoću amplitudnog voltmetra ili osciloskopa. Ova druga opcija omogućuje da osim merenja maksimalne vrednosti budu utvrđene i promene ispitnog napona u vremenu, što omogućava da se u određenim slučajevima utvrdi da li je objekat oštećen u toku ispitivanja. Pri merenju maksimalnih vrednosti na čelu sečenih impulsa (takozvanih kosouglih impulsa visokog napona) u oba slučaja može doći do grešaka.

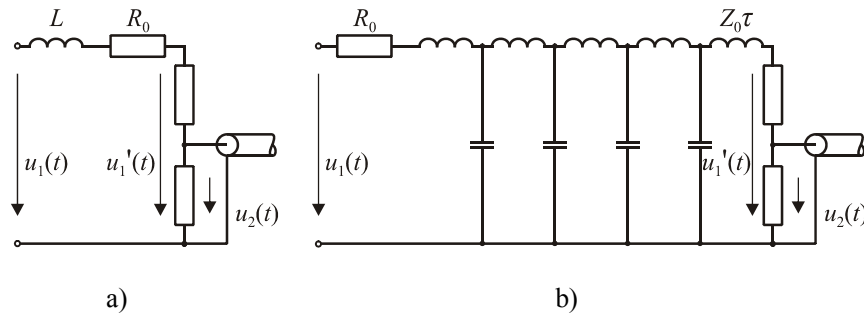
Zadatak merenja visokih udarnih napona postavlja se ne samo pri ispitivanju električne opreme, već i pri mnogim fizičkim eksperimentima. Pri tome je važno znati ne samo maksimalnu vrednost, već i tačan oblik impulsa koji ne sme da bude deformisan prolaskom kroz merno kolo. Pred razdelnik napona postavljaju se strogi zahtevi da bi se isključio njegov uticaj na izvor napona. Ovo je naročito potrebno pri merenju kosouglih impulsa nanosekundne dužine čela (na primer kod akceleratora, katodnih odvodnika i u mnogim drugim elektro-fizičkim uređajima). Ovi zahtevi su ostvareni tek uvođenjem novijih konstruktivnih rešenja.

Razdelnici napona koji se koriste za merenje udarnih napona moraju da imaju dobre prenosne karakteristike. Bez obzira na to, nije sigurno da će dobijena slika na ekranu osciloskopa u određenoj razmeri predstavljati mereni visoki napon. Uporedo sa razdelnikom napona dodatne greške mogu da izazovu provodnici i kablovi koji spajaju razdelnik sa osciloskopom [55,56,57].

5.2. Merna kola i njihove prenosne karakteristike

Za povezivanje razdelnika visokog napona sa izvorom napona koriste se visokonaponski kablovi. Pri ostvarivanju tih veza neophodno je voditi računa o potrebnim izolacionim rastojanjima. Pri visokim frekvencijama ne sme da bude zanemarena

induktivnost spojnih provodnika. U cilju eliminacije visokofrekventnih oscilacija razdelnik se često spaja na izvor napona preko prigušnog otpornika na čijoj se otpornosti javlja pad napona. Zbog toga napon na objektu, ili napon kojeg daje generator $u_1(t)$, može da se razlikuje od napona koji stiže do razdelnika $u_1'(t)$ (Slika 5.2 a).



Slika 5.2. Šema razdelnika napona sa priključnim provodnicima

- a) provodnik predstavljen svojom induktivnošću L i otpornošću R_0
- b) provodnik predstavljen kao vod sa raspodeljenim parametrima

Pri veoma velikim brzinama promene napona, vod koji povezuje razdelnik sa izvorom napona treba posmatrati kao vod sa raspodeljenim parametrima i karakterističnom impedansom i vremenom prolaska talasa τ (Slika 5.2b). Matematička osnova za proračun induktivnosti pravougaone petlje koja može da se primeni kod impulsnog generatora data je u [31]. Veliki broj nerešenih problema povezan je sa ograničenom primenom teorije prelaznih procesa u kolima. Poprečne dimenzije i dužina sistema provodnika treba da budu manje od četvrtine talasne dužine talasa, to je uslov koji često nije ispunjen. Ne mogu tačno da budu zadate jačina električnog i magnetskog polja kada se talasi polja prostiru u obliku sfernih talasa, a dužina provodnika je relativno mala, zbog toga što bi se obrazovao vrh talasa, u krajnjem slučaju u prostoru između provodnika. Mnogi radovi se bave pitanjem određivanja napona i struja neposredno iz prostorno i vremenski promenljivog elektromagnetnog polja koje je dobijeno korišćenjem pobude u vidu odskočne funkcije [58,59].

Na strani niskog napona priključni provodnici treba da budu što kraći ili da uopšte ne postoje, što se postiže prostornim rasporedom celog uređaja, pri čemu treba obezbediti da predajne karakteristike razdelnika ne zavise od okolnih uređaja.

Za povezivanje generatora sa razdelnikom i ispitivanim objektom na strani uzemljenja koriste se široke trake od bakra ili mesinga [60, 61]. Pri merenjima u elektrofizičkim aparatima u nanosekundnoj oblasti često je potrebno koristiti koaksijalne veze.

U daljim razmatranjima razdelnik napona zajedno sa njegovim spojnim provodnicima biće posmatran kao četvoropol [62,63], čiji je ulazni napon $u_1(t)$ priključen između spojnog provodnika i zemlje, a izlazni napon $u_2(t)$ se dobija na izvodima razdelnika. Povratno dejstvo razdelnika na izvor napona neće biti uzimano u obzir zato što se on često zajedno sa generatorom koristi za formiranje impulsa. Smatraće se da je poznat napon koji je priključen na objekat.

Prenosne karakteristike sistema za merenje udarnih napona mogu da se odrede eksperimentalno ili računskim putem metodom analize sistema. Eksperimentalno određivanje vrši se korišćenjem visokih frekvencija i relativno niskih napona. Pri uopštavanju dobijenih rezultata pretpostavlja se da se pri daljem radu uređaja na visokom naponu zadržava stroga linearnost karakteristika elemenata mernog sistema. Međutim, to u mnogim slučajevima nije tako. Na primer, može da se javi korona, parcijalno pražnjenje koje zavisi od vrednosti priključenog napona, kao i termički efekti, što sve u manjoj ili većoj meri izaziva nelinearnost karakteristika elemenata pojedinih uređaja. Izbor materijala sa malim temperaturnim koeficijentom i odgovarajuća konstrukcija visokonaponskog dela uređaja obezbeđuje odsustvo varničenja pri nazivnom naponu, čime ovaj problem nije više dominantan.

Pri razmatranju prenosnih karakteristika pretpostavlja se da izobličenje posmatranog impulsa u odnosu na idealni impuls prouzrokuju razdelnik i njegovi spojni provodnici, a ne struje u omotaču kabla ili druge smetnje.

5.3. Određivanje prenosnih karakteristika merenjem frekvencijskih karakteristika

Prenosne karakteristike linearnog sistema se često određuju u stacionarnom stanju. Najpre se na ulaz sistema dovodi sinusni napon $u_1(t) = U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ i određuje se amplituda i faza izlaznog napona u stacionarnom režimu $u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$.

Odnos kompleksne amplitude $u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ izlaznog napona $u_2(t)$ i kompleksne amplitude $u_1(t) = U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ ulaznog napona $u_1(t)$ naziva se prenosni koeficijent sistema $A(j\omega)$:

$$A(j\omega) = U_2/U_1 = A \exp[j(\varphi_2 - \varphi_1)] \quad (5.1)$$

Apsolutna vrednost prenosnog koeficijenta $|A(j\omega)| = A(\omega)$ naziva se amplitudnom karakteristikom, a $\varphi(\omega) = \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega) = \arg A(j\omega)$ faznom karakteristikom sistema.

Prenosni koeficijent predstavlja odnos kompleksnih trenutnih vrednosti izlaznog i ulaznog napona ili odnos kompleksnih amplituda, jer se u brojiocu i imeniocu nalazi član koji se skraćuje ($\exp(j\omega t)$):

$$A(j\omega) = \frac{U_2 \exp(j\varphi_2) \exp(j\omega t)}{U_1 \exp(j\varphi_1) \exp(j\omega t)} = \frac{U_2}{U_1} \quad (5.2)$$

Veličina koja je recipročna amplitudnoj karakteristici razdelnika napona i naponskih transformatora često se označava kao koeficijent deljenja ili prenosni odnos:

$$1/A(\omega) = K(\omega) \quad (5.3)$$

Korišćenje ovog pojma za koji je obično vezan brojni odnos (na primer 1000:1) moguće je samo pri određenoj frekvenciji, kada se govori o odnosu dva promenljiva napona sa istom frekvencijom ili dva jednosmerna napona ($f = 0$). On se može koristiti i u opsegu frekvencije ako prenosni koeficijent ili ne zavisi od frekvencije (npr. čisto omski razdelnik), ili ne zavisi od frekvencije u oblasti u kojoj se nalaze spektralne komponente merenog signala [64,65].

Prenosni odnos mernog uređaja u najširem dijapazonu frekvencije naziva se *nazivnim* prenosnim odnosom. Ako taj dijapazon počinje sa $f = 0$, onda se radi o prenosnom odnosu jednosmernog napona K_0 . Ako je poznat prenosni odnos sistema za sinusoidalni napon, tada se pomoću Furijeovih integrala može odrediti izlazni napon $u_2(t)$ sistema za nesinusoidalne i neperiodične signale na ulazu $u_1(t)$.

Najpre se ulazni napon $u_1(t)$ razlaže na harmonike korišćenjem Furijeovog integrala:

$$F(j\omega) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} u_1(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (5.4)$$

Pri tome je promenljiva integracije označena sa τ , da bi se razlikovala od t . Proizvod spektralne funkcije $F_1(j\omega)$ ulaznog napona $u_1(t)$ sa prenosnim koeficijentom sistema $A(j\omega)$ daje spektralnu funkciju $F_2(j\omega)$ izlaznog napona $u_2(t)$:

$$F_2(j\omega) = A(j\omega)F_1(j\omega) \quad (5.5)$$

Tražena vremenska zavisnost izlaznog napona $u_2(t)$ dobija se inverznom transformacijom spektralne funkcije u vremenski domen:

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\omega} F_2(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\omega} A(j\omega)F_1(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (5.6)$$

Rešenje se dobija računanjem Furijeovog integrala u diskretnom obliku, pri čemu se krajnji rezultat dobija pomoću takozvane brze Furijeove transformacije.

U okvirima teorijske analize prenosni odnos dobija široko značenje. Ako se $j\omega$ zameni kompleksnom promenljivom $p = \delta + j\omega$, može da se dobije operatorski prenosni koeficijent $A(p)$, kao odnos Laplasovih transformacija ulaznog i izlaznog napona pri svakoj nesinusoidalnoj pobudi:

$$A(p) = \frac{L\{u_2(t)\}}{L\{u_1(t)\}} = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} \quad (5.7)$$

Kada su elementi sistema linearni, $A(p)$ se može odrediti metodom kompleksnih promenljivih koja se uobičajeno koristi za rešavanje kola naizmenične struje.

Eksperimentalno određivanje fazne karakteristike prati problem velike razlike ulaznog i izlaznog napona. Ipak, u većini slučajeva nije potrebno merenje tih karakteristika. Šeme sa razdelnicima napona predstavljaju sisteme sa minimalnom fazom, gde su slabljenje i faza jednoznačno povezani.

U praksi proračun faznih karakteristika vrši se grafičkim metodama korišćenjem *Bodeovog* integrala [66,67]. Ipak, određivanje fazne karakteristike pri prigušenju daje tačan rezultat samo ako šema sa razdelnikom napona predstavlja sistem sa minimalnom fazom. To znači da je faza sistema minimalna u poređenju sa svim drugim sistemima koji imaju isti opseg amplitudskih karakteristika. Iz šeme razdelnika sa spojnim provodnicima određuje se operatorski koeficijent prenosa u obliku racionalne funkcije odnosa sa realnim koeficijentima:

$$A(p) = \frac{Z(p)}{N(p)} \quad (5.8)$$

Operatorski prenosni koeficijent $A(p)$ opisuje šemu sa koncentrisanim linearnim elementima, ako $N(p)$ predstavlja realni deo korena $N(p)$ raspoređen u levom delu p poluravni, pri čemu je obezbeđeno da stepen polinoma imenioca nije veći od stepena polinoma brojioca. Da bi $A(p)$ bila sistemska funkcija kola sa minimalnom fazom, koreni brojioca treba da leže u predelu leve poluravni ili na njenom kraju.

5.4. Određivanje prenosnih karakteristika merenjem odziva na pravougaoni impuls

Određivanje prenosnih karakteristika linearnog sistema jednostrukim ili višestrukim naponskim opterećivanjem koristi se umesto snimanja frekvencijskih karakteristika u mnogim oblastima. Ako se na kolo priključi jednosmerni napon U_0 u trenutku $t = 0$, napon na ulazu se može predstaviti kao:

$$u_1(t) = U_0 \sigma(t) \quad (5.9)$$

gde je $\sigma(t)$ - jedinični napon, pri čemu je:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{pri } t < 0 \\ 1 & \text{pri } t > 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

Ulazni napon prouzrokuje na izlazu pojavu napona $u_2(t)$ koji se naziva odzivom na pravougaoni impuls. Ako se odziv podeli naponom U_0 dobija se bezdimenziona funkcija, ili odziv na jedinični pravougaoni impuls:

$$h(t) = u_2(t)/U_0 \quad (5.11)$$

Odziv ne zavisi od vrednosti ulaznog napona. Pri razmatranju prenosnih karakteristika razdelnika impulsnih napona pokazuje se korisnim uvođenje koeficijenta deljenja jednosmernog napona $K_0 = U_0/U_2$ i određivanje reakcije na jedinični pravougaoni impuls uz uzimanje u obzir koeficijenta:

$$g(t) = h(t)K_0 = u_2(t)K_0/U_0 \quad (5.12)$$

Često se $h(t)$ naziva prelaznom funkcijom ili vremenskom karakteristikom sistema. Vremenska karakteristika $h(t)$ i karakteristika $A(p)$ povezane su međusobno jednačinom:

$$A(p) = pL\{h(t)\} \quad (5.13)$$

$$A(p) = h(+0) + \int_0^{\infty} h'(\tau) \exp(-p\tau) d\tau + L\{h'(t)\} \quad (5.14)$$

Ako se $h(t)$ predstavi u prosto analitičkoj formi, može se lako odrediti pomoću Laplasove transformacije napon na izlazu razdelnika $u_2(t)$ pri bilo kom analitički opisanom ulaznom naponu $u_1(t)$. Izračunavajući prema Laplasovim transformacijama ulazni napon i reakciju, dobija se izlazni napon:

$$U_2(p) = U_1(p)A(p) = U_1(p)pL\{h(t)\} \quad (5.15)$$

Izlazni napon u vremenskom domenu $u_2(t)$ dobija se inverznom transformacijom prvog dela date jednačine prema pravilima:

$$U_2(t) = L^{-1}\{U_2(p)\} \quad (5.16)$$

U mnogim slučajevima $h(t)$ nije predstavljeno u analitičkom obliku već u grafičkom (u vidu oscilograma), pri čemu izlazni napon $U_2(t)$ može da se odredi pomoću Diamelovog (Duhamel) integrala kao reakcija na ulazni signal $U_1(t)$ bilo kog oblika:

$$u_2(t) = U_1(+0)h(t) + \int_{\tau=-\infty}^{\tau=t} u_1'(t-\tau)h(\tau)d\tau \quad (5.17)$$

$$u_2(t) = u_1(t)h(+0) + \int_{\tau=0}^{\tau=t} u_1(t-\tau)h'(\tau)d\tau \quad (5.18)$$

Integral se rešava korišćenjem grafičkih ili računskih metoda.

5.5. Impulsni generatori u zamenskim šemama za merenje odziva na pravougaoni impuls

Za merenje ranije razmatranog odziva na pravougaoni impuls neophodni su impulsi napona:

$$u_1(t) = U_0\sigma(t) \quad (5.19)$$

gde je:

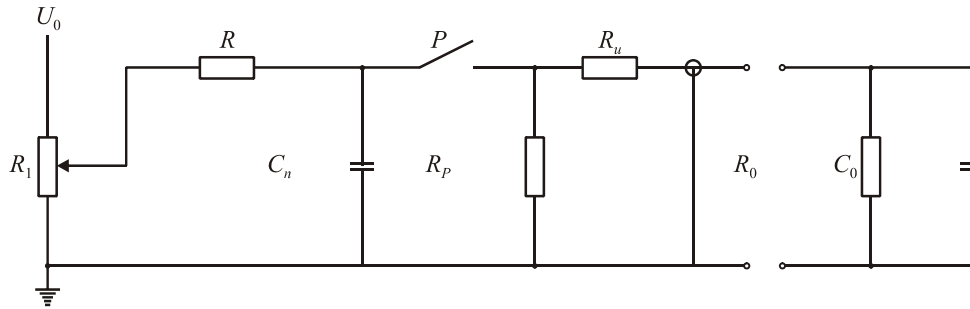
$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{pri } t < 0 \\ 1 & \text{pri } t > 0 \end{cases} \quad (5.20)$$

Pošto nas interesuju prenosne karakteristike razdelnika u oblasti visokih frekvencija (izuzetak predstavljaju kapacitivni razdelnici), primenjuju se skoro uvek periodični pravougaoni impulsi zbog jednostavnog dobijanja i rada sa njima. Dužina impulsa treba da bude takva da se unutar trajanja impulsa okonča prelazna pojava i odziv dostigne stacionarnu vrednost. Fizički je nemoguće dobiti skok napona sa beskonačnom strminom. Ipak, smatra se dovoljnim da je dužina čela znatno kraća od vremenske konstante ispitivanog sistema. Ako se sistemu sa sopstvenim vremenom porasta odziva na pravougaoni impuls T_{a2} dovede naponski impuls sa vremenom porasta T_{a1} , tada se uz navedene uslove, vreme porasta izlaznog impulsa izračunava po formuli:

$$T_a = 2,2R_u C_0 \quad T_a = 2,2R_u C_0 \quad (5.21)$$

Za odnos $T_{a1}/T_{a2} = 1/5$, izmereno T_{a3} razlikuje se za 0,02 od vremena koje bi bilo izmereno pri idealnom porastu ulaznog napona. Odstupanje od 2% u okvirima potrebne tačnosti merenja je zanemarljivo malo. Zbog toga merni signal ima dovoljnu strminu ako je vreme njegovog porasta približno 5 puta manje od izmerenog vremena porasta odziva na pravougaoni impuls.

Na Slici 5.3 prikazana je principijelna šema generatora naponskih impulsa sa vremenom porasta od približno 10^{-9} s, maksimalne vrednosti 100 V.

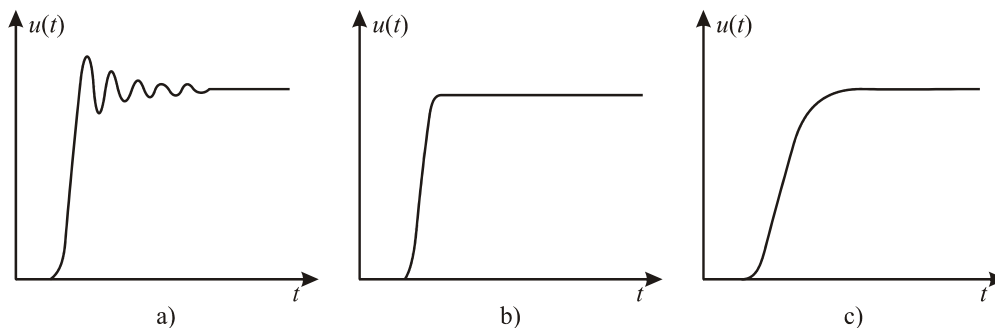


Slika 5.3. Generator ispitnih pravougaonih impulsa

Prednost ove šeme je to što pri brzim procesima generator ima konačnu unutrašnju otpornost R_i , pošto je pri visokim frekvencijama otpornost $1/\omega C_n$ kondenzatora C_n zanemarljivo mala u poređenju sa R_i . Ovo je posebno važno ako se zanemare talasni procesi u objektu i spojnim provodnicima. Pri usaglašenom spojnom kablu $Z_c = R_i$ maksimalna vrednost impulsa se smanjuje dva puta, što daje još jednu prednost, a to je da se unutrašnja otpornost izvora napona na strani ispitivanog objekta dva puta smanjuje, pa je zato generator manje osetljiv na kapacitivna opterećenja [68,69,70].

Kondenzator C_n se puni i iz izvora jednosmernog napona proizvoljnog polariteta preko potenciometra R_1 i rednog otpornika R . Pri spajanju kontakata releja P koji se napaja periodičnim naizmeničnim naponom kondenzator se prazni preko unutrašnje otpornosti R_u i otpornosti pražnjenja R_p i opterećenja Z_0 , sastavljenog od otpornosti R_0 i kapacitivnosti C_0 . Ako je ispitivani razdelnik priključen neposredno na generator, treba odabrati malu vrednost otpornosti R_u da se pri priključenju opterećenja ne bi menjao oblik izlaznog napona. Ipak, otpornost treba da ostane dovoljno velika da bi se obezbedila aperiodična struja u konturi sa redno spojenim C_n , C_0 i induktivnošću spojnih provodnika.

Pri merenju odziva na pravougaoni impuls u tehnici visokih napona, R_1 treba da bude jednako nuli, a neophodno prigušenje u spojnoj konturi razdelnika obezbeđuje se specijalno priključenim otpornikom.



Slika 5.4. Izlazni napon generatora u zavisnosti od otpornosti opterećenja: a) nedovoljna otpornost prigušenja; b) optimalno prigušenje; c) prevelika vrednost prigušenja

Ako je unutrašnja otpornost mala, napon ima oscilatorni oblik (Slika 5.4.a.) Pri velikim unutrašnjim otpornostima dolazi do smanjivanja strmine vrha impulsa (Slika 5.4b.) Smanjivanje strmine vrha impulsa može se proračunati pri malim kapacitivnostima prema vremenu porasta T_a kola RC:

$$T_a = 2,2R_u C_0 \quad (5.22)$$

Da bi se dobila mala vrednost unutrašnje otpornosti generatora, neophodno je smanjiti do minimuma induktivnost konture pražnjenja kondenzatora C_n . To se postiže korišćenjem kondenzatora kapacitivnosti C_n sa malom induktivnošću koji je napravljen od nekoliko paralelno priključenih pločastih kondenzatora, po mogućnosti sa koaksijalnim izvođenjem celog uređaja [71,72].

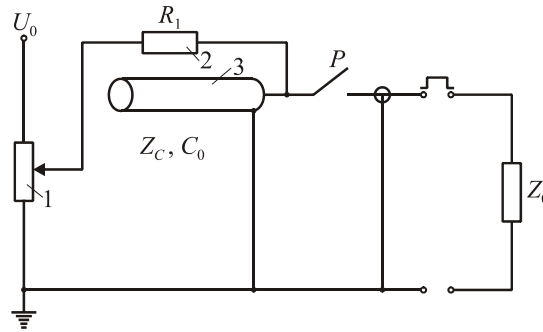
Pri postojanju opterećenja Z_0 i otpornosti pražnjenja ne dobijaju se idealni pravougaoni impulsi. Posle releja, ako se zanemari uticaj izvora napona punjenja, na izlazu se dobija napon:

$$u(t) = U_0 \exp(-t/R_p C_0) \quad (5.23)$$

U zavisnosti od opterećenja i otpornosti pražnjenja dobija se niz impulsa sa različitim strminama. Odziv na pravougaoni impuls dostiže svoju stacionarnu vrednost pre nego što se izlazni napon smanji za deo procenta.

Pri analizi šeme sa priključenim opterećenjem Z_0 može se utvrditi njena identičnost sa korišćenim kolima za pražnjenje generatora udarnih napona. Kapacitivnost C_n odgovara udarnoj kapacitivnosti, unutrašnjoj prigušenoj otpornosti, relej iskrištu a R_p , R_u i C_0 - radnoj otpornosti i opterećenju jednostepenog generatora udarnih napona. Pravougaoni impuls bez pada napona može da se dobije prema šemi sa Slike 5.5. Kondenzator C_0 je zamenjen koaksijalnim kablom.

Generator stvara impuls bez refleksija ako je otpornost opterećenja jednaka karakterističnoj otpornosti kabla. Kada se otpornost opterećenja razlikuje od karakteristične otpornosti, postaju primetne refleksije kašnjenja, jednake dvostrukom vremenu prostiranja talasa kroz kabl, što u ovom slučaju nije bitno. Posle releja na izlazu generatora se stvara pravougaoni naponski impuls maksimalne vrednosti $U_0/2$ čije je trajanje jednako dvostrukom vremenu prostiranja talasa kroz kabl. Regulisanje trajanja dužine impulsa može se postići korišćenjem kablova različitih dužina.

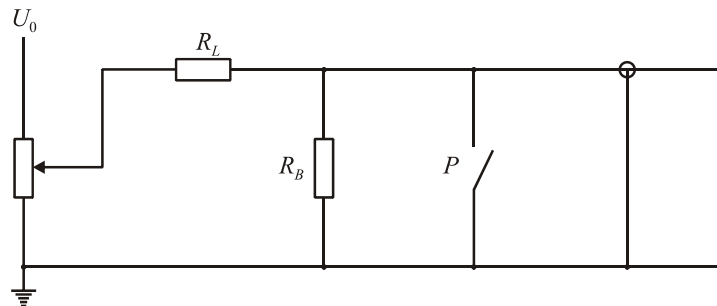


Slika 5.5. Generator impulsa 500V sa vremenom porasta impulsa $T_a < 1\text{ns}$

1. potencijetar za regulisanje izlaznog napona;
2. otpornik za punjenje;
3. napunjeni kabl

Napunjen kabl deluje na isti način kao i izvor napona unutrašnje otpornosti Z_c . Pri zatvaranju kontakata releja taj izvor se opterećuje otpornošću Z_c , pa se zato napon na izlazu generatora smanjuje na dva puta manju vrednost. Odgovarajući generatori izrađuju se takođe i za visoke napone.

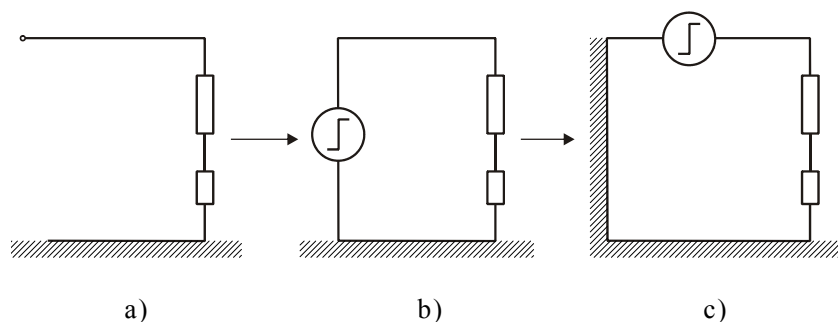
Kod ispitivanih objekata sa velikom otpornošću (razdelnici napona su obično takvi objekti), takođe je moguće koristiti šemu prikazanu na Slici 5.6.



Slika 5.6. Šema za merenje odziva na pravougaoni impuls pomoću visokoomskog razdelnika

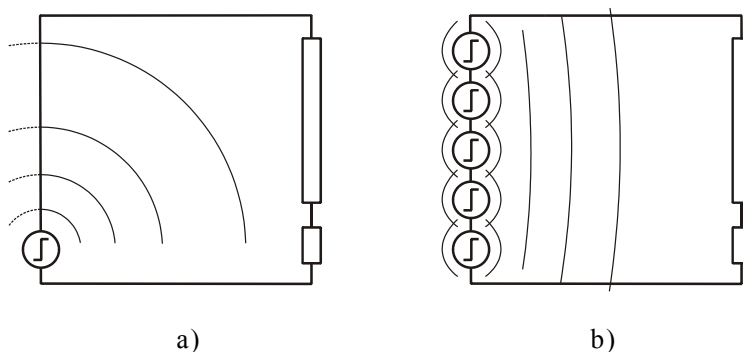
Pravougaoni naponski impuls stvara se posle komutatora P velike otpornosti R_B koji se nalazi pod jednosmernim naponom (živin komutator). Pri merenju odziva na pravougaoni impuls mernih kontura visokog napona velikih dimenzija obično se koriste modifikovane šeme, gde se generator pravougaonih impulsa nalazi u vertikalnom provodniku (Slika 5.7).

Posle se može preći na odziv nemodifikovane (realne) šeme.



Slika 5.7. Modifikacija mernog sistema visokog napona za merenje odziva na pravougaoni impuls pomoću običnog generatora pravougaonih impulsa

Većinu poteškoća, povezanih sa modifikacijom, moguće je izbeći korišćenjem kaskadnog generatora pravougaonih impulsa koji je raspodeljen po visini (Slika 5.8).

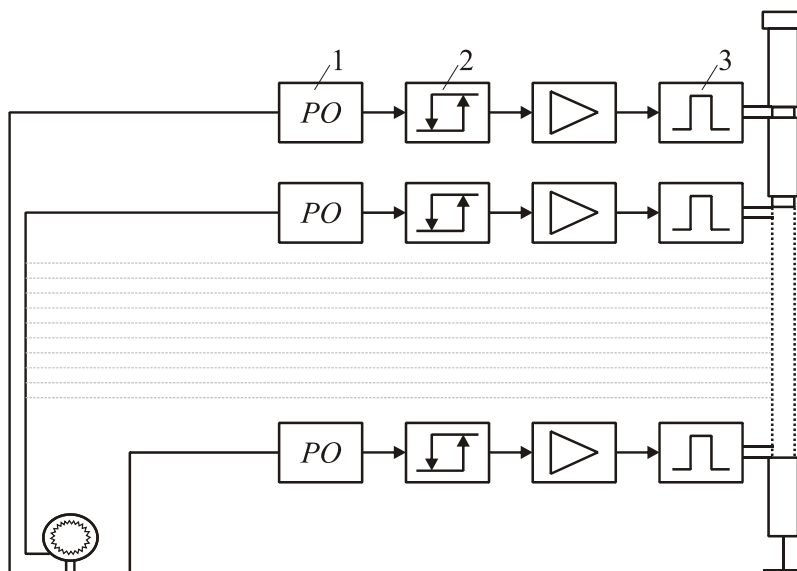


Slika 5.8. Merenje odziva na pravougaoni impuls sistema sa kaskadnim generatorom pravougaonih impulsa

Dok se kod običnog generatora pravougaonih impulsa signal prostire po provodnicima i u vidu zračenja u različitim trenucima vremena stiže do ispitivanog razdelnika, kod kaskadnog generatora obe komponente nastupaju istovremeno. Zanemarujući ivične efekte, sferni talasi zasebnih izvora obrazuju cilindrični talas.

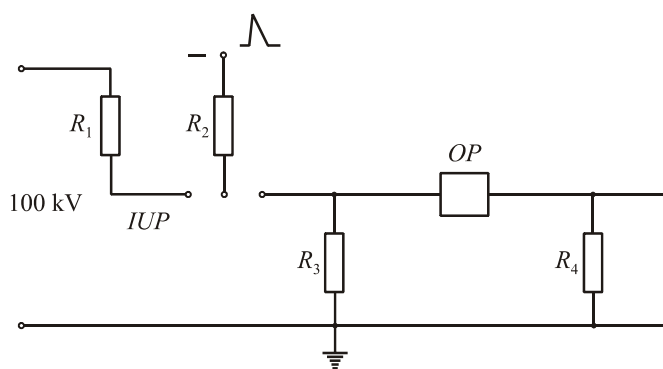
Mogući su problemi pri primeni običnog generatora. Dobra usaglašenost eksperimentalno određenog odziva sa proračunatom vrednošću nije neočekivana, zato što korišćenje generatora sa kaskadnim izvorima jeste preduslov za primenu teorije prelaznih procesa sa potpunim uzimanjem u obzir pojava elektromagnetskih polja.

Generator sa raspodeljenim parametrima predstavlja izolacioni cilindar u koji je postavljeno nekoliko redno spojenih tranzistorskih generatora koji se sinhronizovano okidaju pomoću optičkih kablova jednakih dužina. Primena tranzistora sa efektom polja dozvoljava na svakom stepenu stvaranje napona 50 V sa vremenom porasta manjim od 5 ns (Slika 5.9).



Slika 5.9. Generator pravougaonih impulsa sa raspodeljenim parametrima

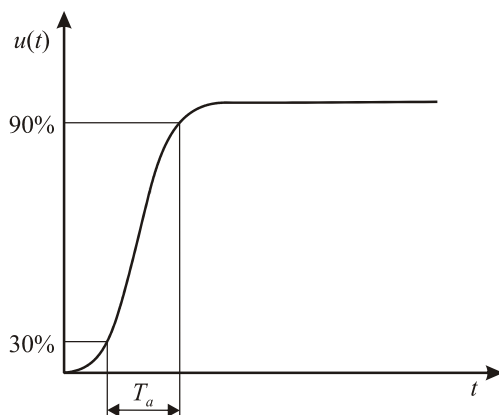
U saglasnosti sa probojnim zakonom Teplera [40], vreme formiranja pražnjenja obrnuto je proporcionalno jačini električnog polja. Zato iskrište u gasu pod pritiskom pri zatom rastojanju između elektroda omogućuje dobijanje malog vremena komutacije. To se može postići i bez primene visokih pritisaka. Tako je Asner [73] napravio udarni generator napona 100 kV sa vremenom porasta impulsa 5 ns sa obostranim razmakom (Slika 5.10). U njemu prvo iskrište radi pri nominalnom vazdušnom pritisku. Komutator je napravljen u obliku troelektrodnog upravljano iskrišta. Zbog nagle promene napona dolazi do proboja iskrišta u ulju OP sa velikim prenaponom i na izlazu generatora se dobija impuls sa velikom strminom.



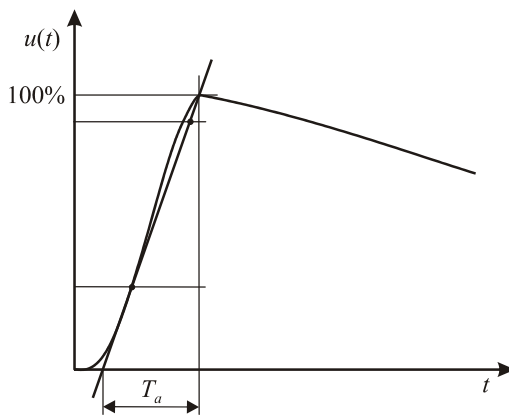
Slika 5.10. Generator pravougaonih impulsa visokog napona sa obostranim razmakom

5.6. Vreme porasta i vreme odziva na pravougaoni impuls

Kvalitet mernog sistema ocenjuje se u prvom redu njegovim propusnim opsegom, vremenom porasta T_a i vremenom odziva na pravougaoni impuls T_p . Pod vremenom porasta impulsa napona ili struje podrazumeva se vreme u toku kojeg posmatrana veličina poraste od 0,1 do 0,9 maksimalne vrednosti (Slika 5.11). U prenosnom sistemu usvaja se vreme za koje izlazni signal dostiže određeni procenat stacionarne vrednosti, pri dovodenju na ulaz sistema idealnog pravougaonog impulsa. Analogno se određuje i vreme opadanja odsečenog impulsa.



Slika 5.11 Određivanje vremena čela porasta naponskog impulsa

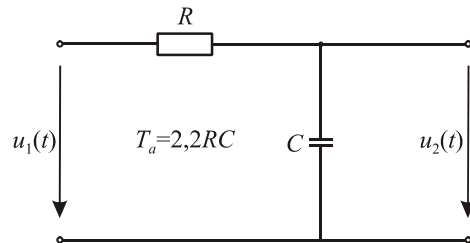


Slika 5.12. Određivanje dužine T_a , naponskog impulsa

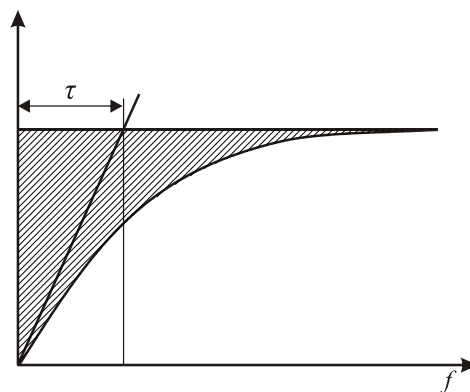
Vremena porasta i opadanja istog sistema (na primer osciloskopa sa pojačavačem) ne moraju da budu ista. Ponekad se za određivanje vremena porasta uzima vreme između trenutaka koji odgovaraju 0,01 i 0,99 od stacionarne vrednosti impulsa, a u nekim slučajevima između 0,3 i 0,9 od te vrednosti. Takav način određivanja nije našao široku primenu. Pojam dužine čela T_ϵ dat je u saglasnosti sa preporukama IEC [74,75,76], pri

ispitivanju izolacije elektrotehničkih uređaja visokog napona. Češće se koristi pri ispitivanju opreme nego pri opisivanju prenosnih karakteristika.

Do uvođenja pojma vremena porasta kvalitet razdelnika je karakterisan vremenskom konstantom. Mala vremenska konstanta odgovarala je većoj graničnoj frekvenciji propusnog opsega. Između vremena porasta T_a i vremenske konstante τ pri eksponencijalnoj promeni signala postoji egzaktna uzajamna veza. Ako se na ulaz RC kola (Slika 5.13.) priključi pravougaoni impuls napona $u_1(t) = U_0\sigma(t)$, izlazni napon će rasti eksponencijalno (Slika 5.14).



Slika 5.13. RC kolo za objašnjenje veze



Slika 5.14. Određivanje vremenske konstante

Vreme porasta za RC kolo za izlazni napon $u_2(t)$ proračunava se prema formuli:

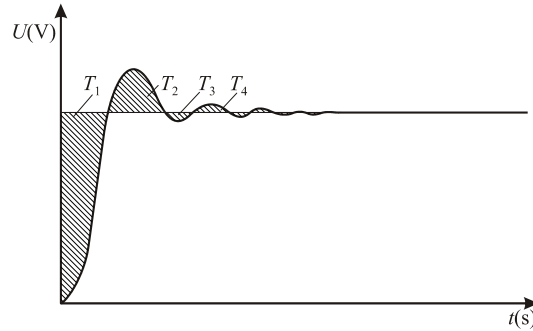
$$T_a = 2,2RC = 2,2\tau \quad (5.24)$$

Vremenska konstanta τ se određuje izjednačavanjem sa nulom izvoda po vremenu, ili preko integrala:

$$\tau = A = \int_0^{\infty} [1 - h(t)] dt = \int_0^{\infty} \exp(-t/RC) dt \quad (5.25)$$

Veličina A je jednaka šrafiranoj površini na Slici 5.14. Određivanje τ izjednačavanjem izvoda sa nulom gubi smisao pri oscilatornom procesu.

U tehnici visokih napona uređaji obično imaju velike dimenzije, a zbog induktivnosti provodnika i parazitne kapacitivnosti na eksponencijalno promenljivi napon obično se superponiraju oscilacije. Da bi se odredila vremenska konstanta u tim slučajevima, uvodi se pojam vremena odziva (Slika 5.15).



Slika 5.15. Određivanje vremena reakcije na pravougaoni impuls

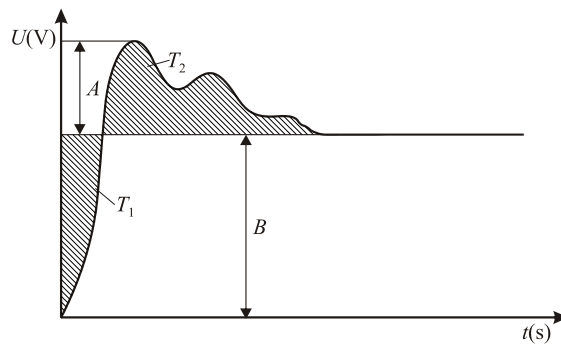
To vreme je na x osi, površina odgovara integralu koju obrazuje zatvorena kriva odziva na jedinični pravougaoni impuls $g(t)$, sa ordinantnom osom i pravom paralelnom apscisnoj osi kroz jediničnu vrednost:

$$T_p = \int_0^{\infty} [1 - g(t)] dt = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 + \dots \quad (5.26)$$

U tehničkoj literaturi takode se sreće označavanje ovog vremena kao obične vremenske konstante ili konstante deformacije. Vreme odziva se koristi za ocenu grešaka amplitude kod kosouglih impulsa.

Korisno je uvesti pojam vremena smirivanja T_x , u toku kojeg odziv dostiže stacionarnu jediničnu vrednost sa nekim određenim odstupanjem.

Pri zatom vremenu odziva mogu se izračunati prenosna svojstva razdelnika, ako je istovremeno poznat oblik odziva ili ,u krajnjem slučaju, vrednosti premašaja (Slika 5.16).



Slika 5.16. Određivanje maksimalne vrednosti oscilatornog odziva na pravougaoni impuls

Površine T_2 i T_1 nije teško napraviti jednakim za kompenzovane omske ili kombinovane omsko-kapacitivne razdelnike. Bez posebnih poteškoća može se podesiti da bude $T_2 > T_1$, što odgovara negativnom vremenu odziva. Vreme odziva ne može biti jedini kriterijum za ocenu kvaliteta razdelnika. Razdelnik napona je potpunije karakterisan vremenom porasta T_a .

Određivanje vremena porasta ima svoj smisao ako premašaj nije veći od 5%. Vreme porasta u sistemu koji se sastoji od n elemenata, koji ne utiču međusobno jedan na drugi, predstavlja geometrijsku sumu vremena porasta pojedinih elemenata:

$$T_a = \sqrt{T_{a_1}^2 + T_{a_2}^2 + \dots + T_{a_n}^2} \quad (5.27)$$

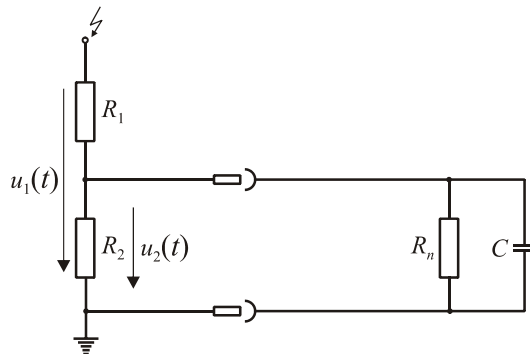
5.7. Omski razdelnici napona

5.7.1. Dvostepeni kombinovani razdelnik napona sa paralelno spojenim elementima bez uticaja induktivnosti i raspodeljenih kapacitivnosti prema zemlji

Omski razdelnik se sastoji iz redno vezanih otpornosti R_1 i R_2 , pri čemu je obično otpornost R_2 znatno manja od R_1 (Slika 5.17).

Koeficijent deljenja predstavlja odnos priključenog napona $u_1(t)$ i napona koji se snima sa R_2 , $u_2(t)$:

$$k = u_1(t)/u_2(t) = (R_1 + R_2)/R_2 \quad (5.28)$$



Slika 5.17. Omski razdelnik napona bez uračunate raspodeljene kapacitivnosti prema zemlji

Dok se uticaj ulazne otpornosti na koeficijent deljenja skoro uvek može zanemariti, to se ne može reći za kapacitivno opterećenje pri visokim frekvencijama i nesinusoidalnim oblicima impulsa, jer koeficijent deljenja zavisi od frekvencije. U slučaju sinusoidalnih signala dobija se koeficijent deljenja:

$$U_1/U_2 = \frac{R_1 + R_2/(1 + j\omega R_2 C_n)}{R_2/(1 + j\omega R_2 C_n)} \quad (5.29)$$

C_n je ukupna kapacitivnost priključena na otpornost R_2 .

Pri nesinusoidalnim procesima recipročna veličina koeficijentu deljenja jednaka je kompleksnom koeficijentu prenosa:

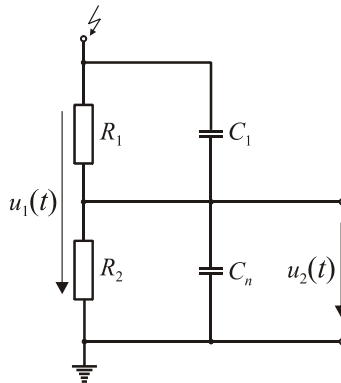
$$A(j\omega) = U_2/U_1 = \frac{R_2/(1 + j\omega R_2 C_n)}{R_1 + R_2/(1 + j\omega R_2 C_n)} \quad (5.30)$$

čijim se korišćenjem u analizi sistema može izračunati izlazni napon $u_2(t)$.

Da bi se pojednostavili proračuni, razdelnik se kompenzuje, tj. paralelno otpornosti R_1 priključuje se kapacitivnost C_1 (Slika 5.18).

Procesi na visokonaponskom stepenu razdelnika (R_1, C_1) analogni su procesima na niskonaponskom stepenu (R_2, C_n). Proračun izlaznog napona $u_2(t)$ takvog razdelnika napona pri pravougaonom impulsu na ulazu U_0 daje odziv na pravougaoni impuls u nenormiranom obliku:

$$U_2(t) = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[1 + \frac{R_1 C_1 - R_2 C_n}{R_2 (C_1 + C_n)} e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (5.31)$$



Slika 5.18. Kombinovani razdelnik sa paralelno spojenim elementima

Pri $t < 0$ kondenzatori su neopterećeni i u početnom trenutku predstavljaju kratke spojeve. Izlazni napon brzo raste, kao i ulazni, do vrednosti $U_2(0)$, koji se određuje koeficijentom deljenja:

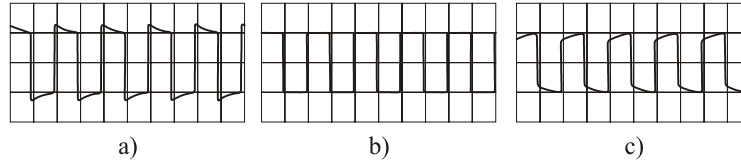
$$U_2(0) = C_1 U_0 / (C_1 + C_n) \quad (5.32)$$

Po dostizanju ove vrednosti izlazni napon eksponencijalno teži ka veličini određenoj koeficijentom deljenja u zavisnosti od otpornosti:

$$U_2(\infty) = R_2 U_0 / (R_1 + R_2) \quad (5.33)$$

Vremenska konstanta eksponenta promene napona jednaka je:

$$\tau = (C_1 + C_n)R_1R_2 / (R_1 + R_2) \quad (5.34)$$



Slika 5.19. Prenos pravougaonog impulsa pomoću kombinovanog razdelnika u zavisnosti od stepena kompenzacije a) razdelnik je prekompenzovan; b) koeficijent deljenja u zavisnosti od kapacitivnosti poklapa se sa koeficijentom deljenja u zavisnosti od otpornosti; c) razdelnik je nedovoljno kompenzovan.

U slučaju Slike 5.19 a) kapacitivnost C_1 ima malo veću vrednost, pa je razdelnik prekompenzovan. U slučaju Slike 5.19 c) kapacitivnost C_1 je manja, pa je razdelnik nedovoljno kompenzovan. Idealna kompenzacija će biti ostvarena ako je $R_1/R_2 = C_n/C_1$ - slučaj je prikazan na Slici 5.19 b), pri čemu se koeficijent deljenja u zavisnosti od kapacitivnosti poklapa sa koeficijentom deljenja u zavisnosti od otpornosti. Gore navedena jednačina može se interpretirati i kao jednakost vremenskih konstanti visokonaponskog i niskonaponskog dela razdelnika:

$$R_1C_1 = R_2C_n \quad (5.35)$$

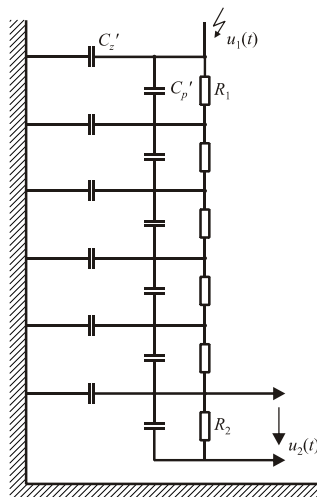
Ako se vratimo na jednačinu za izlazni napon kompenzovanog razdelnika, tada pri $R_1C_1 = R_2C_n$ nestaje drugi član u uglastim zagradama i izlazni napon je proporcionalan ulaznom u svakom trenutku. Pri izradi razdelnika napona, kapacitivnosti C_1 i C_2 se donekle razlikuju u poređenju sa proračunatim vrednostima, zato što im se dodaju sopstvene kapacitivnosti koje i zavise od konstrukcionih karakteristika [77,78,79].

5.7.2. Omski razdelnik sa uračunatom raspodeljenom kapacitivnošću prema zemlji

Podužna kapacitivnost prema zemlji

Prethodno izneta rasuđivanja ispravna su ako otpornici R_1 i R_2 nisu velikih dimenzija. To odgovara razdelnicima koji se koriste za relativno niske napone. Pri izradi omskih razdelnika za visoke napone dimenzije otpornika R_1 višestruko rastu, pa je neophodno uzeti u obzir njegove raspodeljene kapacitivnosti prema zemlji. U tom slučaju usporeno je postizanje stacionarne vrednosti odziva na pravougaoni impuls. Visokoomski razdelnici velikih dimenzija imaju, ako nisu preduzete dopunske mere, relativno duga vremena porasta i odziva. Ovaj efekat se lako može objasniti uticajem raspodeljene kapacitivnosti prema zemlji. Zamenska šema takvog razdelnika prikazana je na Slici 5.20. U šemu nisu uključene induktivnosti elemenata, što je dopustivo u prvoj aproksimaciji, u zavisnosti od načina konstruktivnog izvođenja razdelnika i u određenoj oblasti frekvencije. Potpunija zamenska šema kod koje se uzimaju u obzir i induktivnosti biće razmotrena kasnije.

Visokonaponski stepen razdelnika R_1 predstavljen je u vidu N redno spojenih otpornosti $R_1' = R_1/N$. Svaki element ima paralelno sa R_1' priključenu kapacitivnost $C_p' = C_p/N$, gde je C_p podužna kapacitivnost celog razdelnika.



Slika 5.20. Zamenska šema omskog razdelnika napona sa raspodeljenim kapacitivnostima prema zemlji C_z' podužnim kapacitivnostima C_p' i otpornostima R_1'

Kapacitivnosti svakog elementa prema zemlji $C_z' = C_z./N$ ($C_z.$ kapacitivnost celog razdelnika prema zemlji) prouzrokovane su električnim poljem između svakog elementa i predmeta koji se nalaze na potencijalu zemlje (pod, zidovi i oprema koja se nalazi u laboratoriji). Parazitne kapacitivnosti između pojedinih elemenata i elemenata prema

okolnim predmetima nalaze se pod visokim potencijalom, obično su male i ovde se ne uzimaju u obzir. Njihov uticaj se razmatra kod takozvanih ekranizovanih razdelnika.

Kapacitivnost prema zemlji može da se izračuna prema jednačini za podužnu kapacitivnost vertikalnih antena:

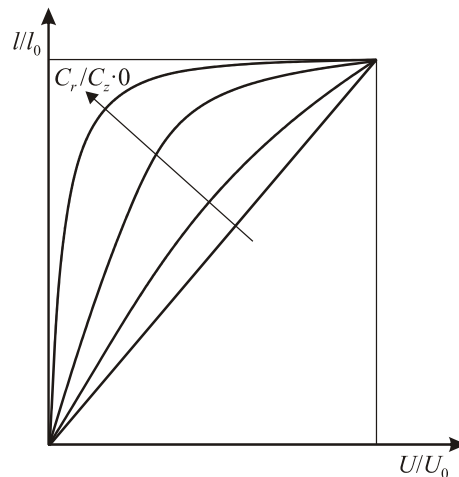
$$C_{z,ud} = C_z/l = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{2l}{\sqrt{3d}}} \quad (5.36)$$

gde su l i d odgovarajuća dužina i prečnik razdelnika.

Podužna kapacitivnost je obično od 15 do 20 pF/m. U stvarnosti, kapacitivnost elemenata koji se nalaze na vrhu razdelnika je nešto manja nego kod elemenata u donjem delu razdelnika. Ipak, kako proizilazi iz rezultata proračuna i eksperimenata, bez značajne greške dopustivo je da se smatra da su kapacitivnosti jednake čak i kod razdelnika čija je visina nekoliko metara.

Pri priključenju razdelnika na napon sve kapacitivnosti se pune, pri čemu se potrebna struja punjenja koju daju izvori napona smanjuje sa promenom visine razdelnika, idući od vrha ka njegovoj osnovi. Kao rezultat toga javlja se nelinearna frekventno zavisna raspodela napona duž razdelnika (Slika 5.21).

Raspodela napona je tim neravnomernija, što je nepovoljniji (manji) odnos C_z'/C_p' . Ako su kapacitivnosti prema zemlji napunjene, raspodela napona postaće linearna u saglasnosti sa vrednostima otpornosti elemenata. Razdelnik deluje kao lančani filter koji prigušuje visokofrekventne komponente ulaznog napona, tj. "pegla" vrh impulsa.

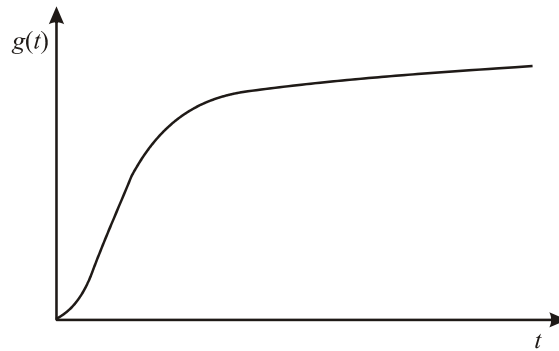


Slika 5.21. Raspodela napona duž omskog razdelnika sa raspodeljenim kapacitivnostima prema zemlji u zavisnosti od odnosa podužne i poprečne kapacitivnosti C_p/C_z

Odziv na pravougaoni impuls razdelnika sa podužnom (raspodeljenom) kapacitivnošću prema zemlji i zanemarljivo malim kapacitivnostima C_p proračunava se po jednačini za lančanu šemu:

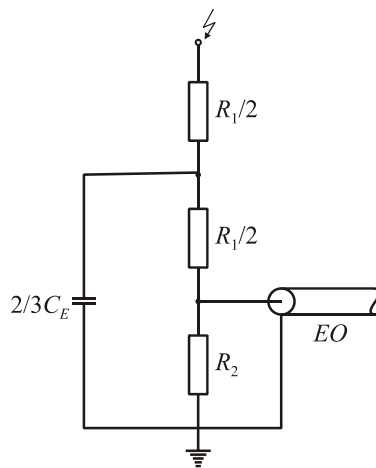
$$g(t) = 1 + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \tau = \frac{R_1 C_1}{(\pi \nu)^2} \quad (5.37)$$

Ovoj jednačini odgovara odziv prikazan na Slici 5.22 koji predstavlja višestruka preklapanja eksponencijalnih funkcija.



Slika 5.22. Odziv na pravougaoni impuls razdelnika napona sa raspodeljenom kapacitivnošću prema zemlji

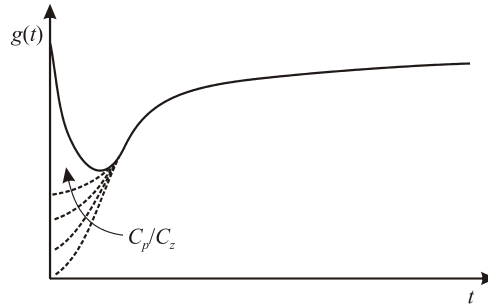
Pretpostavljajući da su vremena odziva ista, moguće je zameniti odziv na pravougaoni impuls sistema sa lančanom šemom običnom eksponencijalnom funkcijom sa vremenskom konstantom $R_1 C_z / 6$. Takvu vremensku konstantu ima prosta zamenska šema razdelnika (Slika 5.23) u kojoj je otpornost R_1 podeljena na dva jednaka dela između kojih je priključena kapacitivnost jednaka $2/3$ kapacitivnosti razdelnika prema zemlji C_z .



Slika 5.23. Uprošćena zamenska šema omskog razdelnika sa raspodeljenom kapacitivnošću prema zemlji

U većini slučajeva za određivanje greške omskih razdelnika koristi se ta šema sa Slike 5.23..

Visokoomski razdelnici napona sa velikim koeficijentom deljenja često imaju odziv na pravougaoni impuls koji se značajno razlikuje od prethodno opisanog (Slika 5.24).

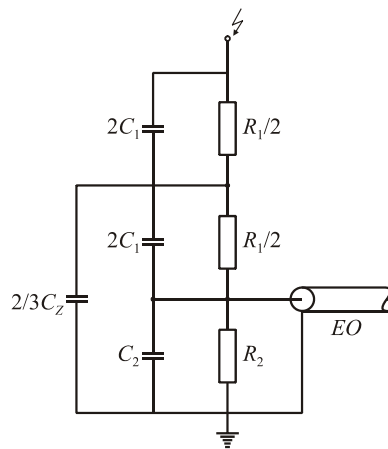


Slika 5.24. Odziv omskog razdelnika sa visokim koeficijentom deljenja napona na pravougaoni impuls sa raspodeljenom kapacitivnošću prema zemlji i sa uračunatom podužnom kapacitivnošću

Takav odziv se objašnjava uticajem podužnih kapacitivnosti razdelnika C_p' . U tom slučaju se takođe može odrediti odziv pomoću teorije kola sa raspodeljenim parametrima.

Za praksu je važan dalji razvoj prostih zamenskih šema razdelnika u kojima se uvode dva koncentrisana elementa $2C_1$ i kapacitivnost C_2 , priključeni u granu niskog napona razdelnika.

Da bi se smanjio uticaj kapacitivnosti prema zemlji pri registrovanju brzih prelaznih procesa, neophodno je usaglasiti kapacitivnu raspodelu napona duž razdelnika sa omskim, kapacitivno-omskim razdelnicima [80,81,82].



Slika 5.25. Uprošćena zamenska šema omskog razdelnika sa uračunatom kapacitivnošću prema zemlji i podužnom kapacitivnošću

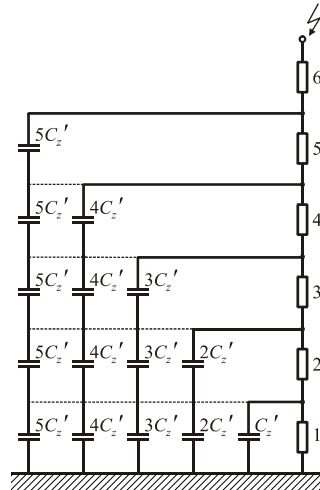
Kombinovani kapacitivno-omski razdelnik

Struja punjenja kapacitivnosti prema zemlji prouzrokuje neravnomernu, frekvencijski zavisnu raspodelu napona duž razdelnika. Smanjivanjem uticaja struja punjenja parazitnih kapacitivnosti moguće je povećanje podužne kapacitivnosti razdelnika C_1 . Zbog toga se paralelno sa otpornicima u visokonaponskoj grani razdelnika priključuju dopunski kondenzatori. Kao što je poznato, idealne prenosne karakteristike razdelnika dobijaju se ako odnos C_1/C_z teži beskonačnosti, ali je takav razdelnik neupotrebljiv zbog velikog uticaja na izvor napajanja. Smatra se da je dovoljno ukoliko se uspostavi odnos ove dve kapacitivnosti veći od tri. Kod desetostepenog razdelnika sa kapacitivnošću $C_z = 10$ pF (čija je ukupna kapacitivnost prema zemlji 100 pF), kapacitivnost C_1' jednog stepena treba da bude veća od 3000 pF. Kondenzatori visokog napona sa tako velikim kapacitivnostima poseduju induktivnost koju nije moguće zanemariti. Oblast primene kombinovanih kapacitivno-omskih razdelnika sa velikim kapacitivnostima C_1 ograničena je zbog uticaja na izvor napajanja.

Pri dovoljno velikim dopunskim kapacitivnostima C_1' moguće je zanemariti uticaj kapacitivnosti prema zemlji, pa će zamenska šema takvog razdelnika biti ista kao i šema kompenzovanog razdelnika (Slika 5.17). Kod kombinovanog razdelnika za visoke napone kondenzatori visokonaponske grane razdelnika raspoređeni su koaksijalno oko otpornika, pa zato postoji veoma dobra veza između omskih i kapacitivnih delova. Obe grane spajaju se međusobno samo u dvema tačkama: na vrhu razdelnika i u grani niskog napona.

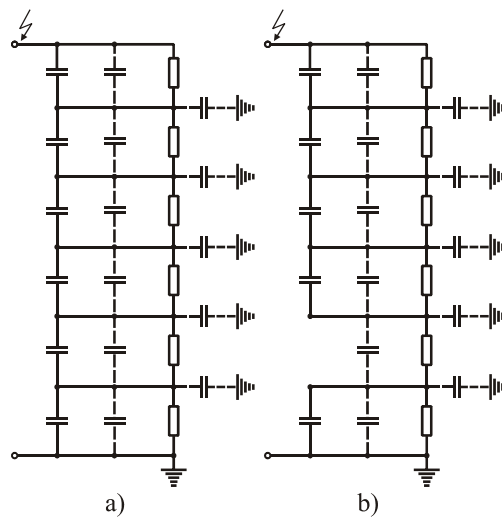
Značajno smanjenje uticaja razdelnika na izvor napona može da bude ostvareno izjednačavanjem kapacitivnosti pojedinih stepeni u odnosu na zemlju. Moguće je predstaviti kapacitivnost u odnosu na zemlju C_z' u vidu nekoliko posebnih redno spojenih kapacitivnosti uz očuvanje ukupne vrednosti kapacitivnosti. Vrednost pojedinačnih kapacitivnosti mora da bude usaglašena sa vrednostima otpornosti (Slika 5.26), pri čemu se vidi kakve kapacitetivnosti treba dopunski uvesti u cilju izjednačavanja potencijala duž razdelnika. Između tačaka 1 i 2 treba priključiti $C_{12} = C_z'$, između tačaka 2 i 3 - $C_{23} = 3 C_z'$, između tačaka 3 i 4 $C_{34} = 6 C_z'$. U opštem obliku je:

$$C_{n(n+1)} = 0.5n(n+1)C_z' \quad (5.38)$$



Slika 5.26. Zamenska šema omskog razdelnika napona sa raspoređenim kapacitetivnostima prema zemlji

U cilju poređenja obe metode izjednačavanja napona duž razdelnika, na Slici 5.27 prikazane su šeme razdelnika sa ravnomernom i stepenastom raspodelom kapacitivnosti po stepenima. Ovaj drugi razdelnik ima mnogo manje povratno dejstvo na izvor napona. Njegov osnovni nedostatak je povećana osetljivost na promenu kapacitivnosti prema zemlji koja nastaje pri promeni uređaja u labaratoriji koji se nalaze u blizini razdelnika i pri promeni šeme na visokonaponskoj strani.



Slika 5.27. Kapacitivno-omski razdelnik sa:

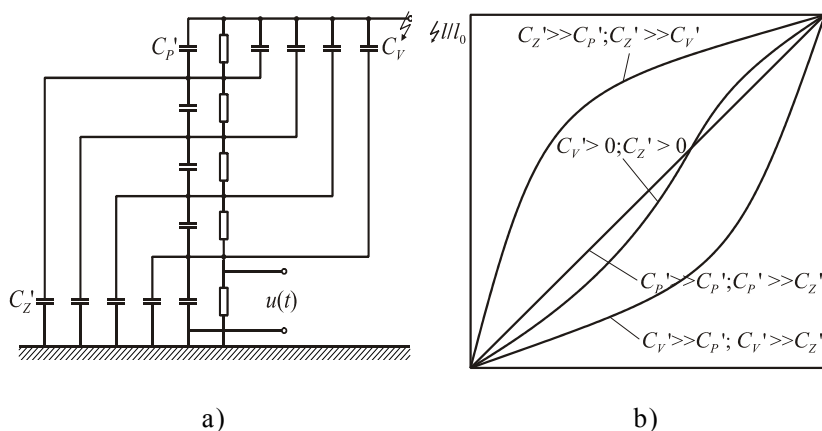
- a) ravnomernim
- b) stepenastim izjednačavanjem raspoređenih kapacitivnosti prema zemlji

Omski razdelnik sa regulacijom raspodele napona

Kod ovog razdelnika uzete su u obzir i kapacitivnosti u odnosu na elemente koji se nalaze na visokom potencijalu i velikih su dimenzija (npr. spojni provodnici (Slika 5.28a)).

U zavisnosti od odnosa C_z', C_v', C_p' , duž razdelnika se stvara određena raspodela napona (Slika 5.28 b). Pomoću prikladnog ekrana na vrhu razdelnika može se uticati na vrednost C_v' , tj. regulisati električno polje u neposrednoj blizini razdelnika. Na primer, može se dobiti homogeno električno polje. Homogena raspodela polja je direktno proporcionalna eliminaciji kapacitivnosti prema zemlji. Moguće je obezbediti samo pomoću ekrana velikih fizičkih dimenzija. Zato je Hagengut predložio levkasti oblik ekrana preko koga struje pune kapacitivnost prema zemlji i tako rasterećuju razdelnik [83].

Poboljšanje prenosnih svojstava razdelnika može se ostvariti i usaglašavanjem raspodele napona na otpornostima i kapacitivnostima izborom odgovarajuće otpornosti [84,85]. Da bi se oslabila jačina električnog polja koje deluje na materijal otpornika na vrhu razdelnika, primenjuju se dopunski ekrani koji imaju znatno manje fizičke dimenzije. Oni oblikuju električno polje na vrhu razdelnika i smanjuju osetljivost u odnosu na predmete u okruženju.

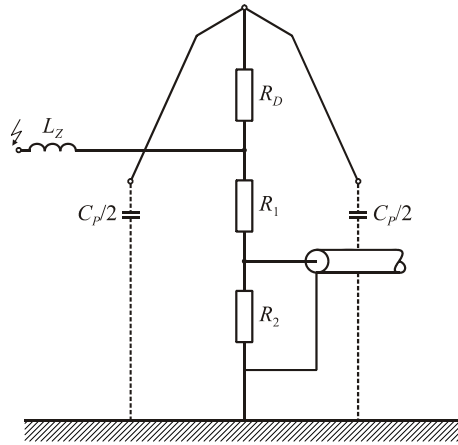


Slika 5.28 Omski razdelnik napona sa podužnim kapacitivnostima C_p , kapacitivnostima prema zemlji C_z i kapacitivnostima prema provodnicima C_v , koji su pod visokim naponom:

- a) zamenska šema
- b) raspodela napona po visini razdelnika l/l_0

Glavna prednost razdelnika sa neravnomernom raspodelom otpornosti po dužini je mala podužna kapacitivnost, tj. neznan uticaj na izvor napona. Kapacitivnost ekrana koji je postavljen na vrh razdelnika zajedno sa induktivnošću spojnog provodnika stvara

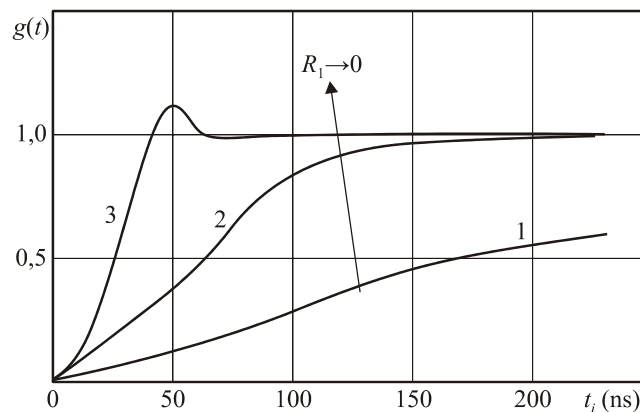
oscilatorno kolo, zbog čega odziv na pravougaoni impuls postaje oscilatoran. Oscilacije se odstranjuju priključivanjem dopunskog otpornika R_D između ulaza razdelnika i ekrana (Slika 5.29). Prigušna otpornost R_D ne utiče na koeficijent deljenja.



Slika 5.29. Ekranizovan omski razdelnik: R_D - otpornost prigušnog otpornika, L_Z - induktivnost spojnog provodnika

Ako je raspodela napona na kapacitivnostima i otpornostima izjednačena, a induktivnost otpornika može da se zanemari, za utvrđivanje prenosne karakteristike razdelnika, regulisanjem raspodele napona, potpuno je prikladna uprošćena zamenska šema prikazana na Slici 5.25. Ta šema sa koncentrisanim parametrima poseduje praktično istovetan odziv na pravougaoni impuls kao i idealno kompenzovan kombinovani kapacitivno-omski razdelnik.

Poboljšanje prenosnih karakteristika razdelnika uz smanjenje otpornosti dato je na Slici 5.30.



Slika 5.29. Odziv na pravougaoni impuls niskoomskog razdelnika sa različitim vrednostima otpornosti

Pri zadatoj vrednosti vremenske konstante L/R smanjenje vremena odziva je ograničeno. Za određenu vrednost otpornosti odziv na pravougaoni impuls poprima oscilatorni karakter.

Interesantno je da pri $t = (+0)$ već postoji neka konačna vrednost, što se objašnjava deljenjem po kapacitivnostima C_1 i C_2 . Krivama 1 i 2 odgovaraju frekvencijske karakteristike razdelnika sa Gausovim padom u oblasti vršnih frekvencija, a krivoj 3 frekvencijska karakteristika sa znakom u oblasti visokih frekvencija koje odgovaraju rezonantnim frekvencijama. Zanemarujući induktivnost i podužnu kapacitivnost elemenata razdelnika, propusni opseg omskog razdelnika može se proračunati po formuli:

$$B = 1,46/RC_z \quad (5.39)$$

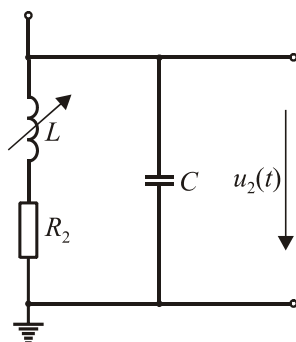
Ako odziv na pravougaoni impuls ima oblik blizak eksponencijalnom, vreme porasta razdelnika je:

$$T_p = 0,35/B = 0,35RC_z/1,46 = 0,24RC_z \quad (5.40)$$

Kod realnih razdelnika postojeća induktivnost uvek dovodi do povećanja graničnog propusnog opsega i do smanjenja vremena odziva. Zamenska šema prikazana na Slici 5.22 može da se iskoristi i za niskoomske razdelnike ako je u radnom opsegu frekvencije $\omega L \ll R$, ili je vremenska konstanta L/R za red veličine manja od vremenske konstante RC_z . Pri veoma malim vrednostima otpornosti na krivoj odziva javljaju se oscilacije (Slika 5.29, kriva 3), što se može objasniti samo uzimanjem u obzir i induktivnosti. Uračunavanjem samo kapacitivnosti prema zemlji, vremenska konstanta $RC_z/6$ ne daje pravilnu sliku odziva na pravougaoni impuls. Tako, za razdelnik sa $R = 10 \text{ k}\Omega$ i $C_z = 40 \text{ pF}$, saglasno datoj jednačini, $B = 1,46/RC_z = 3,65 \text{ MHz}$ i dobija se vreme porasta $T_a = 0,24RC_z = 96 \text{ ns}$.

Ove vrednosti karakterišu stvarne prenosne karakteristike razdelnika. Ako se za taj razdelnik odredi vremenska konstanta $RC_z/6$ i po zamenskoj šemi sa Slike 5.22 odredi propusni opseg i vreme porasta, dobija se $B = 1/2\pi T = 2,4 \text{ MHz}$ i $T_a = 0,35/B = 146 \text{ ns}$. Induktivnost povećava strminu odziva, a njeno uračunavanje dovodi do proširenja propusnog opsega. Vreme odziva nije sveobuhvatni kriterijum pri određivanju kvaliteta razdelnika.

Kod relativno visookoomskih razdelnika, odziv na pravougaoni impuls se određuje praktično kao i u RC kolu. U tom slučaju može se postići određeno smanjenje vremena porasta uključivanjem u granu niskog napona kompenzacione induktivnosti L (Slika 5.31).



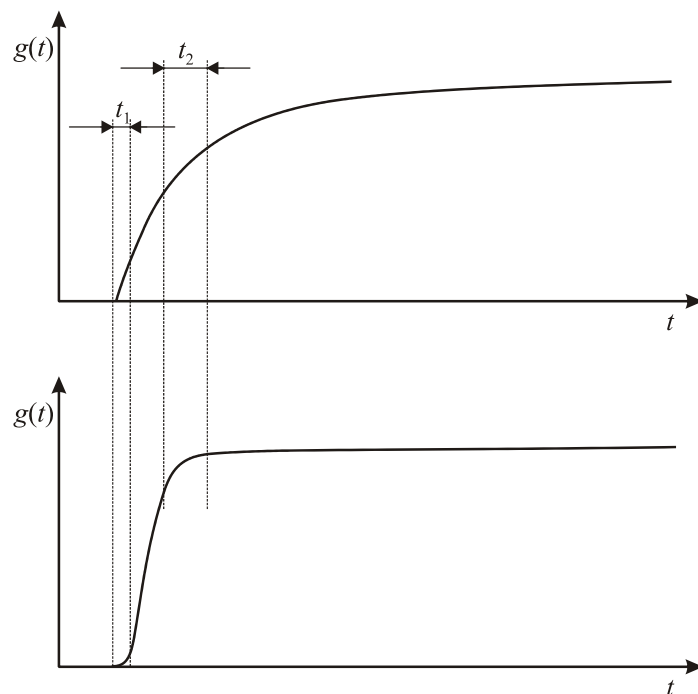
Slika 5.31. Kompenzaciona induktivnost u grani niskog napona omskog razdelnika

Takva korektivna kola susreću se u šemama širokopojasnih pojačavača. Pri optimalnoj kompenzaciji, kada su primetni još uvek u praksi prihvatljivi premašaji (oko 1%), omogućava se skraćivanje vremena porasta na dva puta manju vrednost, npr. sa 40 na 20 ns. U zavisnosti od odnosa otpornosti ponekad je korisno da se merni kabl spoji preko katodnog repetitora.

Energija koja se akumulira u induktivnosti u toku vremena t_u odaje se u toku vremenskog intervala t_1 (Slika 5.31). Proces akumulacije i odavanja dovodi do smanjenja vremena porasta, ali se istovremeno javlja i određeno kašnjenje signala.

Treba primetiti da je kompenzacija priključivanjem induktivnosti moguća samo kod visokoomskih razdelnika, zato što se kod niskoomskih razdelnika efekat kompenzacije javlja već kod prirodnih vrednosti induktivnosti, u mnogim slučajevima i u većem stepenu nego što je neophodno (oscilatorni karakter odziva na pravougaoni impuls, prikazan na Slici 5.32).

Pri ispitivanju indukovanih prenapona usled termo-nuklearnih reakcija potrebni su niskoomski razdelnici sa vremenom porasta reda desetih delova ns. Pri naponima, na primer 10 kV, grana visokog naponu takvih razdelnika izrađuje se od tvrdih materijala, a pri naponu oko 1 MV i više, od rastvora sulfata bakra.

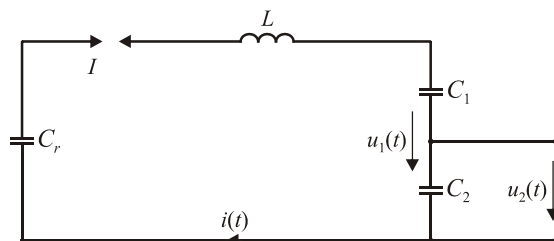


Slika 5.32 Objašnjenje uticaja kompenzacione induktivnosti

5.8. Kapacitivni razdelnik napona

5.8.1. Kapacitivni razdelnik napona i spojni provodnici

Zavisnost kvaliteta prenosne karakteristike omskog razdelnika napona u oblasti visokih frekvencija od povećanja podužne kapacitivnosti razdelnika razmotrena je u prethodnom odeljku. Kod kombinovanog kapacitivno-omskog razdelnika pri brznoj promeni napona radi praktično samo kapacitivni deo, pa je pri tim uslovima moguć rad bez grane koja sadrži otpornost. Koefficient deljenja kapacitivnog razdelnika ne zavisi od frekvencije, pa se može pretpostaviti da će takav razdelnik biti idealan do veoma visokih frekvencija. Ograničenje primene u praksi kombinovanih ili kapacitivnih razdelnika povezano je sa spojnim provodnicima. Induktivnost spojnih provodnika koji povezuju izvor napona i razdelnik, koja u prvoj aproksimaciji može da bude određena kao induktivnost konture sa pravougaonom konfiguracijom, iznosi oko $1 \mu\text{H/m}$. Ona sa kapacitivnošću izvora i razdelnika obrazuje redno oscilatorno kolo (Slika 5.33).

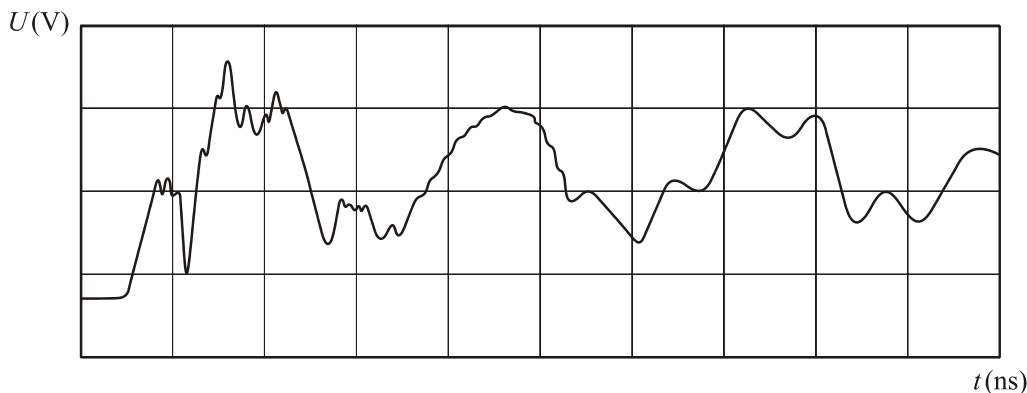


Slika 5.33. Uprošćena zamenska šema kola pražnjenja generatora udarnog napona sa razdelnikom, L - ukupna induktivnost kola pražnjenja

Nakon aktiviranja iskrišta I javlja se prelazni proces, u kome naelektrisanje kondenzatora C_r prelazi u ekvivalentnu kapacitivnost $C_r + C_1C_2/(C_1+C_2)$. Bez dopunskog prigušnog otpornika prelazna struja $i(t)$ ima oscilatorni karakter, a njeno prigušenje zavisi od osnovne otpornosti iskrišta i kondenzatora. Na razdelniku se javlja oscilatorni napon:

$$u_1(t) = C_1 + C_2 \int i(t) dt / C_1 C_2 \quad (5.41)$$

Njemu odgovara napon na izlazu razdelnika $u_2(t)$ (Slika 5.34).



Slika 5.34. Izlazni signal kapacitivnog razdelnika napona pri nedovoljnom prigušenju oscilacija u spojnom kolu razdelnika

Najpre je moguće razlikovati u prvom redu relativno spore oscilacije čija je frekvencija pri $C_1 \ll C_2$:

$$f = 1/2\pi \sqrt{LC_1 C_n / (C_1 + C_n)} \quad (5.42)$$

Pri otpornosti prigušnog otpornika:

$$R_1/R_2 = L_1/L_2 = C_2/C_1 \quad (5.43)$$

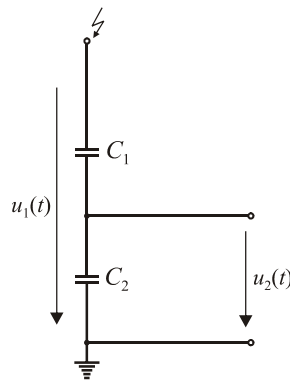
umesto oscilacija javiće se aperiodični signal.

Na spore oscilacije nadovezuju se brze. One prouzrokuju da se u konturama sa velikim geometrijskim dimenzijama javljaju prelazni procesi i reflektovani talasi u

različitim delovima merne konture. Dok se u konturama sa koncentrisanim parametrima javljaju relativno spore oscilacije, koje mogu da se otklone priključivanjem prigušnog otpornika, u konturama velikih dimenzija preporučuje se priključivanje raspodeljenih prigušnih otpornika, zbog eliminacije uticaja refleksije.

5.8.2. Kapacitivni razdelnik napona sa koncentrisanim kapacitivnostima na strani visokog napona

Kapacitivne razdelnike napona je moguće podeliti na razdelnike sa koncentrisanim i razdelnike sa raspodeljenim parametrima u oblasti visokog napona. Prvi se sastoje iz jednog kondenzatora kapacitivnosti C_1 , čija je izolacija proračunata na iznos punog merenog napona (Slika 5.35).



Slika 5.35. Kapacitivni razdelnik napona sa koncentrisanom kapacitivnošću u grani visokog napona

Ulazni napon $u_1(t)$ i izlazni napon $u_2(t)$ povezani su međusobno koeficijentom deljenja K , koji ne zavisi od frekvencije:

$$K = u_1(t)/u_2(t) = (C_1 + C_2)/C_1 \quad (5.44)$$

Ova jednačina se može primenjivati sve do frekvencije ω_r pri kojoj se padovi napona u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani određuju prema kapacitivnim otpornostima, a ne induktivnim rasipanjima. Kriterijume tog uslova moguće je predstaviti:

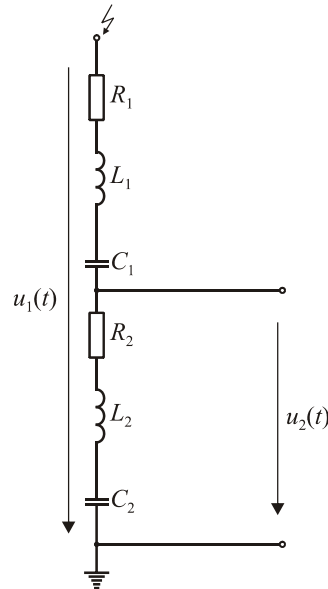
$$1/\omega_r C_1 \geq \omega_r L_1 \quad \text{i} \quad 1/\omega_r C_2 \geq \omega_r L_2 \quad (5.45)$$

ili

$$1/200\pi\sqrt{L_1 C_1} \geq f_r = \omega_r/2\pi \geq 1/200\pi\sqrt{L_2 C_2} \quad (5.46)$$

Koeficijent deljenja ne zavisi od frekvencije dok je moguće zanemariti uticaj parazitnih induktivnosti na strani visokog i niskog napona razdelnika. Pri višim

frekvencijama zamensku šemu na Slici 5.35 treba dopuniti induktivnostima L_1 i L_2 i otpornicima R_1 i R_2 (Slika 5.36). Pored uslova $R_1C_1 = R_2C_2$, treba da budu jednake sopstvene frekvencije visokonaponske i niskonaponske grane $L_1C_1 = L_2C_2$.



Slika 5.36. Zamenska šema kapacitivnog razdelnika napona uz uzimanje u obzir njegove induktivnosti i otpornosti

U opštem slučaju za svaki razdelnik treba da važi:

$$R_1/R_2 = L_1/L_2 = C_2/C_1 \quad (5.47)$$

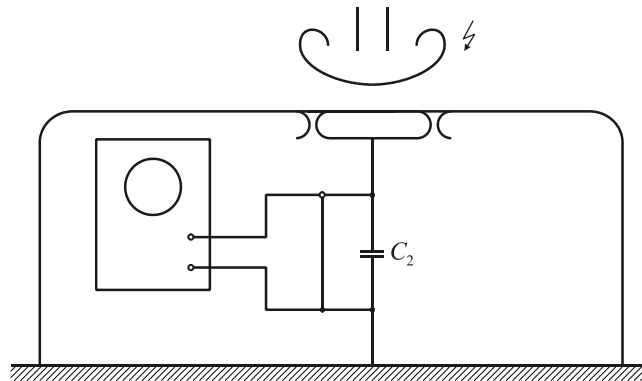
U zavisnosti od parametara razdelnika pojedini odnosi imaju različite uloge.

Što se manje razlikuju sopstvene frekvencije, to su manje otpornosti razdelnika. Ako su sopstvene frekvencije jednake koeficijent deljenja ne zavisi od frekvencije pri odsustvu otpornika. Pošto se jednakost frekvencija u praksi ne ostvaruje i pošto u mernom kolu uvek postoji određeno prigušenje (Slike 5.33 i 5.34), vrednost otpornosti R_1 je uvek konačna i njen uticaj treba kompenzovati otpornošću R_2 .

Pri veoma visokim naponima kapacitivnost C_1 razdelnika može da bude realizovana i u vidu vazdušnog kondenzatora čija se jedna elektroda povezuje sa konturom visokog merenog napona, a druga sa mernom kabinom. Na Slici 5.37 prikazano je takvo rešenje, pri čemu je kondenzator niskog napona najkraćim mogućim putem povezan sa osciloskopom koji se nalazi u mernoj kabini.

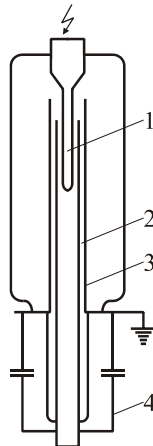
Pošto je zbog male vrednosti kapacitivnosti C_1 mala i vrednost C_2 , to je razdelnik osetljiv na opterećenje mernim priborom, pa koeficijent deljenja treba da bude korigovan uzimanjem u obzir tog uticaja. Kapacitivnost niskonaponske grane sastoji se od sopstvene

kapacitivnosti razdelnika, kapacitivnosti spojnog kabla i ulazne kapacitivnosti osciloskopa. Razdelnik napona predstavlja određeni deo kapacitivnosti elemenata konture visokog napona prema zemlji. Troškovi izrade kondenzatora kapacitivnosti C_1 su neznatni. Mala vrednost kapacitivnosti C_1 dovodi do povećanja osetljivosti mernog uređaja u odnosu na predmete koji ga okružuju. Pri promeni položaja predmeta u blizini razdelnika treba proveriti njegovu podešenost.



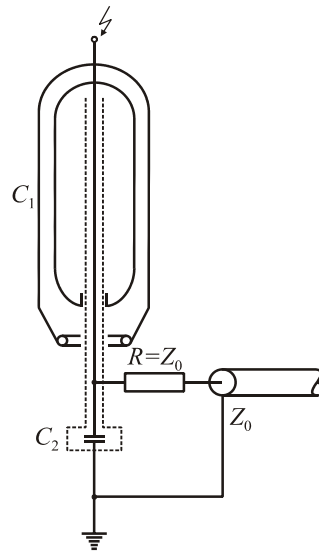
Slika 5.37. Specijalni kapacitivni razdelnik za najviše napone

Kod koaksijalnih sistema koji se primenjuju pri ispitivanjima termo-nuklearnih i gasnih postrojenja, delilelji napona su sastavni, konstruktivni deo. U zavisnosti od izvođenja niskonaponske grane takvih razdelnika, pri naponima od nekoliko miliona volti postiže se vreme odziva do 50 ps. Još jedan primer realizacije kapacitivnog razdelnika sa koncentrisanom kapacitivnošću C je razdelnik čiji je poprečni presek prikazan na Slici 5.38.



Slika 5.38. Poprečni presek kapacitivnog razdelnika koaksijalnog tipa: 1-visokonaponska elektroda, 2- osnovna elektroda, 3- uzemljena elektroda, 4- dopunski kondenzatori za dobijanje potrebnog koeficijenta deljenja

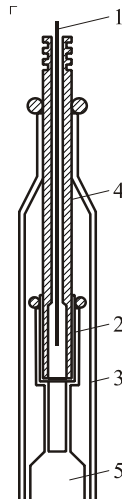
Kapacitivnost ovog razdelnika izrađena u vidu tri koaksijalne cilindrične metalne cevi. Dielektrik je visoki vakuum i staklo sa malim dielektričnim gubicima. Prikazani razdelnik je proračunat za napon od 60 kV. Napon se može povećati do 120 kV priključenjem dopunskog kondenzatora. Povratno dejstvo razdelnika na izvor napona je neznatno, jer ulazna kapacitivnost razdelnika iznosi svega 4 pF, a sa priključenim dopunskim kondenzatorom 2 pF. Zbog male kapacitivnosti i male induktivnosti koaksijalne konstrukcije, rezonantna frekvencija ovakvog razdelnika iznosi preko 200 MHz.



Slika 5.39 Etalonski kapacitivni razdelnik sa kondenzatorom napunjenim gasom pod pritiskom

Niskonaponska grana je smeštena ili u uzemljenu prirubnicu ili ispod osnove kondenzatora. U drugom slučaju prostorno raspodeljene visokonaponska i niskonaponska grana treba da budu spojene vertikalnim provodnikom, pri čemu za prigušivanje prelaznih procesa u spojnom provodniku neophodno predvideti priključivanje koncentrisanih ili raspodeljenih prigušnih otpornika, koji mogu da izdrže impulse visokog napona. Problemi oscilacija se javljaju i kod kondenzatora sa gasom pod pritiskom. Prednost razdelnika sa kondenzatorom ispunjenim gasom pod pritiskom je u njegovoj linearnosti, konstantnosti koeficijenta razdelnika nezavisno od okoline koja ga okružuje i u neznatnom povratnom uticaju na izvor napajanja Slika (5.39).

Merenje napona reda desetina kV u laboratorijama može da bude ostvareno pomoću relativno jednostavne konstrukcije prikazane na Slici 5.40 [86,87,88].

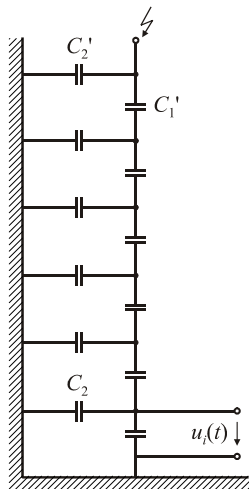


Slika 5.40. Kapacitivni razdelnik za proširivanje mernog opsega sonde: 1 - visokonaponska elektroda, 2 - osnovna elektroda, 3 – niskonaponska elektroda, 4 – izolacija, 5 – sonda

Kao visokonaponska grana razdelnika C_1 koristi se kratak deo kabla sa polietilenskom izolacijom i čvrstim unutrašnjim provodnikom. Kraj izolacije na ulazu visokog napona ima rebra za povećanje rastojanja po površini izolacije. Regulacijom položaja u polietilenskoj izolaciji, paralelnim priključivanjem neophodne količine pločastih kondenzatora na strani niskog napona uz izračunavanje ulazne kapacitivnosti osciloskopa i kapacitivnosti spoljašnjeg cilindra prema zemlji, može se odabrati potreban koeficijent deljenja. U cilju zaštite visokonaponske grane konstrukcije od površinskih pražnjenja unutrašnji provodnik ne dolazi do kraja polietilenske izolacije, a prostor u polietilenskoj izolaciji ispunjen je silikonskim ili transformatorskim uljem [89].

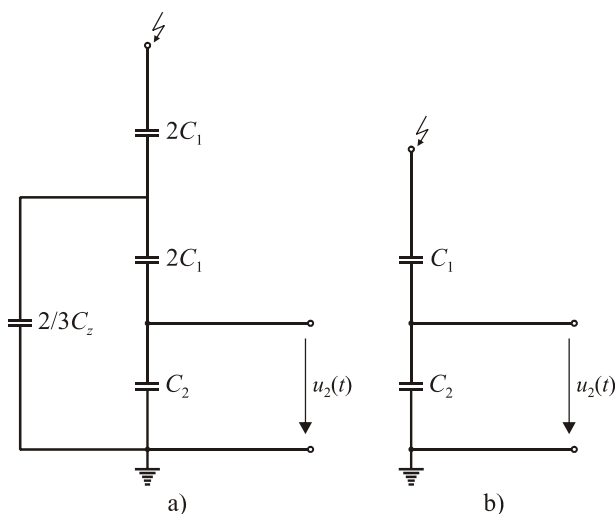
5.8.3. Kapacitivni razdelnik napona sa raspodeljenim kapacitivnostima na strani visokog napona

Kapacitivni razdelnici drugog tipa imaju na visokonaponskoj strani niz redno spojenih kondenzatora koji obrazuju kapacitivnost C_1 . Kao i kod omskog razdelnika, može se izvršiti analiza uloge raspodeljenih kapacitivnosti prema zemlji (Slika 5.41).



Slika 5.41. Zamenska šema kapacitivnog razdelnika sa raspodeljenim kapacitivnostima prema zemlji C_z i podužnim kapacitivnostima C_1'

Te kapacitivnosti takođe izazivaju neravnomernu raspodelu napona i odgovarajuću promenu koeficijenta deljenja, mada su istovremeno obe karakteristike nezavisne od frekvencije. Pri obično postojećem odnosu $C_1 \ll C_2$ (veliki koeficijent deljenja) i $C_z < C_1$, moguće je šemu na Slici 5.40 svesti na prostiju šemu koja je prikazana na Slici 5.42.



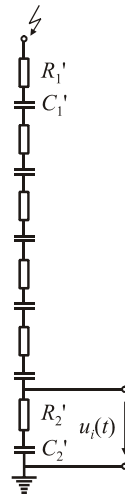
Slika 5.42. Uprošćena šema kapacitivnog razdelnika sa raspodeljenim kapacitivnostima prema zemlji

Uz dobru aproksimaciju, koeficijent deljenja može biti prikazan jednačinom:

$$u_1(t)/u_2(t) = \frac{C_1 + C_2}{C_1} \left(1 + \frac{C_Z}{6C_1} \right) \quad (5.48)$$

Uticaj kapacitivnosti prema zemlji se ispoljava u povećanju prenosnog odnosa merne šeme, tako da se deo struje na ulazu razdelnika zatvara kroz kapacitivnost prema zemlji i zato ne izaziva pad napona na niskonaponskoj grani. Povećanju prenosnog odnosa odgovara smanjenje vrednosti kapacitivnosti visokonaponske grane u zamenskoj šemi na Slici 5.42 b.

Kao i za razdelnik sa koncentrisanim kapacitivnostima, gornja jednačina je prikladna samo do onih frekvencija pri kojima se može zanemariti uticaj induktivnosti. Ukoliko prenosni odnos ne sme da zavisi od frekvencije u mnogo širem opsegu, treba uračunati, osim raspodele napona na induktivnostima, takođe i raspodelu napona na otpornostima R_1 i R_2 . Usvojeno je da se razdelnici koji su napravljeni uz uračunavanje raspodele napona na otpornostima (Slika 5.43), nazivaju kombinovanim kapacitivno-omskim razdelnicima sa redno spojenim elementima.



Slika 5.43. Kombinovani kapacitivno-omski razdelnik sa redno spojenim elementima

Ako kod razdelnika sa koncentrisanim kapacitivnostima može da se smatra da otpornosti R_1 i R_2 u hipotetičkom slučaju imaju jednake sopstvene frekvencije, to je za razdelnik sa raspodeljenim kapacitivnostima celishodno uvesti otpornost koja je neophodna za prigušivanje visokofrekventnih oscilacija (Slika 5.33).

Elektromagnetni talas koji se prostire po razdelniku odbija se od njegovog uzemljenog dela i dolazi do izvora. Kod razdelnika sa ekranom dolazi do novog odbijanja od ekrana. Kao rezultat toga javljaju se oscilacije koje su u zavisnosti od prigušenja

izražene u većoj ili manjoj meri. Obično je osnovna frekvencija oscilovanja reda desetina MHz i može da se proračuna na osnovu vremena prostiranja talasa po provodniku:

$$f = 1/2\sqrt{L_1 C_Z} = 1/2\tau \quad (5.49)$$

Frekvencija proračunata prema toj jednačini predstavlja frekvenciju razdelnika pri kratkospojenom sekundarnom kolu. Ona je veća dva puta od frekvencije sopstvenih oscilacija provodnika otvorenog na kraju, koja je jednaka $1 / 4\tau$.

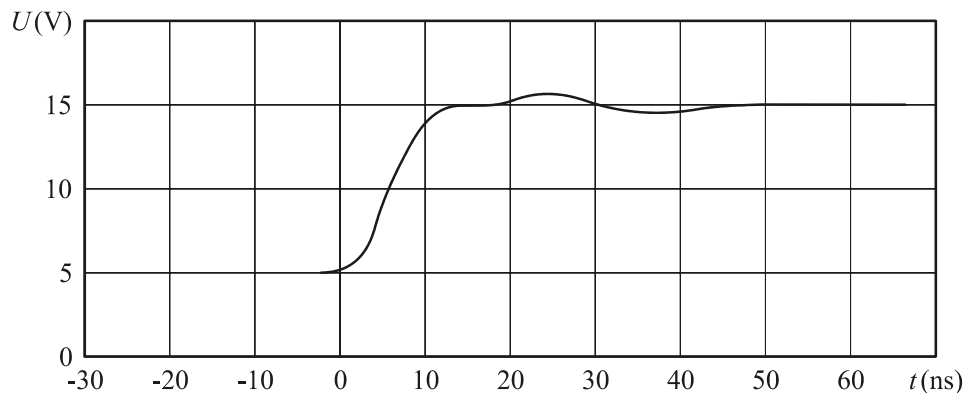
O mogućnosti pojave prelaznih oscilacija u kapacitivnom razdelniku napona prvi proračuni su napravljeni u [62], a rezultati detaljnijih teoretskih i eksperimentalnih ispitivanja u [63,64]. Saglasno preporukama datim u [63] vrednost otpornosti za optimalno prigušivanje oscilacija treba da bude:

$$R = (3+4)\sqrt{L_1/C_Z} \quad (5.50)$$

Ukupna otpornost razdelnika treba da bude 3-4 puta veća od talasne otpornosti provodnika koji odgovara dimenzijama razdelnika. Najnovija ispitivanja pokazuju da je moguće dobiti prihvatljive rezultate i pri manjim prigušenjima [65].

Optimalni odziv na pravougaoni impuls dobija se ukoliko se pored razdelnika ostvaruje prigušenje i u spojnem provodniku raspoređivanjem otpornosti po dužini provodnika, pri čemu se povećanje vremena odziva zbog uvođenja prigušnog otpornika kompenzuje odgovarajućim povećanjem otpornosti R_2 u grani niskog napona.

Oscilogram na Slici 5.44 prikazuje odziv na pravougaoni impuls razdelnika od 1 MV, pri niskonaponskom ulaznom pravougaonom impulsu i niskoinduktivnom spoju. Vreme porasta uz uračunavanje uticaja osciloskopa iznosi 7,5 ns.



Slika 5.44. Odziv na pravougaoni impuls razdelnika napona 1 MV sa prigušenjem, izmeren pomoću generatora niskonaponskih pravougaonih impulsa

Pri izradi razdelnika napona treba koristiti samo elemente koji po svojoj prirodi imaju malu induktivnost (otpornici čiji provodni deo nije namotaj, tkanine čija je poprečna nit provodnik, kondenzatori sa zvonastim dovodom itd.). Treba težiti ka smanjenju induktivnosti racionalnim rasporedom elemenata i paralelnim priključivanjem. U razdelniku se prigušni otpornici pri velikom broju paralelnih kola priključuju između svaka dva podužna kondenzatora. Niskonaponska grana pravi se od velikog broja paralelno spojenih kondenzatora, a samim tim se ostvaruje jednakost vremenskih konstanti visokonaponske i niskonaponske grane razdelnika.

6. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI RAZDELNIKA NAPONA MONTE KARLO METODOM

Tolerancija otpornosti komercijalno dostupnih otpornika obično se kreće od 0.1% do 1%. Sa stanovišta verovatnoće to znači da se odgovarajuća otpornost može tretirati kao nasumična promenljiva, sa odgovarajućom funkcijom verovatnoće gustine (*eng.* Probability Density Function, PDF). Izraz za funkciju gustine verovatnoće prenosnog odnosa omskog razdelnika napona izvodi se na osnovu pretpostavke jednake raspodele funkcije gustine verovatnoće (PDF) za pojedinačne otpornike. Grafički prikazi dobijenog analitičkog izraza za različite kombinacije nominalnih otpornosti i tolerancija dva otpornika upoređuju se sa onim koji su proizvedeni numeričkim (Monte Karlo) simulacijama. Asimetrični karakter dobijene funkcije gustine verovatnoće, uzrokovan nelinearnošću funkcije kola razdelnika napona, ukazuje na to da se nominalna, srednja i najverovatnija vrednost odnosa razdelnika razlikuju. Za normalno raspoređene otpornosti u razdelniku napona (dva otpornika), analitički pristup postaje složeniji, dok Monte Karlo simulacije lako obezbeđuju grafičke prikaze funkcija gustine verovatnoće naponskog odnosa i omogućavaju računanje vrednosti njihovih parametara.

6.1. Merna nesigurnost omskih razdelnika napona

Tolerancija svake električne komponente se nalazi u granicama određenim slučajnim devijacijama i nominalnom vrednošću karakterističnom za datu komponentu. Prvobitno proizvedeni debeloslojni otpornici su imali tolerancije otpornosti od 5%, a zatim su standardne tolerancije poboljšane na oko 1%. Tankoslojni otpornici imaju toleranciju između 0.1% i 1%. Neki tipovi otpornika, kao što su ultra-precizni metaslojni-otpornici, imaju još manje tolerancije koje su reda veličine 0.005%. Sa stanovišta verovatnoće to znači da se odgovarajuća otpornost može tretirati kao nasumična promenljiva sa odgovarajućom funkcijom gustine verovatnoće (PDF).

Definisani parametar otpornog kola, kao što je njegova ekvivalentna otpornost ili prenosni odnos, generalno je nelinearna funkcija otpornosti koje čine kolo. Izuzetak je ekvivalentna otpornost kod serijske veze otpornika. Iako su raspodele sa simetričnim funkcijama gustine verovatnoće, kao što su uniformne ili normalne raspodele, usvojene za parametre komponenata koje sačinjavaju kolo, nelinearnost funkcije kola dovodi do asimetrije funkcije gustine verovatnoće parametara kola. Asimetrija funkcije gustine verovatnoće dovodi do toga da se nominalna, srednja i najverovatnija vrednost parametara kola razlikuju.

Procentne tolerancije otpornika, koji sačinjavaju razdelnik, tretiraju se kao maksimalno relativne nesigurnosti koje definišu granice dobijenih funkcija gustine verovatnoće. U slučaju razdelnika napona sa neravnomernom raspodelom funkcije gustina verovatnoće otpornosti, izraz za funkciju gustine verovatnoće prenosnog odnosa razdelnika napona dobija se analitičkim putem i upoređuje se sa grafičkim prikazima, koji su dobijeni numeričkim (Monte Karlo) simulacijama. Kod normalne raspodele napona, analitički pristup postaje glomazan, pa se analiza ovih kola oslanja na simulacije za grafički prikaz funkcija gustine verovatnoće naponskog odnosa i izračunavanje vrednosti njihovih parametara.

Ispitivanje u ovom radu je slično statističkoj analizi tolerancije i propagiranju nesigurnosti pri merenju. Odnosi razdelnika napona su određeni i pomoću statističkih metoda slučajnog uzorka i teoretskog pristupa teorije verovatnoće [90].

6.1.1. Probabilistički postupak kod tolerancije otpornika

Tolerancija otpornika izražava maksimalno odstupanje otpornosti od nominalne vrednosti. Ovo odstupanje je stohastično, pa se otpornost može tretirati kao slučajni kvantitet, uz PDF koja ima ne-nulte vrednosti u okviru intervala koji je definisan tolerancijom. Ovaj interval obuhvata nominalnu vrednost i njegove granice su dobijene procentom tolerancije, što znači maksimalnu relativnu nesigurnost u odnosu na nominalnu vrednost [91,92].

Ukoliko nisu dostupne dodatne informacije, npr. kako se očekuje da se moguće vrednosti otpornosti raspodele unutar datog intervala, slučajnoj otpornosti se dodeljuje uniformna raspodela, centrirana na nominalnu vrednost, čija polovina je jednaka maksimalnoj relativnoj nesigurnosti pomnoženoj nominalnom vrednošću. Uniformna raspodela izražava jednaku verovatnoću da otpornost zauzme bilo koju pojedinačnu vrednost iz intervala tolerancije. Označavanjem nominalne otpornosti sa R_0 , a tolerancije otpornika (maksimalnu relativnu nesigurnost) sa $\Delta R/R_0$, otpornost R ima uniformnu raspodelu $R \sim Unif(R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R)$ sa PDF f_R jednaku:

$$f_R = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta R} & R \in [R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R] \\ 0 & R \notin [R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R] \end{cases} \quad (6.1)$$

Ukoliko se donja i gornja granica otpornosti preimenuju na $R' = R_0 - \Delta R$ i $R'' = R_0 + \Delta R$,

raspodela je $R \sim Unif(R', R'')$ i njena PDF:

$$f_R = \begin{cases} \frac{1}{R'' - R'} & R \in [R', R''] \\ 0 & R \notin [R', R''] \end{cases} \quad (6.2)$$

Drugi pristup je da se dodeli normalna (Gausova) raspodela otporniku, centrirana oko nominalne otpornosti R_0 , sa ΔR koji je jednak trostrukoj standardnoj nesigurnosti. U ovom slučaju, PDF otpornosti je:

$$f_R = \frac{1}{\Delta R \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(R-R_0)^2}{2(\Delta R/3)^2}} \quad (6.3)$$

Kako bi se ograničile moguće vrednosti otpornosti na konačni opseg, pri čemu su donja i gornja granica $R' = R_0 - \Delta R$ i $R'' = R_0 + \Delta R$, često se koristi tzv. skraćena normalna raspodela [1, 4, 5]. Funkcija gustine verovatnoće za skraćenu raspodelu se mora ponovo normalizovati preko $[R', R'']$ opsega. Sa ΔR koji je i dalje jednak trostrukoj standardnoj nesigurnosti, to se postiže deljenjem desne strane jednačine (6.3) sa:

$$\begin{aligned} & \Phi\left(\frac{R'' - R_0}{\Delta R/3}\right) \\ & - \Phi\left(\frac{R' - R_0}{\Delta R/3}\right) \end{aligned} \quad (6.4)$$

gde je $\Phi(x)$ standardna normalna funkcija kumulativne raspodele (CDF):

$$\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (6.5)$$

Nakon što se izrazi za R' i R'' uvrste u jednačinu (6.5), dobija se $\Phi(3) - \Phi(-3) \approx 0.9973$. Funkcija gustine verovatnoće otpornosti, koja je raspoređena prema skraćenoj normalnoj raspodeli, jeste:

$$f_R = \begin{cases} \frac{1.0027}{\Delta R \sqrt{2\pi/3}} & R \in [R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R] \\ 0 & R \notin [R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R] \end{cases} \quad (6.6)$$

Ukoliko slučajna promenljiva X prati skraćenu normalnu raspodelu, pišemo $X \sim TN(\mu, \sigma^2, a, b)$, gde su μ i σ očekivane vrednosti i standardno odstupanje od originalne normalne raspodele, dok su a i b granice skraćenog opsega. Za otpornost dobijamo izraz $R \sim TN(R_0, (\Delta R/3)^2, R', R'')$, gde se pretpostavlja da je $\Delta R = 3\sigma$.

U ovom radu se zanemaruje temperaturni drift otpornosti, druga značajna karakteristika koja se navodi od strane proizvođača otpornika. Celokupna analiza se odvija pod pretpostavkom da je temperatura otpornika, koja proizilazi iz samozagrevanja i termalne interakcije sa okolinom, konstantna za vremenski interval koji se posmatra.

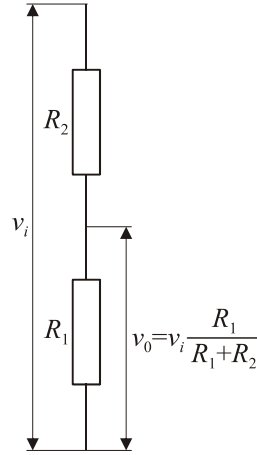
6.1.2. Teoretska funkcija gustine verovatnoće odnosa razdelnika napona

Razdelnici napona imaju značajnu ulogu u aktivnim i mernim kolima. Najčešća upotreba razdelnika je za snižavanje napona do željene vrednosti. Druga široka upotreba razdelnika napona je kao komponenta u strukturi mosta, pri čemu je barem jedan od otpornika senzor (npr. uređaji za merenje naprezanja, piezo-otpornik, termootporni senzor, foto-otpornik). Nominalne vrednosti otpornika u mostu su obično jednako podešene u cilju maksimalne osetljivosti merenja i kompenzacije temperature. U najmanju ruku naponski odnosi u mostu moraju da budu jednaki, kako bi most bio u ravnoteži i da bi obezbedio nulti izlazni napon pri nultoj vrednosti merene veličine.

Šema razdelnika napona (dva otpornika) je prikazana na Slici 6.1. I dc (jednosmerni) i ac (naizmjenični) ulazni napon se dovodi do razdelnika (razdelnika). Parametar koji karakteriše kolo razdelnika napona je naponski odnos, definisan kao output-input naponski odnos $\alpha = v_o/v_i$. Ako se pretpostavi da je ulazni napon dobijen iz idealnog izvora napona, sa zanemarljivom unutrašnjom otpornošću, naponski odnos za razdelnik napona (dva otpornika) je:

$$\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.7)$$

Izraz (6.7) je nelinearna funkcija kola, zavisna od dve ulazne veličine odnosno dve otpornosti. Ovo je isključivo validno samo kada razdelnik nije opterećen drugim kolima koja su povezana sa njegovim izlaznim terminalima. To se praktično postiže tako što se znatno smanji izlazna otpornost razdelnika $R_{out} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ u odnosu na izlaznu otpornost kola narednog stepena. Ukoliko je ulazna otpornost narednog stepena uporediva sa R_{out} , u cilju trenutne analize je dovoljno pretpostaviti da je njen efekat uključen i u nominalnu otpornost i toleranciju otpornika R_1 .



Slika 6.1. Šema razdelnika napona

Sledeći razmatranja u odeljku 2, otpornicima u razdelniku napona prikazanim na Slici 6.1 mogu se dodeliti uniformne raspodele $R_1 \sim Unif(R_1', R_1'')$ i $R_2 \sim Unif(R_2', R_2'')$ ili skraćene normalne raspodele $R_1 \sim TN(R_{01}, (\Delta R_1/3)^2, R_1', R_1'')$ i $R_2 \sim TN(R_{02}, (\Delta R_2/3)^2, R_2', R_2'')$. Razmotrimo prvo imenilac izraza (3) za ova dva slučaja. Funkcija gustine verovatnoće zbira dve nezavisne slučajne promenljive se dobija kao skup njihovih funkcija gustine verovatnoće. Za nezavisnu uniformno raspoređenu otpornost R_1 i R_2 , njihov zbir $R_1 + R_2$ ima ili trapezoidnu ili trougaonu funkcija gustine verovatnoće, zavisno od širina te dve uniformne raspodele [91]. Zbir dve nezavisne normalno raspoređene otpornosti $R_1 \sim N(R_{01}, (\Delta R_1/3)^2)$ i $R_2 \sim N(R_{02}, (\Delta R_2/3)^2)$ je, takođe, normalna slučajna promenljiva $(R_1 + R_2) \sim N(R_{01} + R_{02}, (\Delta R_1/3)^2 + (\Delta R_2/3)^2)$.

Za uniformno distribuirane otpornosti funkcija gustine verovatnoće odnosa razdelnika napona α se može analitički dobiti na sledeći način: pomoćna varijabla β se uvodi kao $\beta = R_2$, tako da postoji skalarna funkcija koja povezuje slučajne vektore (R_1, R_2) i (α, β) , definisane jednačinom:

$$R_1 = \frac{\alpha, \beta}{1 - \alpha} \quad (6.8)$$

$$R_2 = \beta \quad (6.9)$$

Funkcije gustine verovatnoće otpornosti R_1 i R_2 su:

$$f_{R_1} = \begin{cases} \frac{1}{R_1'' - R_1'} & R_1 \in [R_1', R_1''] \\ 0 & R_1 \notin [R_1', R_1''] \end{cases} \quad (6.10)$$

$$f_{R_2} = \begin{cases} \frac{1}{R_2'' - R_2'} & R_2 \in [R_2', R_2''] \\ 0 & R_2 \notin [R_2', R_2''] \end{cases} \quad (6.11)$$

gde su R_1', R_1'', R_2' i R_2'' pozitivni.

Pretpostavimo da su otpornosti R_1 i R_2 nezavisne, zajednička funkcija gustine verovatnoće (R_1, R_2) vektora jednaka je proizvodu graničnih funkcija gustine verovatnoće f_{R_1} i f_{R_2} , koje su date jednačinama (6.10) i (6.11):

$$f_{R_1, R_2} = f_{R_1} \cdot f_{R_2} = \frac{1}{(R_1'' - R_1')(R_2'' - R_2')}, \quad R_1 \in [R_1', R_1''], R_2 \in [R_2', R_2''] \quad (6.12)$$

Nosilac zajedničke funkcije gustine verovatnoće, tj. podregion $R_1 - R_2$ domena gde vrednost funkcije nije nula, naznačen je u jednačini (6.12).

Verovatnoća da vrednost slučajnog vektora (R_1, R_2) spada unutar elementarne oblasti $dR_1 dR_2$ u $R_1 - R_2$ domenu je jednaka verovatnoći da je vrednost slučajnog vektora (α, β) unutar odgovarajuće elementarne oblasti $d\alpha d\beta$ u $\alpha - \beta$ domenu. Pri prelasku iz jedne u drugu grupu koordinata elementarne oblasti u ova dva domena su povezane putem Jakobijanove determinante

$$dR_1 dR_2 = |J| d\alpha d\beta \quad (6.13)$$

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial R_1}{\partial \beta} \\ \frac{\partial R_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial R_2}{\partial \beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{\beta}{1 - \alpha^2} \quad (6.14)$$

Pomenuta jednakost verovatnoća, izražena putem zajedničkih gustina verovatnoća dva slučajna vektora, daje:

$$f_{(\alpha, \beta)} d\alpha d\beta = f_{(R_1, R_2)} dR_1 dR_2 \quad (6.15)$$

Korišćenjem jednačina (6.12), (6.14) i (6.15), zajednička PDF (α, β) vektora se dobija kao:

$$f_{(\alpha, \beta)} = \frac{1}{(R_1'' - R_1')(R_2'' - R_2')} \frac{1}{(1 - \alpha^2)^2} \beta \quad (6.16)$$

Oslonac ove zajedničke funkcije gustine verovatnoće, tj. podregion $\alpha - \beta$ domena gde je $f_{(\alpha, \beta)} \neq 0$, definisan je pomoću sledećih intervala:

$$\alpha \in \left[\frac{R_1'}{R_1' + R_2'}, \frac{R_1''}{R_1'' + R_2''} \right] \quad (6.17)$$

$$\beta \in [R_2' \cdot R_2''] \quad (6.18)$$

$$R_1 = [R_1' \cdot R_1''] \quad (6.19)$$

Minimalne i maksimalne vrednosti α u izrazu (6.17) se mogu dobiti uvođenjem graničnih vrednosti vrednosti otpornosti R_1 i R_2 u relaciju (6.7), uzimajući u obzir da su sve ove granice (R_1', R_1'', R_2' i R_2'') pozitivne. Korišćenjem jednačine (6.8), opseg u relaciji (6.19) proizvodi drugi interval u kojem treba da bude β da $f(\alpha, \beta)$ ne bi bila jednaka nuli:

$$\beta = \left[R_1' \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right), R_1'' \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \right] \quad (6.20)$$

Granična funkcija gustine verovatnoće naponskog odnosa f_α se dobija integracijom zajedničke funkcije gustine verovatnoće $f(\alpha, \beta)$, uzimajući u obzir β za sve moguće vrednosti, tj. od $-\infty$ do $+\infty$:

$$f_\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) d\beta \quad (6.21)$$

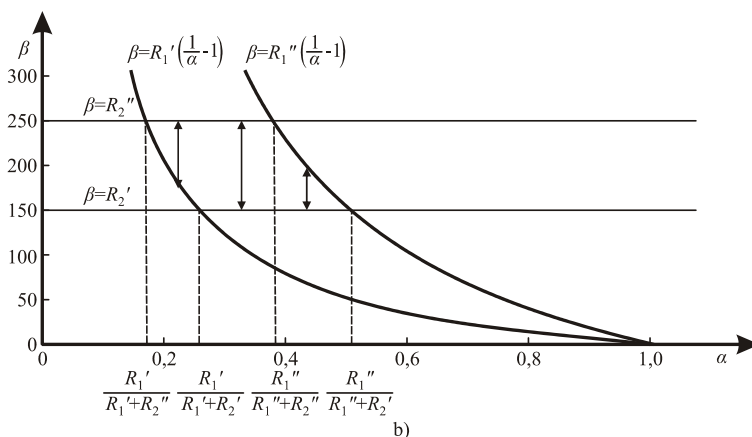
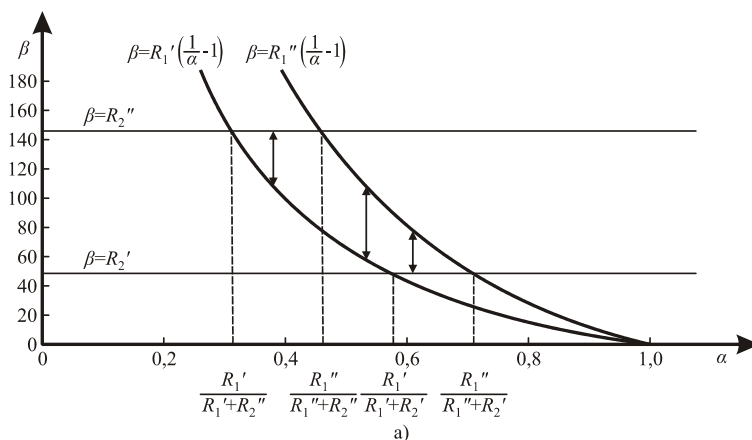
Rešenje ovog određenog integrala zavisi od graničnih vrednosti β , za koji $f(\alpha, \beta)$ nije jednaka nuli, što prema relaciji (6.20) opet zavisi i od α . To znači da je f_α različita za različite opsege α . Kako $f(\alpha, \beta)$ ne bi bila jednaka nuli, β treba da zadovolji i izraze (6.18) i (6.20). Koji od ova dva intervala nameće strožije ograničenje donje ili gornje granice β zavisice od vrednosti α . Dva opsega β su predstavljena grafikonom β u odnosu na α , na Slici 6.2. Granice, predstavljene izrazom (6.18), prikazane su kao horizontalne linije pri $\beta = R_2'$ i $\beta = R_2''$, dok su granice u izrazu (6.20) dve hiperbole $\beta = R_1'(1/\alpha - 1)$ i $\beta = R_1''(1/\alpha - 1)$. Gornje i donje granice se mogu izvesti iz grafikona radi korišćenja u rešavanju integrala (6.21).

Minimalna moguća vrednost α , ispod koje je $f_{(\alpha, \beta)}$ jednaka nuli, odgovara preseku krivih $\beta = R_2'$ i $\beta = R_1''(1/\alpha - 1)$, što daje $\alpha_{\min} = R_1' / (R_1' + R_2'')$. Kod vrednosti α koje su niže od ovih, dva intervala β se ne preklapaju, gornja granica jedne je niža od donje granice druge, pa stoga, $f(\alpha, \beta) = 0$. Istim obrazloženjem se dolazi do toga da se maksimalna vrednost α , iznad koje je $f(\alpha, \beta) = 0$, nalazi u preseku krivulja $\beta = R_2'$ i $\beta = R_1''(1/\alpha - 1)$, što daje $\alpha_{\min} = R_1'' / (R_1'' + R_2')$.

Postoje dva različita slučaja koja se mogu javiti, prvi je kada je $R_1''/(R_1'' + R_2'') < R_1'/(R_1' + R_2')$, što je prikazano na Slici 6.2.a) i drugi, suprotni, koji je prikazan na Slici 6.2.b). U svakom slučaju, rešenje integrala (6.21) ima pet različitih formata u pet susednih opsega α . Generalno rešenje izraza (6.21) je:

$$f_\alpha = \frac{1}{2(R_1'' - R_1')(R_2'' - R_2')} \frac{1}{(1-\alpha)^2} \beta^2 I_{\beta_{lower}}^{\beta_{upper}} \quad (6.22)$$

gde β_{upper} i β_{lower} su gornja i donja granica za β u bilo kom određenom opsegu α , a koje su označene vertikalnim linijama sa strelicama, na Slici 6.2.a) i 6.2.b).



Slika 6.2. Grafici prikazuju granične vrednosti za β , za koje $f(\alpha, \beta)$ nije jednaka nuli u različitim opsezima α , za dva različita slučaja: a) $R_1''/(R_1'' + R_2'') < R_1'/(R_1' + R_2')$ i b) $R_1''/(R_1'' + R_2'') > R_1'/(R_1' + R_2')$. Vertikalne linije sa strelicama označavaju gornju i donju granicu za β u određenim opsezima α .

Konačno rešenje za funkciju gustine verovatnoće od promenljive α , kada su otpornosti uniformno raspoređene, postaje:

$$f_{\alpha} = \frac{1}{2(R_1'' - R_1')(R_2'' - R_2')(1-\alpha)^2} \begin{cases} 0 & \alpha \in \left(0, \frac{R_1'}{R_1 + R_2''}\right] \\ \left(R_2''\right)^2 - \left(R_1'\right)^2 \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 & \alpha \in \left[\frac{R_1'}{R_1 + R_2''}, \min\left(\frac{R_1''}{R_1 + R_2''}, \frac{R_1'}{R_1 + R_2'}\right)\right] \\ \left(\left(R_1''\right)^2 - \left(R_1'\right)^2\right) \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 & \alpha \in \left[\frac{R_1''}{R_1 + R_2''}, \frac{R_1'}{R_1 + R_2'}\right], \text{ if } \frac{R_1''}{R_1 + R_2''} < \frac{R_1'}{R_1 + R_2'} \\ \left(R_2''\right)^2 - \left(R_2'\right)^2 & \alpha \in \left[\frac{R_1'}{R_1 + R_2'}, \frac{R_1''}{R_1 + R_2''}\right], \text{ if } \frac{R_1''}{R_1 + R_2''} > \frac{R_1'}{R_1 + R_2'} \\ \left(R_1''\right)^2 \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 - \left(R_2'\right)^2 & \alpha \in \max\left(\frac{R_1''}{R_1 + R_2''}, \frac{R_1'}{R_1 + R_2'}\right), \left(\frac{R_1''}{R_1 + R_2''}\right) \\ 0 & \alpha \in \left[\frac{R_1''}{R_1 + R_2''}, 1\right) \end{cases}$$

Kada su X i Y slučajne promenljive sa nultim srednjim normalnim raspodelama, njihov odnos X/Y ima Košijevu raspodelu [93,94,95]. Međutim, kada dve normalne raspodele imaju srednju vrednost koja nije jednaka nuli, kao u slučaju normalno raspoređenih otpornosti razdelnika, raspodela odnosa je mnogo komplikovanija [96,97]. Stoga u ovom slučaju povoljnije koristiti numeričku simulaciju, pod pretpostavkom da otpornosti imaju normalne raspodele [98,99,100].

6.1.3. Grafički prikazi za razdelnik sa uniformno distribuiranim otpornostima

Različiti slučajevi razdelnika napona (dva otpornika) sa uniformno distribuiranim otpornostima razlikuju se po nominalnim otpornostima i pridruženim tolerancijama (maksimalne relativne nesigurnosti). I nominalne otpornosti dva otpornika i njihove tolerancije mogu da budu jednake ili da se razlikuju, pri čemu je jedna veća ili manja.

Grafički prikazi na Slici 6.3 a) predstavljaju funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa, koji su određeni iz analitičkog izraza (6.23), za razdelnike čiji otpornici imaju jednake tolerancije $\Delta R_1/R_{01} = \Delta R_2/R_{02} = 50\%$. Tolerancije su namerno preuveličane u odnosu na tipične tolerancije otpornika koje se mogu naći u praksi ($\sim 1\%$), kako bi se efekat nelinearnosti funkcije kola učinio vidljivim na obliku naponskog odnosa funkcije gustine verovatnoće. Centralni grafički prikaz je za razdelnik sa $R_{01} = R_{02} = 100\Omega$ (tj. nominalni odnos od $\alpha_0 = 0,5$), levi grafički prikaz za $R_{01} = 20\Omega$, $R_{02} = 80\Omega$ ($\alpha_0 = 0,2$), a desni za $R_{01} = 70\Omega$, $R_{02} = 30\Omega$ ($\alpha_0 = 0,7$). Nominalna (α_0), srednja ($\bar{\alpha}$) i najverovatnija (α_m) vrednost naponskog odnosa za svaki razdelnik, numerički izračunate iz izraza (6.23), označene su redom pomoću pune, isprekidane i tačkaste vertikalne linije.

Za razdelnik sa jednakim otpornostima i jednakim tolerancijama (centralni grafički prikaz na Slici 6.3.a) Funkcija gustine verovatnoće odnosa je simetrična, vrednosti oko 0,5. Nominalna, srednja i najverovatnija vrednost odnosa se podudaraju ($\alpha_0 = \bar{\alpha} = \alpha_m = 0,5$). Funkcija gustine verovatnoće ima oblik krivolinijskog trougla, sa stranama koje imaju po jednu tačku prevoja. Razdelnici sa nominalnim odnosima različitim od vrednosti 0,5 (bočni prikazi na Slici 6.3.a) imaju izrazito asimetrične funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa, što rezultuje odstupanjem srednje vrednosti odnosa od α_0 . U sva tri slučaja, funkcije gustine verovatnoće imaju oblik krivolinijskog trougla, sa $\alpha_0 = \alpha_m$. Tačkaste vertikalne linije, koje odgovaraju vrednostima α_m , nisu vidljive, jer se preklapaju sa punim linijama koje predstavljaju vrednosti α_0 . Jednakost tolerancije otpornika $\Delta R_1/\Delta R_{01} = \Delta R_2/\Delta R_{02}$ daje izraz:

$$\frac{\frac{R_1'' - R_1'}{2}}{\frac{R_1' + R_1''}{2}} = \frac{\frac{R_2'' - R_2'}{2}}{\frac{R_2' + R_2''}{2}} \quad (6.24)$$

koji se redukuje na izraz:

$$\frac{R_2'}{R_1'} = \frac{R_2''}{R_1''} \quad (6.25)$$

odakle sledi da je:

$$\frac{R_1'}{R_1' + R_2'} = \frac{R_1''}{R_1'' + R_2''} \quad (6.26)$$

Jednačina (6.26) pokazuje da su granice centralne regije u izrazu (6.23) jednake, što znači da segment f_α nedostaje, što čini funkcije gustine verovatnoće krivolinijski trouglastim.

Histogrami vrednosti naponskog odnosa za prethodno razmatrane razdelnike pri $\alpha_0 = 0,2$ i $\alpha_0 = 0,7$, određene Monte Karlo metodom (MCM), prikazani su na Slici 6.3.b). MCM je numerička simulacija koja koristi nasumično izabrane vrednosti otpornosti za izračunavanje vrednosti naponskog odnosa. Vrednosti se u više navrata uzorkuju iz odgovarajućih raspodela. U ovom slučaju su u pitanju uniformne raspodele tokom intervala koji su određeni tolerancijama otpornika $R_1 \sim Unif(R_{01} - \Delta R_1, R_{01} + \Delta R_1)$, $R_2 \sim Unif(R_{02} - \Delta R_2, R_{02} + \Delta R_2)$.

U svakom proračunavanju, R_1 i R_2 vrednosti se nezavisno uzorkuju, a vrednost α se izračunava u skladu sa izrazom (6.7). Dobijene vrednosti odnosa se, potom, beleže na

histogramu sa određenom širinom intervala (npr. veličina ograđenog mesta). Radi poređenja sa grafičkim prikazima funkcije gustine verovatnoće korišćeni su skalirani histogrami relativne frekvencije, u kojima je visina svakog ograđenog dela dobijena deljenjem relativne frekvencije tog ograđenog dela njegovom veličinom. Ova vrsta histograma je poznata i kao histogram relativnih frekvencija i gustine.

Svaki histogram na Slici 6.3.b) je proizveden sa 10^8 izračunavanja. Funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa su aproksimirane pomoću ovojnice histograma. Klasa levog histograma je 0,0001. Za ovako veliki broj ispitivanja odgovarajuća obvojnica histograma se lako uočava. Za ovu klasu histograma nije moguće zasebno posmatrati pojedinačne elemente histograma, već se oni prikazuju zajedničkom sivom oblašću. Kako bi se ilustrovala diskretna priroda histograma, izabrana je klasa histograma veličine 0,01 (na desnoj strani). Ovo je rezultiralo neravnom obvojnomo linijom histograma koja ,ipak, daje dobru ideju o obliku PDF. Analitičke PDF krivulje za dva razdelnika su ponovo prikazane kao isprekidani grafički prikazi, na Slici 6.3.b). Očigledno je da postoji odlična saglasnost između analitičkih grafičkih prikaza i ovojnice histograma.

Grafički prikazi na Slici 6.4.a) pokazuju funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa iz izraza (6.23) za razdelnike čije se tolerancije otpornika razlikuju. Nominalne otpornosti, a time i nominalni naponski odnosi, jednake su za tri razdelnika na Slici 6.3.a) (α_0 je 0,2, 0,5 i 0,7, sa leva na desno). Levi grafički prikaz je za razdelnik sa $R_{01} = 20\Omega$, $R_{02} = 80\Omega$, $\Delta R_1/R_{01} = 25\%$ i $\Delta R_2/R_{02} = 50\%$. Centralni grafički prikaz je za $R_{01} = R_{02} = 100\Omega$, $\Delta R_1/R_{01} = 50\%$ i $\Delta R_2/R_{02} = 30\%$. Desni grafički prikaz je za $R_{01} = 70\Omega$, $R_{02} = 30\Omega$, $\Delta R_1/R_{01} \approx 14.3\%$ i $\Delta R_2/R_{02} = 50\%$. Budući da jednakost (6.26) više ne važi, svaka od ovih funkcija gustine verovatnoće ima svih pet segmenata, predviđenih izrazom (6.23). Sve funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa imaju oblik nepravilnog krivolinijskog četvorougla, sa izrazitom asimetrijom koja proizilazi iz nelinearnosti funkcije kola. Asimetrija funkcija gustine verovatnoće dovodi do razlika između nominalnih, srednjih i najverovatnijih vrednosti naponskog odnosa kod sva tri razdelnika. Ponovo su tolerancije namerno preuveličane kako bi se uočila razlika $\bar{\alpha}$ i α_m od vidljive α_0 .

Slika 6.4.b) pokazuje skalirane histograme relativne frekvencije vrednosti naponskog odnosa za prethodno razmatrane razdelnike sa $\alpha_0 = 0,2$ i $\alpha_0 = 0,7$, koje su određene pomoću MCM. Svaki histogram je generisan sa 10^8 ispitivanja i veličinom klase histograma od 0,001. Analitičke PDF krive za dva razdelnika, prikazane kao isprekidani grafički prikaz, gotovo perfektno se uklapaju u ovojnici histograma.

Za realne tolerancije otpornika, reda 1%, funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa su mnogo uže. Pretpostavljajući uniformnu raspodelu otpornosti, grafički prikazi funkcije gustine verovatnoće se pojavljuju kao manje asimetrični i sa ravnim stranama, nalik na trouglaste i trapezoidne raspodele. Odstupanje $\bar{\alpha}$ i α_m od α_0 je i dalje prisutna, mada u manjoj meri.

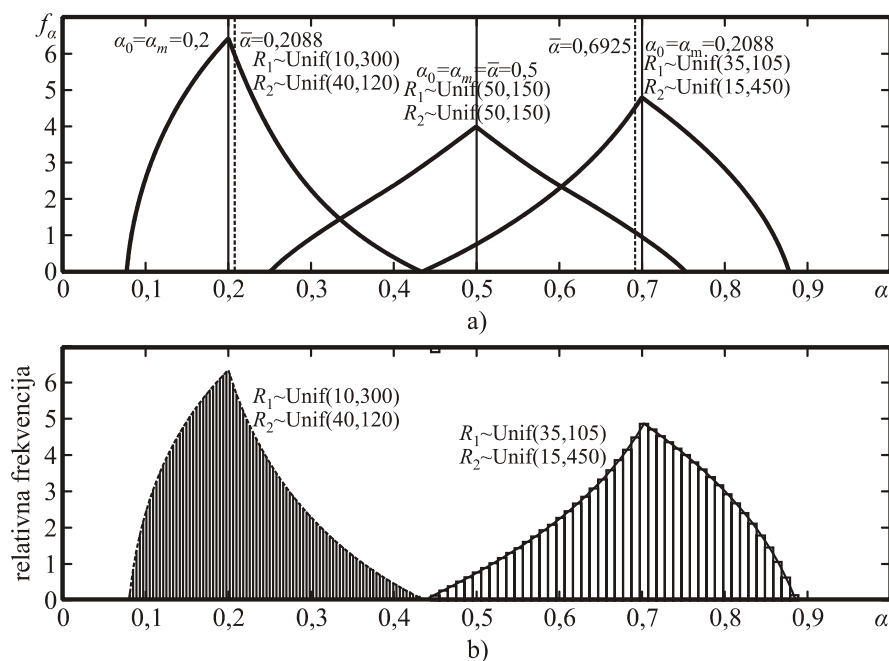
6.1.4. Grafički prikazi za razdelnik napona sa normalno distribuiranim otpornostima

Slike 6.5 i 6.6 pokazuju skalirane histograme relativne frekvencije naponskih odnosa koji su određeni pomoću MCM za dva razdelnika: jedan sa $R_{01}=100\Omega$ (tolerancije 50%), $R_{02}=100\Omega$ (tolerancije 5%), a drugi sa $R_{01}=20\Omega$ (tolerancije 10%), $R_{02}=100\Omega$ (tolerancije 50%). Kao što je predloženo u odeljku 2, vrednosti otpornosti su uzorkovane iz skraćenih normalnih raspodela. Za prvi od ova dva razdelnika imamo $R_1 \sim TN(100, (50/3)^2, 50, 150)$, $R_2 \sim TN(100, (5/3)^2, 95, 105)$, a za drugi $R_1 \sim TN(20, (2/3)^2, 18, 22)$, $R_2 \sim TN(100, (50/3)^2, 50, 150)$. Svaki histogram je generisan sa 10^8 izračunavanja i klasom od 0,001. Kontinuitet histograma omogućuje lako posmatranje oblika funkcija gustine verovatnoće naponskog odnosa, aproksimovane pomoću ovojnice histograma. Iako je ukupan oblik funkcija gustine verovatnoće nalik na zvono, sličan onom kod normalne raspodele, takođe postoji izrazita asimetrija funkcija gustine verovatnoće u oba slučaja. Nominalna, srednja i najverovatnija vrednost naponskih odnosa su prikazane redom punom, isprekidanom i tačkastom vertikalnom linijom. I ovde su tolerancije otpornosti prenaplašene kako bi se primetila asimetrija grafičkih prikaza i divergencija $\bar{\alpha}$ i α_m od α_0 .

6.1.5. Zaključak

U okviru matematičke teorije verovatnoće činjenica da se otpornici proizvode sa određenom tolerancijom znači da se odgovarajuća otpornost može tretirati kao slučajna promenljiva sa funkcijom gustine verovatnoće (PDF). U ovom radu je dat analitički izraz za PDF naponskog odnosa za razdelnik napona (dva otpornika) sa uniformno raspoređenim otpornostima. Grafički prikazi ove teorijske PDF pokazuju odličnu saglasnost sa odgovarajućim rezultatima koji su dobijeni pomoću numeričkih (Monte Karlo) simulacija, a koji koriste nasumično proizvedene vrednosti otpornosti za izračunavanje vrednosti naponskog odnosa. Ova saglasnost sugeriše da se Monte Karlo simulacija može koristiti u slučajevima kada otpornosti imaju raspodele drugačije od uniformne, a koje se analitički teško tretiraju. Pod pretpostavkom da otpornosti slede skraćene normalne raspodele, Monte Karlo simulacije se koriste za dobijanje grafičkih

prikaza funkcije gustine verovatnoće naponskog odnosa, koji su predstavljeni ovojnicom histograma vrednosti naponskog odnosa.

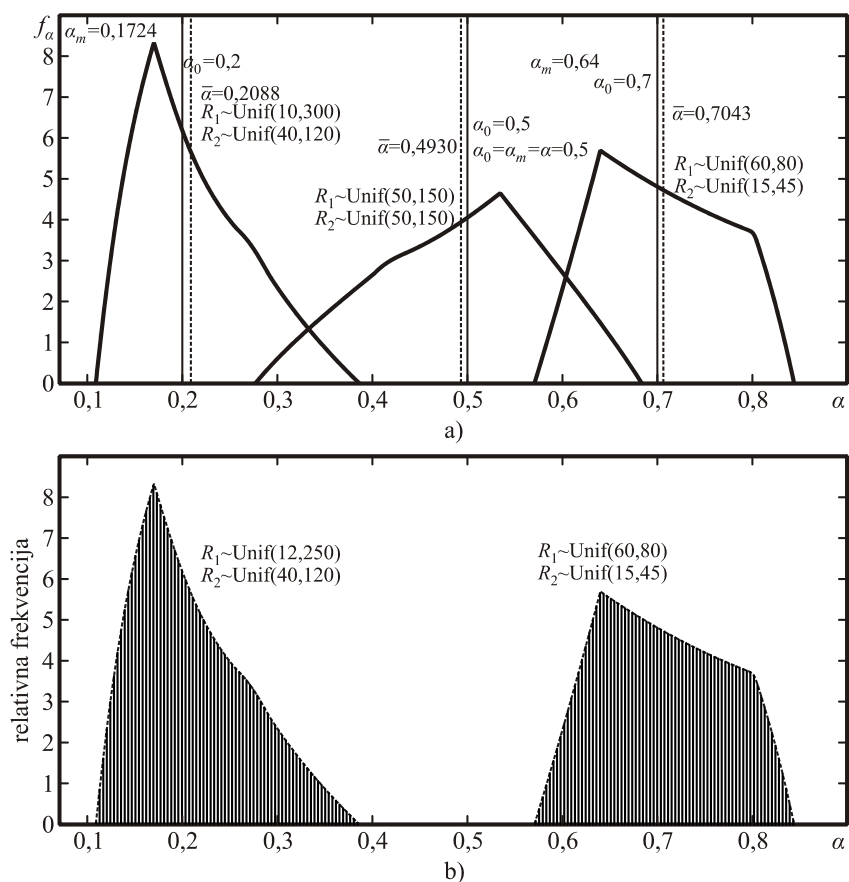


Slika 6.3. Segmenti za razdelnike čiji otpornici imaju jednaku toleranciju i uniformnu raspodelu otpornosti

- Odnos napona: Funkcije gustine raspodele određene analitičkim izrazom za razdelnike sa $\Delta R_1/ R_{01} = \Delta R_2/ R_{02} = 50\%$. Centralni deo je za razdelnike sa $R_{01} = R_{02} = 100\Omega$ (nominalna vrednost $\alpha_0 = 0,5$), deo levo za $R_{01} = 20\Omega$, $R_{02} = 80\Omega$ ($\alpha_0 = 0,2$) i segment desno $R_{01} = 70\Omega$, $R_{02} = 30\Omega$ ($\alpha_0 = 0,7$). Nominalna (α_0) i srednja vrednost ($\bar{\alpha}$) odnosa napona za svaki razdelnik su predstavljene punim, odnosno isprekidanim vertikalnim linijama. Tačkaste vertikalne linije koje odgovaraju najverovatnijoj vrednosti (α_m) nisu vidljive, zato što su preko njih pune linije koje koje predstavljaju vrednost α_0 .
- Kalibracija relativne vrednosti frekvencije na grafiku odnosa napona za prethodno pomenute razdelnike $\alpha_0 = 0,2$ i $\alpha_0 = 0,7$, određene su Monte Karlo metodom sa 10^8 pokušaja. Veličine bina su $0,0001$ i $0,01$ za levi i desni histogram. Funkcije gustine verovatnoće odnosa napona su aproksimativno određene na grafiku. Analitička kriva funkcije gustine verovatnoće za dva razdelnika je prikazana isprekidanom linijom.

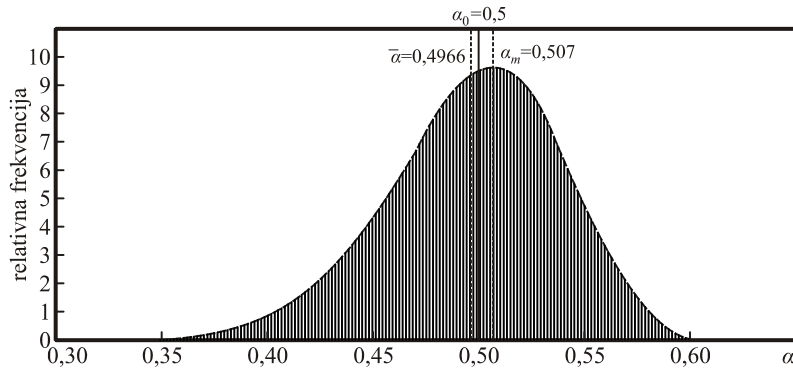
Bilo da su otpornostima dodeljene uniformne ili normalne raspodele, rezultujuća funkcija gustine verovatnoće naponskog odnosa razdelnika je asimetrična. Izuzetak je slučaj kada otpornosti imaju jednake nominalne vrednosti i jednake tolerancije. Ova asimetrija je uzrokovana nelinearnošću funkcije kola razdelnika napona. To dovodi do odstupanja srednje i najverovatnije vrednosti od nominalne vrednosti naponskog odnosa. Stepen asimetrije i rezultantne funkcije gustine verovatnoće i razlika između nominalne, srednje i

najverovatnije vrednosti zavise od specifičnih nominalnih otpornosti, kao i od njihovih tolerancija. Relativna odstupanja (odstupanje) od nominalne vrednosti mogu u opštem slučaju imati i pozitivnu i negativnu vrednost.

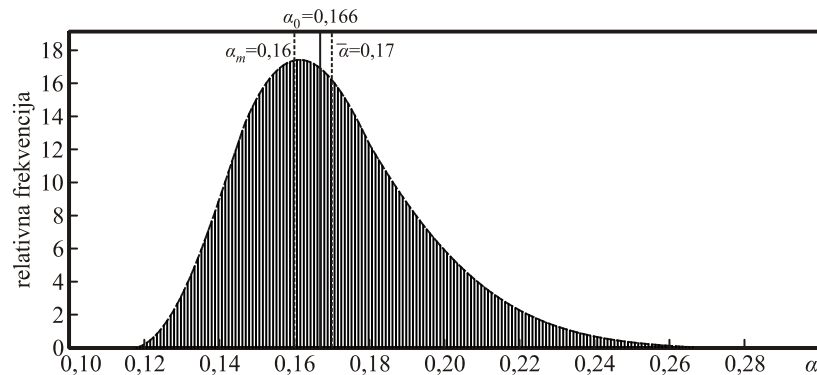


Slika 6.4. Segmenti za razdelnike čiji otpornici imaju različitu toleranciju i uniformnu raspodelu otpornosti

- Odnos funkcije gustine verovatnoće napona određen je analitičkim izrazom. Centralni deo je za $R_{01} = R_{02} = 100 \Omega$ (nominalna vrednost $\alpha_0 = 0.5$) za razdelnike sa $\Delta R_1 / R_{01} = 25\%$, $\Delta R_2 / R_{02} = 50\%$, deo levo za $R_{01} = 20 \Omega$, $R_{02} = 80 \Omega$ ($\alpha_0 = 0.2$), $\Delta R_1 / R_{01} = 50\%$, $\Delta R_2 / R_{02} = 30\%$. i segment desno $R_{01} = 70 \Omega$, $R_{02} = 30 \Omega$ ($\alpha_0 = 0.7$), $\Delta R_1 / R_{01} = 14.3\%$, $\Delta R_2 / R_{02} = 50\%$. Nominalna (α_0) i srednja vrednost ($\bar{\alpha}$) odnosa napona za svaki razdelnik su predstavljene punim i isprekidanim vertikalnim linijama, a tačkaste vertikalne linije odgovaraju najverovatnijoj vrednosti (α_m).
- Kalibracija relativne vrednosti frekvencije na grafiku odnosa napona za prethodno pomenute razdelnike $\alpha_0 = 0.2$ i $\alpha_0 = 0.7$, određena je Monte Karlo metodom sa 10^8 izračunavanja. Veličine bina su 0,001 za levi i desni histogram. Funkcije gustine verovatnoće odnosa napona su aproksimativno određene na grafiku. Analitička kriva funkcije gustine verovatnoće za dva razdelnika je prikazana isprekidanom linijom.



Slika 6.5. Kalibracija relativne vrednosti frekvencije na grafiku odnosa napona za razdelnike sa dva otpornika i sa normalnom raspodelom otpornosti ($R_1 \sim \text{TN}(100, (50/3^2, 50, 150))$, ($R_2 \sim \text{TN}(100, (5/3^2, 95, 105))$) određena je Monte Karlo metodom sa 10^8 izračunavanja. Klasa histograma je 0,001 za levi i desni histogram. Nominalna (α_0) i, srednja ($\bar{\alpha}$) i najverovatnija moguća vrednost odnosa napona za svaki razdelnik su predstavljene punim, isprekidanim i tačkastim vertikalnim linijama.

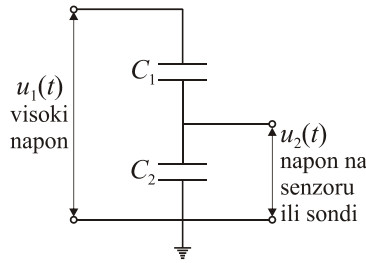


Slika 6.6. Kalibracija relativne vrednosti frekvencije na grafiku odnosa napona za razdelnike sa dva otpornika i sa normalnom raspodelom otpornosti ($R_1 \sim \text{TN}(20, (2/3^2, 18, 22))$, ($R_2 \sim \text{TN}(100, (50/3^2, 50, 150))$) određena je Monte Karlo metodom sa 10^8 izračunavanja. Klasa histograma je 0,001. Nominalna (α_0), srednja ($\bar{\alpha}$) i najverovatnija moguća vrednost odnosa napona za svaki razdelnik su predstavljene punim, isprekidanim i tačkastim vertikalnim linijama.

6.2. Merna nesigurnost kapacitivnog razdelnika napona

Tolerancija električne komponente prikazuje najveća odstupanja od nominalne vrednosti fizičke veličine koja ga karakteriše. Kada se fizička veličina tretira kao slučajna promenljiva, odstupanje od nominalne vrednosti je opisano pomoću verovatnoće raspodele i njene funkcije gustine verovatnoće (PDF). Za kondenzatore u naponskom razdelniku tolerancije povezane s njihovim kapacitivnostima mogu se smatrati bilo kao granica uniformnih raspodela, ili kao 3 standardne devijacije (3-sigma) granice normalne raspodele. Stohastička priroda razdelnika naponskog odnosa može, zatim, biti analizirana pomoću simulacija, pomoću pojedinačnih vrednosti kapacitivnosti odgovarajućih raspodela

i računanja vrednosti n za svaki eksperiment. Nominalne vrednosti i relativne tolerancije koriste se za simulacije u ovom radu pri $C_1 = 200$ pF, $\Delta C_1/C_1 = 5\%$, $C_2 = 1$ pF, i $\Delta C_2/C_2 = 15\%$, što daje nominalni odnos $n \approx C_1/C_2 = 200$ (Slika 6.7).

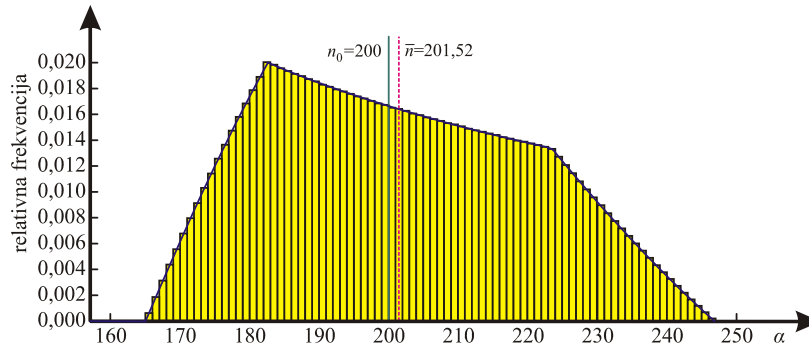


Slika 6.7. Šema kapacitivnog razdelnika napona

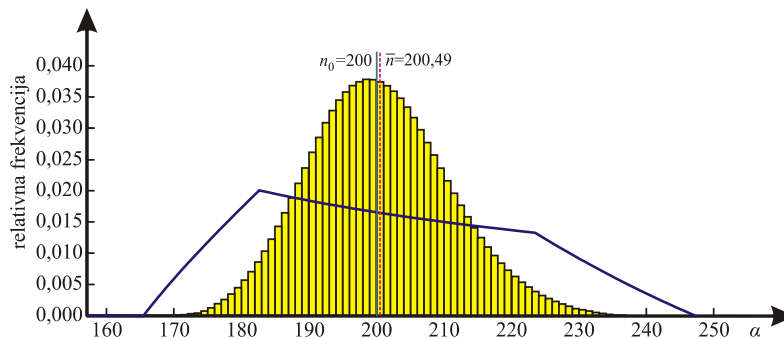
Ako su kapacitivnostima dodeljene uniformne raspodele, njihove polu-širine su jednake tolerancijama kondenzatora: $C_1 \sim \text{Unif}(C_1', C_1'')$, $C_2 \sim \text{Unif}(C_2', C_2'')$, gde je $\Delta C_1 = (C_1'' - C_1')/2$ i $\Delta C_2 = (C_2'' - C_2')/2$.

$$f_n = \frac{1}{2(C_1'' - C_1')(C_2'' - C_2')} \cdot \begin{cases} 0 & n \in \left(0, \frac{C_1'}{C_2''}\right] \\ (C_2'')^2 - \frac{(C_1')^2}{n^2} & n \in \left[\frac{C_1'}{C_2''}, \min\left(\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right)\right] \\ \begin{cases} (C_2'')^2 - (C_2')^2 & n \in \left[\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right], \text{ if } \frac{C_1'}{C_2'} < \frac{C_1''}{C_2''} \\ \frac{(C_1'')^2 - (C_1')^2}{n^2} & n \in \left[\frac{C_1''}{C_2''}, \frac{C_1'}{C_2'}\right], \text{ if } \frac{C_1'}{C_2'} > \frac{C_1''}{C_2''} \end{cases} \\ \frac{(C_1'')^2}{n^2} - (C_2')^2 & n \in \left[\max\left(\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right), \frac{C_1''}{C_2'}\right] \\ 0 & n \in \left[\frac{C_1''}{C_2'}, +\infty\right) \end{cases}$$

Pored obavljanja Monte Karlo simulacije za širenje raspodela, korišćen je gornji izraz za grafički prikaz funkcije gustine raspodele odnosa napona. Rezultati su prikazani na Slici. 6.8. Analitički dobijena kriva je prikazana plavom bojom, dok su rezultati dobijeni simulacijom pomoću 10^6 eksperimenata predstavljeni kao histogram, sa bin vrednošću 1. Ova vrsta histograma je takođe poznata kao relativna frekvencija gustine histograma. Ukupna površina umanjene relativne frekvencije histograma je celina. Naponski odnos funkcije gustine verovatnoće se aproksimira ovojnicom histograma. Raspodela naponskog odnosa je asimetrična i trapezoidna, sa krivolinijskim stranama. Srednja vrednost odnosa napona je slučajna promenljiva $\bar{n} = 201.52$.



Slika 6.8. Rezultati za funkciju gustine verovatnoće odnosa napona kada su kapacitivnosti ravnomerno raspoređene. Analitički prikazana je plavom bojom. Rezultati simulacije sa 10^6 eksperimenata su predstavljeni kao histogram. Zelena vertikalna linija označava nominalnu vrednost ($n = 200$), a isprekidana crvena linija je srednja vrednost odnosa napona ($\bar{n} = 201.52$).



Slika 6.9. Rezultati za funkciju gustine verovatnoće odnosa napona kada su kapacitivnosti normalno raspoređene. Rezultati simulacije sa 10^7 eksperimenata su predstavljeni kao histogram. Zelena vertikalna linija označava nominalnu vrednost ($n = 200$), a isprekidana crvena linija je srednja vrednost odnosa napona ($\bar{n} = 200.49$). Analitički dobijena kriva za uniformnu raspodelu kapacitivnosti sa Slike 6.1 je data radi poređenja.

Ako se uzimaju tolerancije kondenzatora takve da odgovaraju 3-sigma intervalima normalne raspodele, analitičko rešenje za funkciju gustine verovatnoće odnosa napona postaje mnogo složenije i Monte Karlo simulacija je izabrana metoda za generisanje f_n . Pošto tolerancije označavaju maksimalno odstupanje od nominalne vrednosti, korišćene su skraćene normalne raspodele za kapacitivnosti, sa $3\sigma_1 = \Delta C_1$ i $3\sigma_2 = \Delta C_2$. Rezultati simulacije su prikazani na Slici 6.8, što takođe pokazuje analitička kriva dobijena sa uniformnom raspodelom kapacitivnosti (isto kao na Slici. 6.7), pri poređenju. Nakon pokretanja simulacije sa normalnom raspodelom kapacitivnosti za 10 puta, svaki put sa 10^7 pokušaja, dobijeno je 10 različitih vrednosti za srednji odnos napona. Srednja vrednost ovih deset vrednosti podrazumeva da je $\bar{n} = 200,49$. Rezultujuća gustina raspodele verovatnoće odnosa napona je približno Gausova, sa blagim nagibom na levu stranu i dužim desnim krajem.

7. KONSTRUKTIVNA REŠENJA KAPACITIVNOG RAZDELNIKA NAPONA ZA MERENJE BRZOPROMENLJIVIH NAPONA

Za efikasno usklađivanje izolacije, kako na visokonaponskom, tako i na niskonaponskom kraju [101], potrebno je znati prenapon (impulsne napone) u mreži koji su obično komutativnog ili atmosferskog porekla [102,103]. Pojava prenapona u mreži je i potencijalna pretnja kao posledica nuklearne eksplozije u atmosferi [104,105]. Karakteristično vreme komutativnog porekla prenapona je u milisekundnoj oblasti, dok je prenapon atmosferskog porekla u mikrosekundnoj oblasti, a prenapon usled nuklearne eksplozije u nanosekundnoj oblasti.

Kompenzovani kapacitivni razdelnici se najčešće koriste za merenje brzih impulsnih napona. Kapacitivni razdelnici se mogu podeliti u dve grupe: (1) razdelnici sa koncentrisanim parametrima na visokonaponskoj strani, i (2) razdelnici sa distribuiranim parametrima na visokonaponskoj strani. U ovom radu se razmatraju kapacitivni razdelnici sa koncentrisanim parametrima na visokonaponskoj strani. Ovi razdelnici se sastoje od jednog kondenzatora kapacitivnosti C_1 na visokonaponskoj strani i drugog kapacitivnosti C_2 na niskonaponskoj strani, Slika 7.1a (5.34). Ulazni napon $u_1(t)$ i izlazni napon $u_2(t)$ povezani su međusobno koeficijentom k :

$$k = u_1/u_2 = (C_1 + C_2)/C_1 \quad (7.1)$$

Ako se u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani kapacitivnog razdelnika javlja parazitna otpornost zajedno sa parazitnim induktivnostima, Slika 7.1b (5.35), uslov za nezavisnost prenosnog odnosa od frekvencije redukuje se na jednakost visokonaponske i niskonaponske vremenske konstante. Prema tome, uslov je:

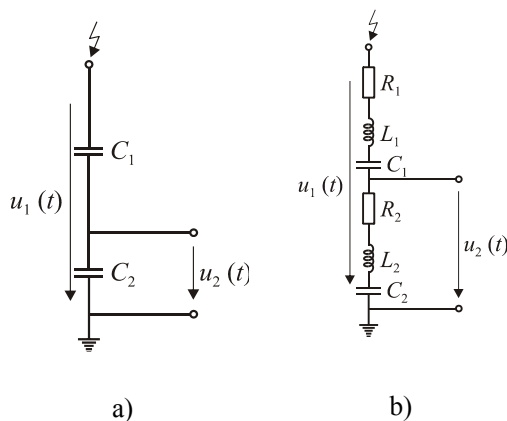
$$C_2/C_1 = L_1/L_2 = R_1/R_2 \quad (7.2)$$

U zavisnosti od parametara razdelnika, određeni odnosi između parametara imaju različite uloge. Uslov 7.2 je teško ispuniti pri merenju brzih napona, jer je potrebna mala vrednost induktivnosti niskonaponske grane (tj. male dimenzije niskonaponske grane).

Da bi se dobio prihvatljiv odziv na pravougaoni (ili dvostruko eksponencijalni) impuls od kapacitivnog razdelnika sa nejednakim vremenskim konstantama, biraju se R_1 i R_2 tako da obezbede raspodelu napona – na osnovu otpornosti, a ne induktivnosti – u okviru frekvencija visokonaponske i niskonaponske grane. To se praktično može postići ako su $R_1 \geq 100\omega_r L_1$ i $R_2 \geq 100\omega_r L_2$, gde ω_r označava frekvenciju pada napona u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani, a posledično koeficijent deljenja k se određuje na osnovu kapacitivnih, a ne induktivnih (parazitnih) otpornosti. Što je manja razlika između frekvencija visokonaponske i niskonaponske grane, to su manje otpornosti razdelnika. Pri jednakim frekvencijama, koeficijent deljenja ne zavisi od frekvencije u odsustvu otpornika R_1 i R_2 . Ako je dobijanje jednakih frekvencija praktično nemoguće, a uvek postoji određen stepen otpornosti u kolu,

vrednost otpornosti R_2 je uvek konačna, ali se njen uticaj može kompenzovati otpornikom R_1 (postavljenim serijski između generatora i visokonaponske grane).

Za merenje prenapona obično se koristi kompenzovani kapacitivni razdelnik u kombinaciji sa analognim ili digitalnim osciloskopom [106]. Da bi takvo merenje bilo efikasno, tj. da bi njegova merna nesigurnost bila prihvatljiva, vreme odziva svih komponenti mernog sistema trebalo bi da bude usaglašeno sa karakterističnim vremenom generatora [107]. Od velike je važnosti da je koeficijent deljenja nezavisan od frekvencije, kao i odsustvo distorzije u transferu mernog talasa mernog sistema. Prema tome, merni talas bi trebalo da dostigne mernu tačku bez refleksije ili retrakcije, tj. trebalo bi da putuje bez diskontinuiteta talasne impedanse. Raspoloživi merni instrumenti uključuju pouzdane osciloskope za snimanje pojava u GHz opsegu (ns-opsegu), ali merenje prenapona sa karakterističnim vremenom u oblasti nano sekundi karakterističnim vremenom zahteva konstrukciju odgovarajućeg razdelnika sa pripadajućom opremom. Prema tome, u ovom radu se prezentuju i procenjuju različita konstruktivna rešenja za kapacitivni razdelnik napona za merenje prenapona sa karakterističnim vremenom u oblasti mikrosekundi i nanosekundi [108,109,110].



Slika 7.1. Kapacitivni razdelnik napona: a) sa kapacitivnošću koncentrisanom u visokonaponskoj grani; $k = u_1(t)/u_2(t)$; b) sa njegovim parazitnim komponentama

7.1. Konstrukcija kapacitivnog razdelnika

Da bi se izbegli neželjeni efekti elektrostatičkih i elektrodinamičkih sila, kao i delimična pražnjenja, za visokonaponski kondenzator izabran je kondenzator kalota-kalota SF₆ pod pritiskom od 5 bara. Upotrebljena su četiri tipa niskonaponskog kondenzatora sa istim visokonaponskim kondenzatorom: tip 1 – gasni podesivi kondenzator sa odvojenim prilagodnim otpornikom otpornosti 50 Ω; tip 2 – kondenzator ploča-ploča sa dielektricima sa elektronskim tipom polarizacije sa odvojenim prilagodnim otpornikom otpornosti 50 Ω; tip 3 – kondenzator kalota-kalota sa dielektricima sa različitim tipovima elektronske polarizacije i talasovodnim prilagodnim otpornikom otpornosti 50 Ω;

tip 4 – paralelna veza nekoliko odvojenih kondenzatora sa odvojenim prilagodnim otpornikom otpornosti 50Ω .

Kućište kapacitivnog razdelnika je napravljeno od izolacionog materijala (sipas), prečnika 150 mm i visine 250 mm. Unutrašnjost mu je glatka, dok je spoljašnjost rebrasta (Slika 7.2).

Gornja elektroda visokonaponskog kondenzatora je u obliku kalote, spoljnog prečnika 150 mm i unutrašnjeg prečnika 110 mm. Njegova donja elektroda je prečnika 78 mm kako na gornjoj, tako i na donjoj strani, a razlikuje se od tipa do tipa visokonaponskog kondenzatora. Obe elektrode su od aluminijuma. Elektrode niskonaponskog kondenzatora nemaju oštih ivica i ispolirane su do visokog sjaja da bi se smanjila mogućnost za delimično pražnjenje.



Slika 7.2. Fotografija kućišta razdelnika napona

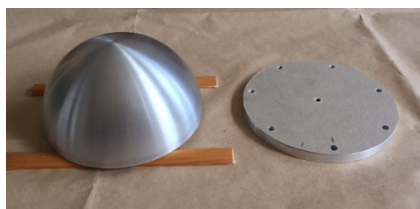
Donja elektroda visokonaponskog kondenzatora za tip 1 niskonaponski kondenzator je puna kalota, dok je gornja elektroda niskonaponskog kondenzatora predstavljena koncentričnim krugovima ugraviranim na donju stranu pune kalote niskonaponskog kondenzatora. Koncentrična gravura gornje elektrode niskonaponskog kondenzatora se poklapa sa ugraviranim koncentričnim krugovima u donjoj elektrodi koja je u obliku cilindra, prečnika 78 mm i visine 10 mm. Ugravirani koncentrični krugovi na gornjoj i donjoj elektrodi niskonaponskog kondenzatora se poklapaju, formirajući tako seriju povezanih paralelnih gasnih kondenzatora (podesivi kondenzator). Jedan BNC priključak ide od gornje elektrode niskonaponskog kondenzatora sa ugrađenim prilagodnim otpornikom otpornosti 50Ω dužine 5 mm (Slika 7.3).



Slika 7.3. Fotografija niskonaponskog kondenzatora tip 1

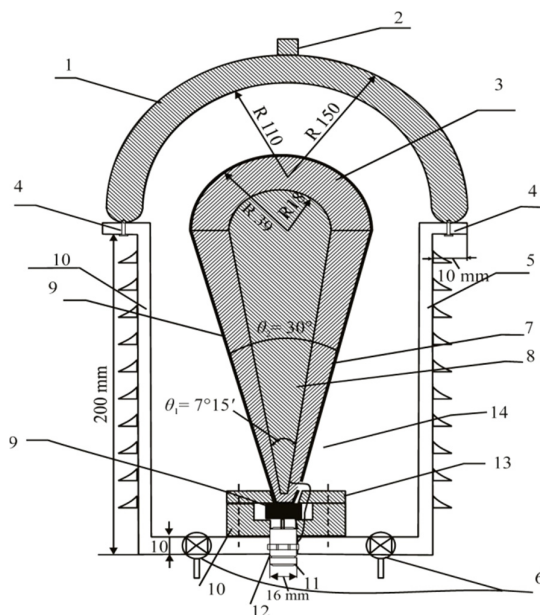
Donja elektroda visokonaponskog kondenzatora tip 2 je u obliku pune kalote. Njen donji deo ponaša se kao gornja elektroda niskonaponskog kondenzatora. Donja elektroda niskonaponskog kondenzatora je cilindrična, prečnika 78 mm i visine 100 mm. Upotrebljen je liskun kao dielektrik (liskun se koristi jer ima nepromenljivu dielektričnu konstantu za frekvencije ispod 10^{18} Hz [11]).

Dielektrik od liskuna je izrezan iz ploče od čistog liskuna. BNC konektor ide od gornje elektrode niskonaponskog kondenzatora i ima ugrađen prilagodni otpornik otpornosti 50Ω dužine 5 mm (Slika 7.4).



Slika 7.4. Fotografija niskonaponskog kondenzatora tip 2

Poprečni presek razdelnika napona tip 3 prikazan je na Slici 7.5. Donja elektroda visokonaponskog kondenzatora za niskonaponski kondenzator tip 3 je kalota spoljnog prečnika 78 mm i unutrašnjeg prečnika 36 mm (od aluminijuma). Donja elektroda niskonaponskog kondenzatora je u obliku konusa prečnika 36 mm, od aluminijuma i postavljena u otvoru donje elektrode visokonaponskog kondenzatora (Prilog 7.1). Niskonaponske elektrode imaju konfiguraciju kalota-kalota. Uglovi konusa niskonaponske elektrode obezbeđuju 50Ω talasovodne otpornosti. Dielektrik od poliesterske smole je postavljen oko donje elektrode niskonaponskog kondenzatora.



Sl. 7.5. Poprečni presek razdelnika napona tip 3. (1 – metal, 2 – visokonaponski priključak, 3 – metalni deo; 4 – zaptivka, 5 – plastična cev, 6 – ventil za punjenje i pražnjenje, 7 – dielektrik niskonaponskih kondenzatora, 8 – metalni deo; 9 – metalni deo, 10 – plastični prsten, 11 – fiksni deo BNC konektora, 12 – priključna veza razdelnika sa BNC konektorom (u tački između visoko i niskonaponske grane), 13 – plastični prsten; 14 – SF6 gas 5 bar)

Gornja elektroda niskonaponskog kondenzatora je obmotana aluminijumskom folijom. Dielektrici od poliesterske smole su izliveni u gipsanom kalupu radi formiranja donje elektrode. BNC konektor ide od gornje elektrode niskonaponskog kondenzatora.

Donja elektroda visokonaponskog kondenzatora tip 4 je puna kalota na koju je zavrnut niskonaponski kondenzator. Niskonaponski kondenzator tip 4 prikazuje spoj osam paralelnih liskunskih kondenzatora (liskunski kondenzatori su odabrani jer liskun ima skoro potpuno nezavisnu dielektričnu konstantu od frekvencije). Pri pravljenu niskonaponskog kondenzatora tip 4 posebna pažnja je posvećena obezbeđivanju da kondenzatori budu paralelni i kompaktno postavljeni. Paralelna veza niskonaponske grane povećava njenu kapacitivnost i smanjuje njenu parazitnu induktivnost: $C_2=n \cdot C$, $L_2=L/n$. Nakon formiranja paralelne veze kondenzatora, sve osim kontakata je zaliveno u aralditu. Posebna pažnja je posvećena da araldit za omotavanje nema zaostalih vazdušnih mehura. Sa gornje elektrode niskonaponskog kondenzatora nalazi se BNC konektor sa ugrađenim prilagodnim otpornikom otpornosti 50Ω dužine 5 mm (Slika 7.6).



Slika 7.6. Fotografija niskonaponskog kondenzatora tip 4

Gornja Tabela 7.1 prikazuje vrednosti elemenata visokonaponskih i niskonaponskih grana razdelnika kako je prikazano na Slici 7.1b (kapacitivnosti C_1 i C_2 određene su merenjem; procena induktivnosti L_1 i L_2 je zasnovana na dužini visokonaponske i niskonaponske grane; otpornosti R_1 i R_2 su određene merenjem impedansi Z_1 i Z_2 visokonaponske i niskonaponske grane).

7.2. Eksperiment

Usled specifične prirode problema razmatranog u ovom radu (merenje u μs - i ns-oblasti), testiranje kapacitivnog razdelnika zahtevalo je jednu kombinaciju numeričkog i eksperimentalnog postupka [112]. Eksperimentalni postupak sastojao se od punjenja razdelnika naponskim talasom generisanog oblika i poređenja eksperimentalno dobijenog odziva sa numerički dobijenim odzivom. Verifikovani računarski programi (EMTP ATP program) odredili su numerički odziv celog sistema (impulsni generator + prenosni vodovi + kapacitivni razdelnik) [113].

Razdelnici tipa 1, tipa 2, tipa 3 i tipa 4 su testirani u toku eksperimentalnog postupka. Cilj testiranja je bio da se ustanovi primenljivost razdelnika u μs i ns oblasti. Obavljeno je i/ili utvrđeno

sledeće: 1- merenje i snimanje visokonaponske i niskonaponske kapacitivnosti (pri frekvenciji od 1 MHz); 2- frekvencijske karakteristike impedansi razdelnika; 3- frekvencijske karakteristike prenosne funkcije; 4- odziv razdelnika na pravougaoni impulsni napon; 5- odziv razdelnika na dvostruki eksponencijalni impulsni napon.

Upotrebljen je merni instrument PRANA MT200 [114], pri frekvenciji od 1 MHz, za merenje kapacitivnosti visokonaponskih i niskonaponskih kondenzatora. Kapacitivnosti su izračunate i na osnovu analitičkih formula. Dobijene su zadovoljavajuće podudarnosti.

Za snimanje frekventne zavisnosti razdelnika i njegove visokonaponske i niskonaponske grane upotrebljen je komercijalni uređaj Agilent FieldFox RF Analyzer N9912A6GHz [115].

Izlaz uređaja je prilagođen za 50Ω kabl. Pre bilo kakvog merenja, obavljena je kalibracija kablovskih priključaka (bez priključenih razdelnika) u okviru 2 MHz – 2 GHz oblasti. To je obezbedilo kompenzaciju kablovskog priključka. Nakon toga, razdelnici su priključeni u test kolo i obavljeno je snimanje.

Snimana je i zavisnost prenosne karakteristike razdelnika pomoću komercijalnog uređaja FieldFox RF Analyzer N9912A6GHz. (Pre snimanja obavljen je isti kalibracioni postupak za kablovske priključke.) Sistem za snimanje prenosne karakteristike je prikazan na donjoj fotografiji (Slika 7.7). Snimanje prenosne funkcije je obavljeno uzastopno 100 puta.



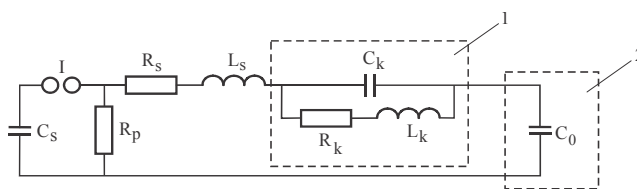
Slika 7.7. Fotografija sistema za snimanje prenosnih karakteristika razdelnika

Komercijalni generator Agilent 811 50A Pulse Function Arbitrary Noise Generator [115] je bio izvor pravougaonog impulsa željenog oblika. Upotrebljen je pravougaoni impuls amplitude 5 V, širine impulsa 1000 ns, trajanja rasta prednje (i zadnje) ivice 2,5 ns i frekvencije 100 kHz. Generator je prilagođen na kablove karakteristične impedanse 50Ω . Snimanje odziva je obavljeno pomoću osciloskopa DS1302CA ulazne impedanse od $1 M\Omega$ i frekvencije uzorkovanja 2 GS/s. Slika 7.8 prikazuje fotografiju sistema za snimanje odziva razdelnika na pravougaoni impuls. Ulazni signal (na visokonaponskoj grani) i izlazni signal (sa niskonaponske grane) su snimani istovremeno. Snimanje odziva je obavljeno uzastopno 100 puta.

Da bi se obezbedilo dvostruki eksponencijalni impulсни napon, konstruisan je kompenzacioni Marksov generator (koji je, izborom komponenti, omogućio dobijanje impulsa od 1,2/50 μ s, 250/2500 μ s i 5/50 ns) bez prelaznih oscilacija (Slika 7.9).



Slika 7.8. Fotografija sistema za snimanje odziva razdelnika na pravougaoni impuls



Slika 7.9. Kompenzacioni Marksov generator; 1 – kompenzaciona grana; 2 – test objekat.

Generator je pobuden pomoću troelektrodnog iskrišta [116,117,118]. Snimanje odziva razdelnika je obavljeno pomoću istog mernog sistema koji je korišćen za snimanje odziva na pravougaoni impuls. Snimanje odziva na dvostruki eksponencijalni impuls je obavljeno uzastopno 100 puta.

U toku eksperimentalnog snimanja odziva na pravougaoni i dvostruki eksponencijalni impulсни napon, merni uređaj (osciloskop) je postavljen u mernu kabinu gde je obezbedena zaštita veća od 100 dB. Merni signal je prenošen do kabine pomoću dvostruko zaštićenog, uzemljenog kabl karakteristične impedanse 50 Ω . Odziv razdelnika na pravougaoni i dvostruko eksponencijalni impulсни napon sniman je u mernoj kabini. Ostala merenja, iz tehničkih razloga, obavljana su bez elektromagnetne zaštite. Svi eksperimentalno dobijeni odzivi razdelnika (snimljeni sa ili bez zaštitne kabine) su statistički filtrirani. Filtriranje se sastojalo od sledećeg: 1 – Statističkog uzorkovanja slučajnih veličina reprezentativnih za karakteristične tačke odziva merne serije od 100 odziva; 2 – Statističkog uzorkovanja slučajnih veličina reprezentativnih za nepravilnosti odziva merne serije od 100 odziva; 3 – Statistički uzorci 100 slučajnih veličina su podeljeni u 10 hronoloških uzoraka od 10 veličina i obavljen je U-test radi utvrđivanja da li pripadaju osobenom statističkom uzorku [49]; 4 – Statistički uzorci koji nisu prošli U-test su odbačeni; 5 – Na preostale statističke uzorke primenjen je Šoveneov kriterijum [49]; 6 – Statistički uzorci koji odstupaju su odbačeni; i, 7 – Snimljeni odzivi su očišćeni od delova koji su učestvovali u formiranju odbačenih statističkih uzoraka, čime je završen postupak statističkog filtriranja odziva. Merna nesigurnost tip A je bila manja od 5% za dobijene rezultate [119,120].

7.3. Rezultati i diskusija

Dobijeni rezultati pokazuju da svi tipovi testiranih razdelnika imaju zadovoljavajuće karakteristike. Tip 3 je najbolji sa čisto teoretske tačke gledišta. U pogledu njihove primenljivosti, razdelnici sa malim koeficijentom deljenja nisu dovoljno dobri. Sa značajnim koeficijentom deljenja, razdelnik tip 4 je ispred ostalih. Njegov koeficijent deljenja se može značajno uvećati pomoću većeg broja paralelno vezanih kondenzatora dodatih u njegovu niskonaponsku granu. (time se smanjuje parazitnu induktivnost na L/n , a povećava kapacitivnost na $n \cdot C$.) Govoreći uopšteno, potrebna je tehnički neizvodljiva mala veličina niskonaponske grane da bi se obezbedio zadovoljavajući koeficijent deljenja za frekvecijsku nezavisnost razdelnika, prema gornjoj jednačini (2). (Npr.: da bi koeficijent deljenja bio 1000, potreban je razdelnik visine približno 40 cm za merenje napona reda 100 kV, dok bi dužina niskonaponske grane trebalo da bude 0,2 mm). Prema tome, povećanje induktivnosti niskonaponske grane nije rešenje. Uslov da kapacitivnosti kondenzatora C_1 i C_2 treba da budu naponski i frekvencijski nezavisne prevodi se, u praksi, na manje zahtevan uslov da kapacitivnost kondenzatora C_1 treba da bude naponski nezavisna, dok kapacitivnosti kondenzatora C_1 i C_2 treba da budu frekventno nezavisne. Naponska i frekvencijska nezavisnost kondenzatora C_1 može se obezbediti ako se kondenzator izoluje gasom (što eliminiše moguć uticaj elektrodinamičkih i elektrostatičkih sila, kao i delimična pražnjenja na kapacitivnost kondenzatora C_1). Primena iste logike na kondenzator C_2 , međutim, neće rezultirati dobijanjem zadovoljavajuće vrednosti koeficijenta deljenja, niti će otvoriti put za ispunjenje jednačine (2).

TABELA 7.1

PARAMETRI TESTIRANIH RAZDELNIKA

Razdelnik	C_1 (pF)	C_2 (pF)	L_1 (nH)	L_2 (nH)	R_1 (Ω)	R_2 (Ω)
Tip 1	3,88	1140	200	4.5	72,134	0,318
Tip 2	3,9	999	200	4	72,041	0,320
Tip 3	34,15	259	200	200	71,92	8,423
Tip 4	3,6	7900	200	5	78,99	0,137

Na osnovu merenja kapacitivnosti (pri frekvenciji od 1MHz) visokonaponske i niskonaponske grane (C_1 i C_2), sačinjena je procena induktivnosti aksijalnih dužina visokonaponske i niskonaponske grane (L_1 i L_2) merenjem njihovih dužina, uz aproksimaciju da jedan metar provodne putanje ima induktivnost od 1 μ H. Eksperimentalno dobijeni rezultati za impendansu visokonaponske i niskonaponske grane (pri frekvenciji od 1 MHz) upotrebljeni su za izračunavanje odgovarajućih

otpornosti visokonaponske i niskonaponske grane (R_1 i R_2). Na ovaj način dobijeni parametri testiranih razdelnika dati su u Tabeli 1.

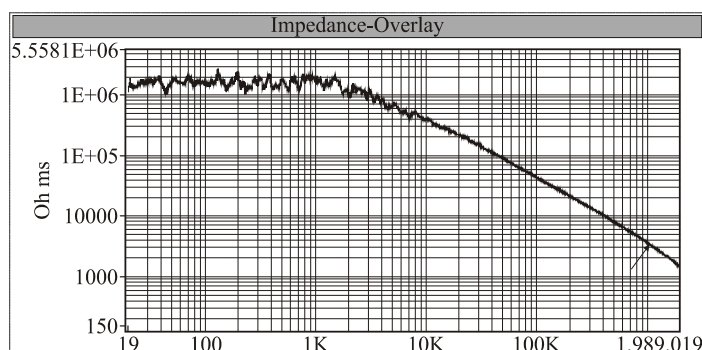
Karakteristična merenja razdelnika napona dobijena na osnovu parametara prikazanih u Tabeli 7.1 data su u Tabeli 7.2.

TABELA 7.2 KARAKTERISTIČNA MERENJA TESTIRANIH RAZDELNIKA

Razdelnik	k	ω_r^1 (GHz)	ω_r^2 (GHz)	R_1/R_2	L_1/L_2
Tip 1	293,81	1,135	0,442	226,84	44,44
Tip 2	256,13	1,132	0,500	225,13	50,00
Tip 3	7,58	0,383	0,139	8,54	1,00
Tip 4	21944,44	1,187	0,159	576,57	40,00

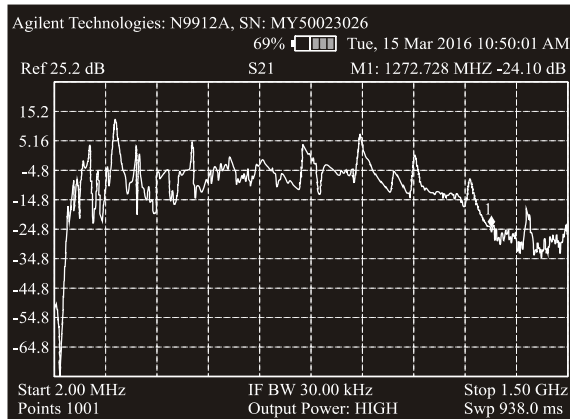
Karakteristična merenja razdelnika jasno ukazuju da jednačinu (7.2) ne ispunjava nijedan od razdelnika. Međutim, razdelnici ispunjavaju uslov da se, u opsegu sopstvenih frekvencija, podela napona postiže kapacitivnošću i otpornošću uz zanemarljiv uticaj deljenja pomoću induktivnosti (uslovi $R_1 \geq 100\omega_r L_1$ i $R_2 \geq 100\omega_r L_2$) (tj. da otpornosti, kapacitivnosti i induktivnosti u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani nemaju isti koeficijent deljenja k). Razdelnici tip 1, tip 2 i tip 3 ispunjavaju i uslov da bi deljenje napona pomoću induktivnosti trebalo da bude približno jednako deljenju napona pomoću otpornosti. Razdelnik tip 4 ne ispunjava ovaj uslov. Prema tome, pri snimanju odziva razdelnika tip 4 na impulsni napon, veza između generatora i visokonaponske grane ovog razdelnika određena je pomoću otpornosti od 230 Ω .

Slika 7.10 prikazuje zavisnost impedanse razdelnika tip 3 od frekvencije. Zavisnost impedanse ostalih testiranih razdelnika je bila slična.

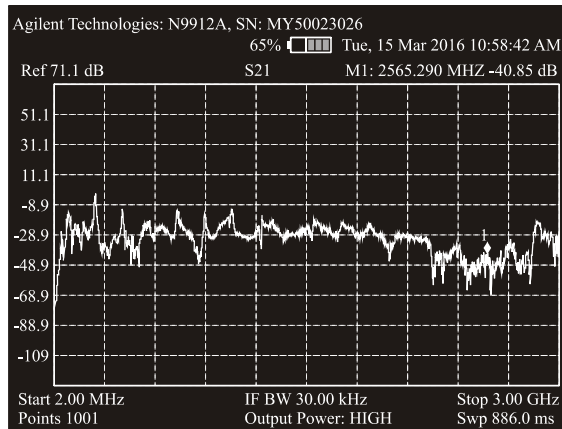


Slika 7.10. Zavisnost impedanse od frekvencije za razdelnik tip 3

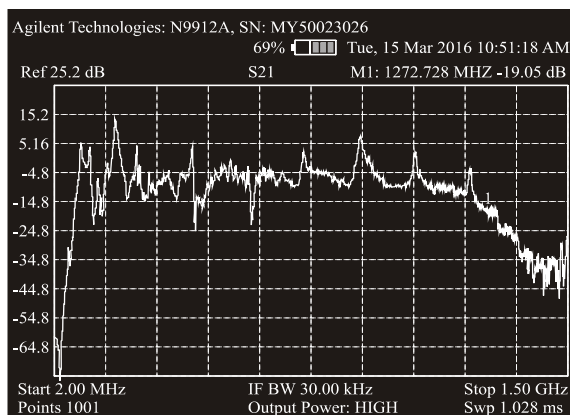
Prenosne karakteristike testiranih razdelnika date su na Slici 7.11, dok su odgovarajuće karakteristike dobijene nakon statističkog filtriranja date na Slici 7.12.



a)



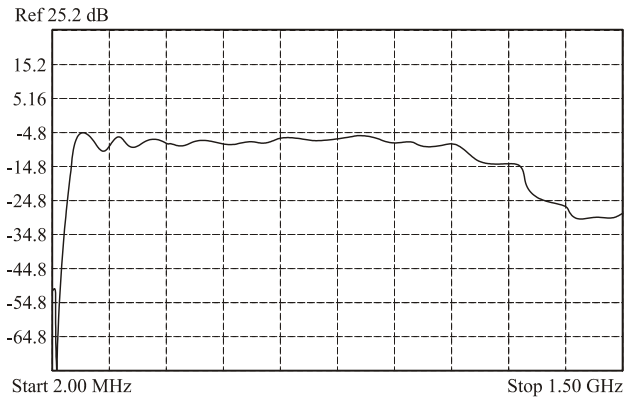
b)



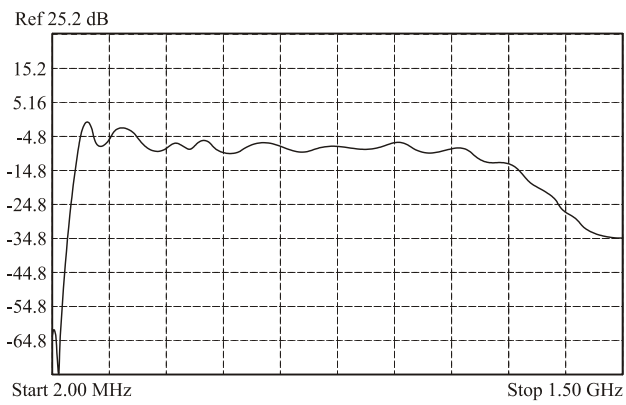
c)

Slika 7.11. Prenosne karakteristike testiranih razdelnika. Nefiltrirana frekencijska zavisnost razdelnika: a) Tip 2, b) Tip 3, c) Tip 4

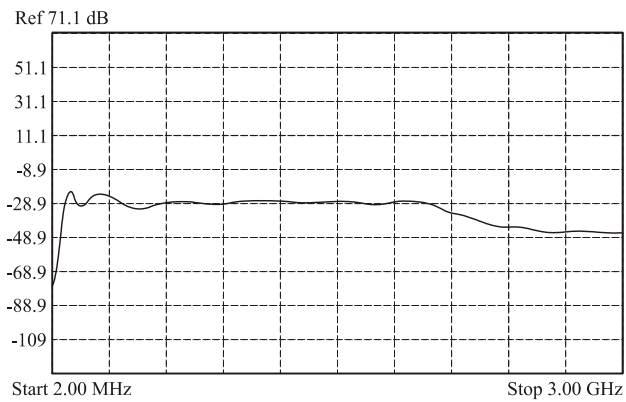
Preosne karakteristike prikazane na Slikama 7.11 i 7.12 jasno ukazuju da razdelnik tip 3 ima najbolje prenosne karakteristike (skoro konstantne). Ostali testirani razdelniki, uključujući i razdelnik tip 4, takođe imaju prihvatljive prenosne karakteristike.



a)

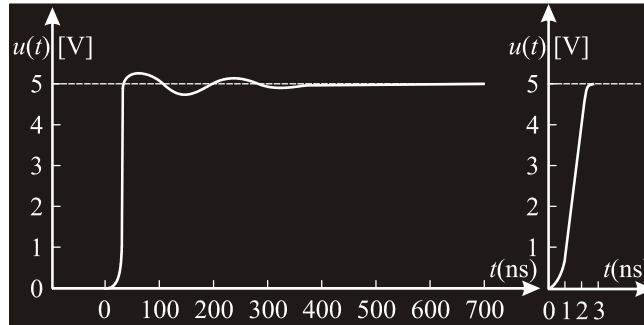


b)

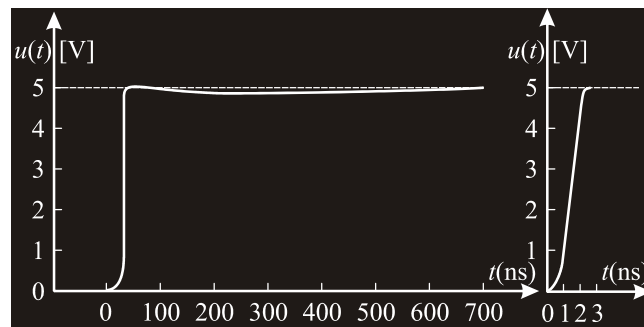


c)

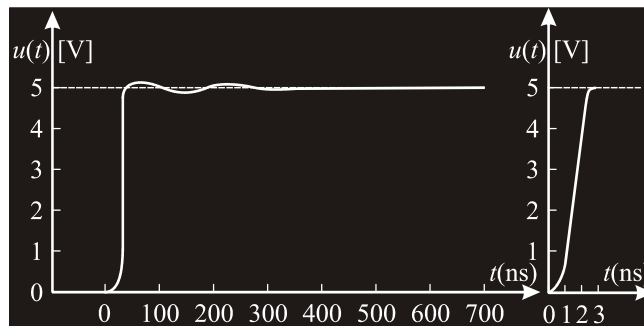
Slika 7.12. Prenosne karakteristike testiranih razdelnika nakon statističkog filtriranja; a) Tip 2, b) Tip 3, c) Tip 4



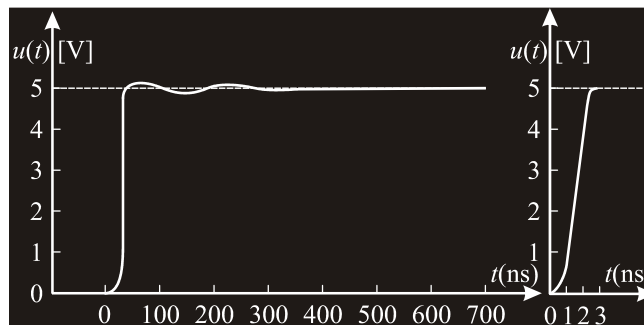
a)



b)



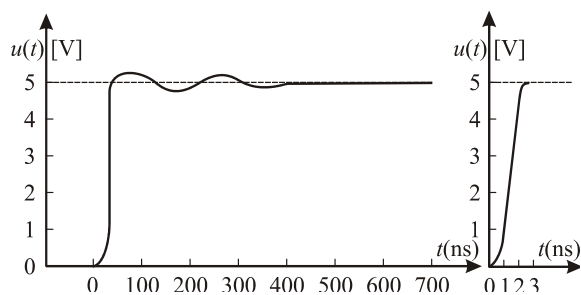
c)



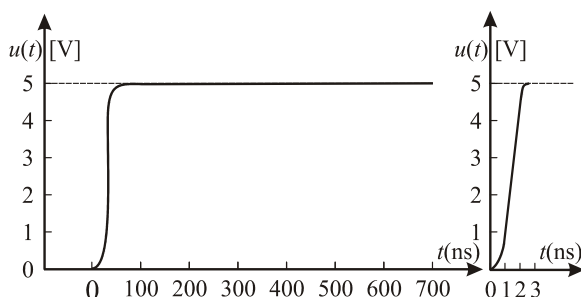
d)

Slika 7.13. Odziv kapacitivnih razdelnika na pravougaoni impuls ; a) Tip 2, b) Tip 3, c) Tip 4

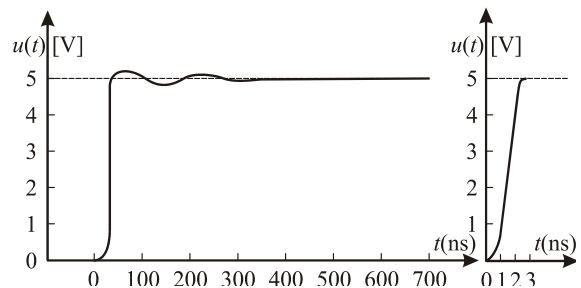
Odzivi testiranih razdelnika na pravougaoni (stepenasti) impuls dati su na Slici 7.13, dok su odgovarajući odzivi dobijeni numerički dati na Slici 7.14. Osnovne karakteristike odziva razdelnika na stepenasti impuls date su u Tabeli 7.3 i Prilogu 7.3.



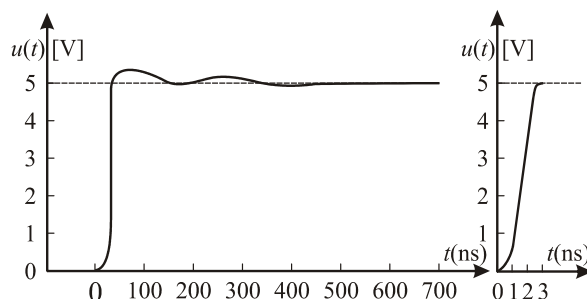
a)



b)



c)



d)

Slika. 7.14. Odziv kapacitivnih razdelnika na pravougaoni impuls (izračunato); a) Tip 2, b) Tip 3, c) Tip

Odzivi na pravougaoni impuls su zadovoljavajući, a performanse razdelnika tip 3 su najboljeu odnosu na odziv na pravougaoni impuls. Razlike između relevantnih karakteristika odziva su zanemarljive.

Moglo bi se očekivati da razdelnik tip 4 ne prikazuje značajno povećanje odziva usled uvođenja dodatne otpornosti R_2' u njegovoj visokonaponskoj grani. Vrlo visoko podudaranje između izmerenih i izračunatih vrednosti, kao što je prikazano na Slikama 7.13 i 7.14, dokazuje da je utvrđivanje parametara visokonaponske i niskonaponske grane razdelnika, kako je prikazano u Tabeli 1, vrlo dobro obavljeno.

Odziv testiranih razdelnika na impulse 1,2/50 μ s, 250/2500 μ s i 5/50 ns su dati na Slici 7.15, dok su odgovarajući odzivi dobijeni numerički prikazani na Slici 7.16.

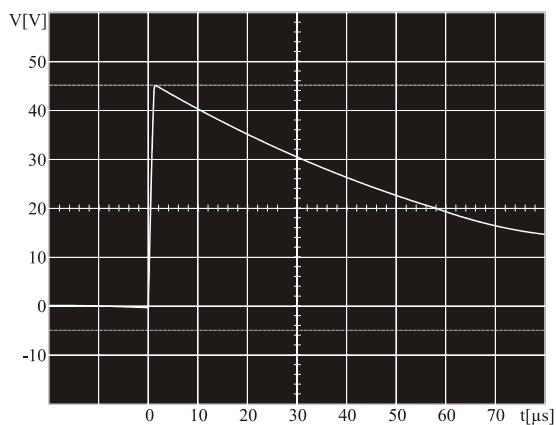
TABELA 7.3

VREMENSKA KONSTANTA, VREME ODZIVA, VREME SMANJENJA I A/B ZA TESTIRANE RAZDELNIKE

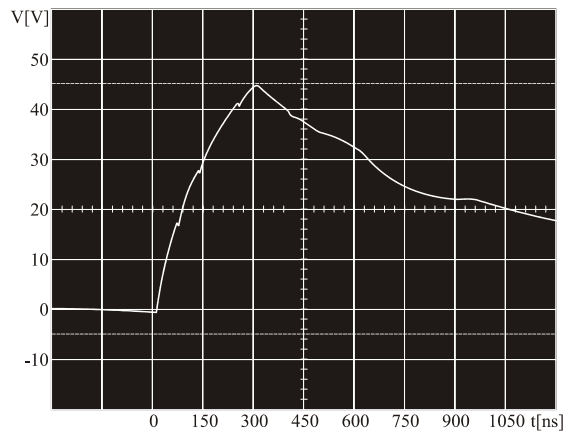
Razdelnik	τ [ns]	T_r [nsV]	T_{rel} [nsV]	A/B [%]
Tip 1	3,7	25,78	12	2,4
Tip 2	3,9	30,18	11	4,6
Tip 3	2,5	19,95	6	/
Tip 4	3,5	26,48	10	5

Odzivi na dvostruke eksponencijalne impulse su zadovoljavajući do izvesnog stepena, zavisno od primenjenog impulsa. Svi tipovi razdelnika imaju skoro savršen odziv na impulsni napon od 1,2/50 μ s. Razdelnik tip 3 ima zadovoljavajući odziv na impulsni napon od 250/1000 ns, kao i ostali razdelnici. Razdelnik tip 3 ima zadovoljavajući odziv na impulsni napon od 5/50 ns, dok ostali razdelnici imaju odzive koji bi se mogli smatrati zadovoljavajućim (što je relativno neočekivano za razdelnik tip 4). Dobro poklapanje između izmerenih i izračunatih odziva (Slike 7.15 i 7.16) potvrđuje da su parametri visokonaponske grane i niskonaponske grane (Tabela 7.1) sasvim dobro utvrđeni.

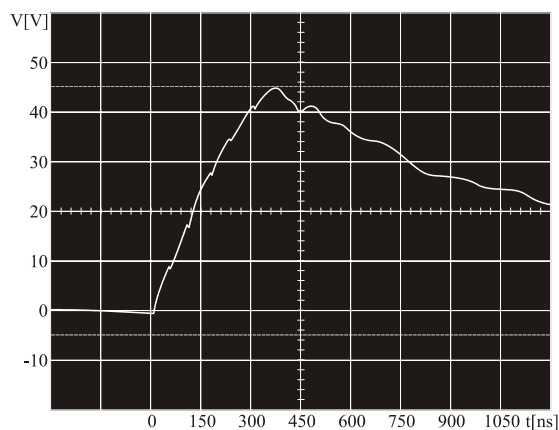
Predstavljeni rezultati ukazuju da razdelnik tip 3 ima najbolje karakteristike, dok karakteristike razdelnika tip 4 svrstavaju ovaj razdelnik na dno liste. Međutim, trebalo bi zapaziti da svi tipovi razdelnika imaju zadovoljavajuće karakteristike. Ipak, za merenje impulsnog napona u ns-oblasti, izbor bi bio razdelnik tip 3 ili drugi razdelnik čiji je princip konstrukcije isti. Međutim, ovo važi samo ako se ne zahtevaju veće vrednosti koeficijenta deljenja. Ako se traži visoka vrednost koeficijenta deljenja, razdelnik za izbor bi bio tip 4 ili drugi razdelnik čija je konstrukcija bazirana na istom principu.



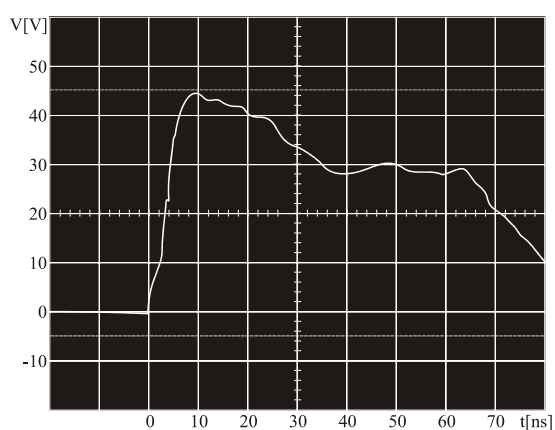
a)



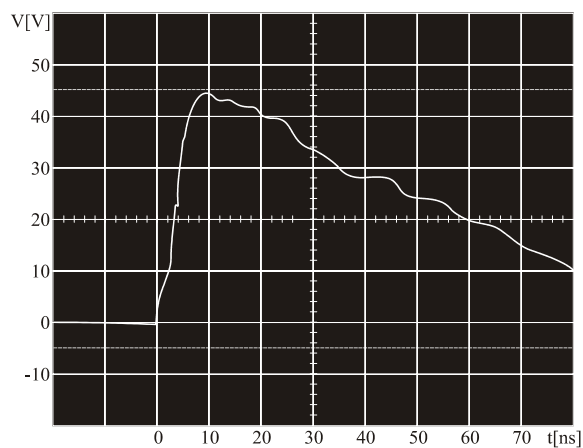
b)



c)

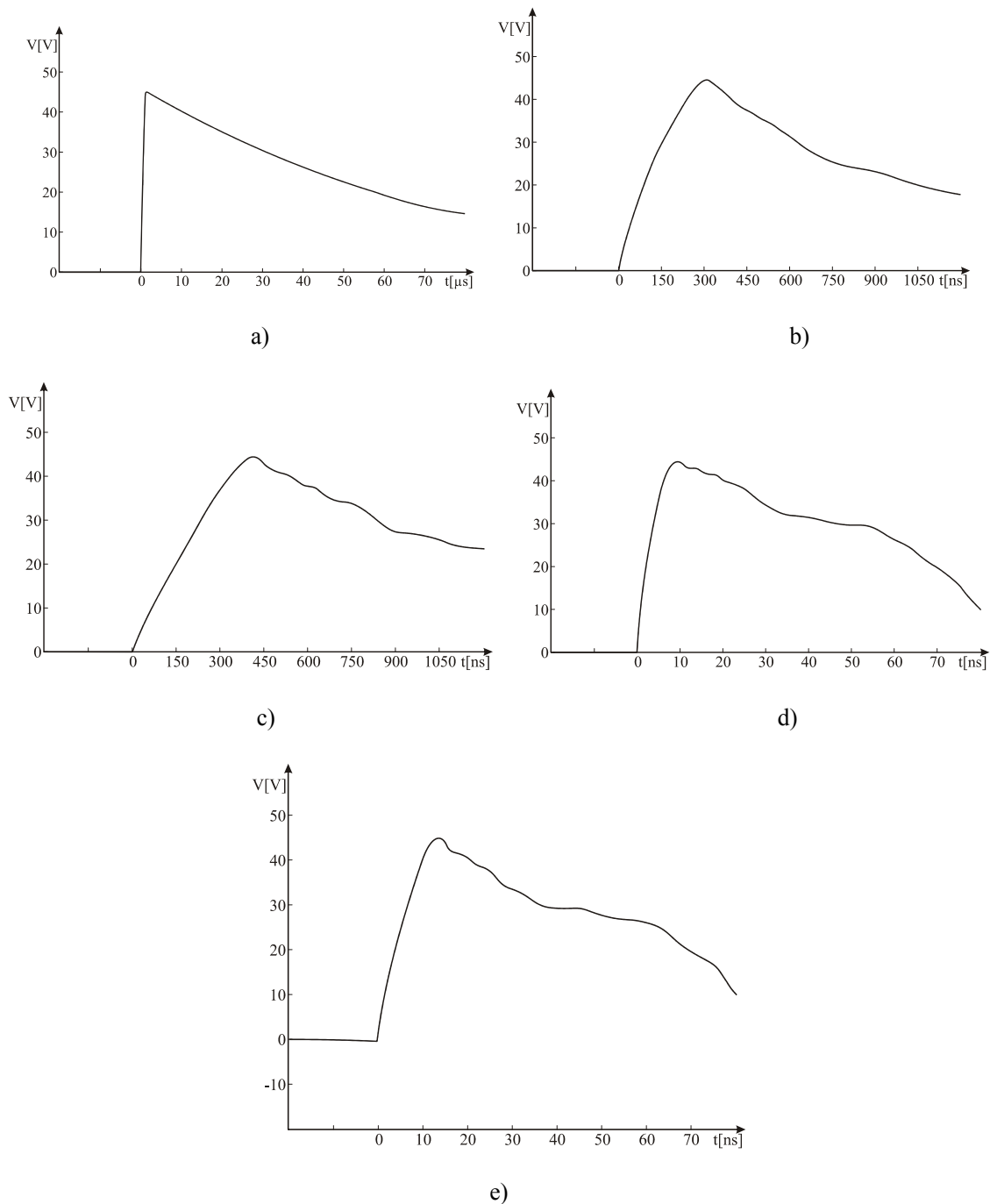


d)



e)

Slika 7.15. Odziv razdelnika na dvostruki eksponencijalni impuls: a) Tip 3 za impuls 1,2/50 μ s; b) Tip 3 za impuls 250/1000ns; c) Tip 4 za impuls 250/1000ns; d) Tip 4 za impuls 5/50ns; e) Tip 3 za impuls 5/50ns



Slika 7.16. Izračunati odzivi dobijeni pomoću razdelnika: a - Tip 3 za impuls 1,2/50 μ s; b - Tip 3 za impuls 250/1000ns; c - Tip 5 za impuls 250/1000ns; d - Tip 5 za impuls 5/50ns; e -Tip 3 za impuls 5/50ns.

Osim toga, treba zapaziti da se karakteristike razdelnika tip 4 mogu poboljšati ako se doda veliki broj paralelno vezanih liskunskih kondenzatora na niskonaponsku granu, i ako se 50 Ω prilagodni otpornik dužine 5 mm zameni „dugmastim“ prilagodnim otpornikom otpornosti 50 Ω dužine 1 mm.

7.4. Zaključak

Na osnovu rezultata predstavljenih u ovom radu može se zaključiti da bi preporuke koje se odnose na projektovanje i konstrukciju kapacitivnih razdelnika za merenje prenapona u nanosekundnoj oblasti mogle biti sledeće: 1 – potrebno je učiniti napor da se smanje dimenzije razdelnika na najmanju moguću meru (zavisno, naravno, od nivoa napona za koji je razdelnik namenjen); 2 – kablovske strukture moraju biti što je više moguće kratke, kako bi se smanjila na minimum parazitna induktivnost (ovo se naročito odnosi na dimenzije niskonaponske grane, koje bi trebalo da budu što je moguće manje), jer je induktivnost približno $1 \mu\text{H}/\text{m}$ za svaki vod; 3 – kapacitivnosti kondenzatora razdelnika ne smeju biti nestabilne (npr. kondenzatori od nauljenog papira menjaju kapacitivnost u toku punjenja usled elektrostatičkih i elektrodinamičkih sila); 4 – kapacitivnosti kondenzatora razdelnika moraju biti frekvencijski nezavisne (zbog toga što kondenzatori sa frekvencijski zavisnim prenosnim odnosom degenerišu mernu veličinu); 5 – trebalo bi koristiti talasovodne otpornike umesto diskretnih otpornika radi prilagođavanja kapacitivnog razdelnika karakterističnoj impendansi prenosa.

8. IZRAŽAVANJE MERNE NESIGURNOSTI MERENJA BRZIH IMPULSNIH NAPONA KAPACITIVNIM RAZDELNIKOM

8.1. Uvod

Merna nesigurnost kapacitivnih razdelnika napona se, u ovom radu, izražava za konkretni razdelnik od prethodno opisanih konstruisanih i ispitivanih razdelnika. U tu svrhu je određen razdelnik optimalnih karakteristika, tj. razdelnik sa niskonaponskim kondenzatorom tip 3. Naravno da se za ovaj razdelnik očekuje mala merna nesigurnost, ali sam postupak izražavanja merne nesigurnosti je takav da daje jasne smernice za potrebne korake u cilju pouzdanog izražavanja merne nesigurnosti mernih uređaja tog tipa [122].

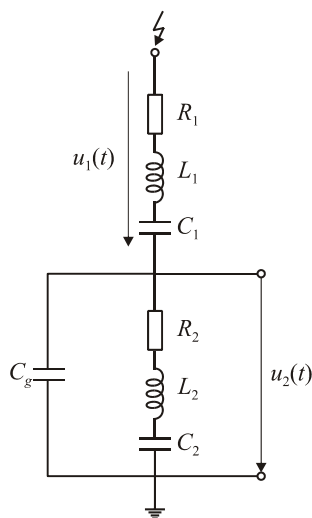
Kapacitivni razdelnik napona sa skoncentrisanom kapacitivnošću na visokonaponskoj strani je prikazan na Slici 5.34, a odgovarajući izraz za koeficijent deljenja je dat relacijom:

$$k = \frac{u_2(t)}{u_1(t)} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (8.1)$$

Rečeno je da se relacija (8.1) može primenjivati na frekvencijama pri kojima su padovi napona u niskonaponskoj i visokonaponskoj grani određeni prema prema kapacitivnim reaktansa, a ne parazitnim induktivnostima u niskonaponskoj i visokonaponskoj grani. Pri višim frekvencijama ekvivalentnu šemu razdelnika napona sa Slike 5.34, treba zameniti ekvivalentnom šemom prikazanom na Slici 5.35. U tom slučaju koeficijent deljenja k postaje zavisan od frekvencije i određen je relacijom:

$$k = \frac{\sqrt{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}}{\sqrt{R_1^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}} \quad (8.2)$$

Jednačina (8.2) se može primenjivati na kolima na kojima se ne javlja rezonansa, odnosno na kojima je uticaj parazitne kapacitivnosti razdelnika prema masi zanemarljiv. Pri višim frekvencijama šemu razdelnika napona treba zameniti ekvivalentnom šemom prikazanom na Slici 8.1.



Slika 8.1. Ekvivalentna šema kapacitivnog razdelnika napona za visoke frekvencije

U tom slučaju koficijent deljenja k je određen relacijom (8.3):

$$k = \frac{\frac{1}{\omega C_g} \sqrt{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}}{\sqrt{\left[R_1 R_2 - \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) \left(\omega L_2 - \frac{C_2 + C_g}{\omega C_2 C_g}\right) + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_g}\right) \frac{1}{\omega C_g} \right]^2 + \left[\omega L_1 R_2 + \omega L_2 R_1 - \frac{R_2}{\omega C_1} - \frac{R_1 (C_2 + C_g)}{\omega C_2 C_g} - \frac{R_2}{\omega C_g} \right]^2}} \quad (8.3)$$

Koeficijenti deljenja određeni izrazima (8.2) i (8.3) zavise od frekvencije, što je ozbiljan nedostatak u slučaju merenja impulsnih napona. Naime, ako dvostruko eksponencijalni napon prikažemo u obliku Furijeovog reda, za svaki njegov član će važiti druga vrednost koeficijenta deljenja, što ima za posledicu izobličenje izlaznog signala u_2 u odnosu na ulazni signal u_1 , što dolazi naročito do izražaja u slučaju merenja jako brzih impulsa kao što su impulsi karakteristični za SF₆ postrojenja i nuklearnu eksploziju u atmosferi.

Procenom i merenjem impedansi visokonaponske i niskonaponske grane razdelnika određene su vrednosti kapacitivnosti, induktivnosti i otpornosti prema ekvivalentnoj šemi sa Slike 8.1, odnosno sa Slike 3: $C_1 = 34,15$ pF; $C_2 = 259$ pF; $L_1 = 200$ pF; $L_2 = 200$ nF; $R_1 = 72$ Ω; $R_2 = 8,5$ Ω.

8.2. Izražavanje merne nesigurnosti naponskog razdelnika tip 3

Kao što je već rečeno, dok se merna nesigurnost tip A dobija statističkom obradom većeg broja rezultata ponovljenih merenja, merna nesigurnost tip B je, po definiciji, jednaka standardnom odstupanju usled uticaja neke veličine. Iz tog razloga je nepohodno poznavati odgovarajuću funkciju raspodele. Kod merne nesigurnosti tip A po pravilu je zastupljena Gausova raspodela, a kod merne nesigurnosti tip B mogu se javiti različite raspodele. Problem određivanja funkcija raspodele za

izražavanje merne nesigurnosti tip B u velikoj meri zavisi od praktičnih okolnosti u eksperimentu. Može se, pojednostavljeno, reći da se raspodele za izražavanje merne nesigurnosti tip B (isto važi i za kombinovanu mernu nesigurnost) određuju analitički ili Monte Karlo postupkom.

Merna nesigurnost tip A je izražena na osnovu statističke obrade statističkog uzorka od 1000 slučajnih vrednosti amplituda impulsnog napona, za sve oblike primenjenog napona. Uočeno je da merna nesigurnost tip A raste sa brzinom promene primenjenog napona.

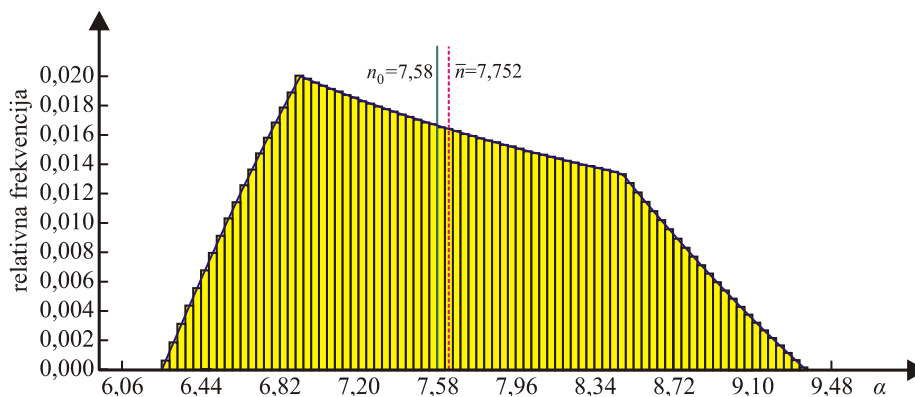
Kod kapacitivnog razdelnika merna nesigurnost tip B se može izraziti, najgrublje gledano, u odnosu na neodređenost vrednosti kapacitivnosti i u odnosu na frekvenciju. Do neodređenosti vrednosti kapacitivnosti dolazi usled dejstva elektrodinamičkih i elektrostatičkih sila tokom merenja, frekvencijske zavisnosti dielektrične konstante, pojave parcijalnog pražnjenja i tako dalje. Ti efekti su posebno izraženi ako visokonaponsku granu čini ulje + papir kondenzator, a minimalni su ako ovu granu čini gasni kondenzator (kao što je slučaj za posmatrani razdelnik).

Merna nesigurnost tip B u odnosu na neodređenost vrednosti kapacitivnosti, a i za frekvencije manje od 0,1 MHz ($\omega < 1/100\sqrt{L_1 C_1}$), to jest u oblasti u kojoj je ispunjen uslov da su naponi u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani određene samo kapacitivnom otpornošću, izražena je metodom Monte Karlo. Za kapacitivnosti C_1 i C_2 su usvojene uniformne raspodele uz toleranciju $\Delta C_1/C_1=5\%$ i $\Delta C_2/C_2=15\%$. Tako izražena merna nesigurnost tip B uvek postoji, pošto je posledica varijacije vrednosti kapacitivnosti. Ako se kapacitivnostima dodele uniformne raspodele, njihove poluširine su jednake tolerancijama kondenzatora $C_1 \sim \text{Unif}(C_1' C_1'')$ $\sim \text{Unif}(C_2' C_2'')$, gde je: $\Delta C_1 = C_1'' - C_1'/2$ i $\Delta C_2 = C_2'' - C_2'/2$, pa je funkcija raspodele data izrazom:

$$f_n = \frac{1}{2(C_1'' - C_1')(C_2'' - C_2')} \cdot \begin{cases} 0 & n \in \left(0, \frac{C_1'}{C_2''}\right] \\ (C_2'')^2 - \frac{(C_1')^2}{n^2} & n \in \left[\frac{C_1'}{C_2''}, \min\left(\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right)\right] \\ \begin{cases} (C_2'')^2 - (C_2')^2 & n \in \left[\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right], \text{ if } \frac{C_1'}{C_2'} < \frac{C_1''}{C_2''} \\ \frac{(C_1'')^2 - (C_1')^2}{n^2} & n \in \left[\frac{C_1''}{C_2''}, \frac{C_1'}{C_2'}\right], \text{ if } \frac{C_1'}{C_2'} > \frac{C_1''}{C_2''} \end{cases} \\ \frac{(C_1'')^2}{n^2} - (C_2')^2 & n \in \left[\max\left(\frac{C_1'}{C_2'}, \frac{C_1''}{C_2''}\right), \frac{C_1''}{C_2'}\right] \\ 0 & n \in \left[\frac{C_1''}{C_2'}, +\infty\right) \end{cases} \quad (8.4)$$

U slučaju funkcije raspodele, date izrazom (8.4) obavljena je Monte Karlo simulacija za određivanje širine raspodele i određivanje funkcije gustine raspodele.

Rezultati dobijeni pomoću 10^6 eksperimenata su prikazani na Slici 8.2, kao histogram i sa binarnom vrednošću 1, zajedno sa analitičkom krivom. Srednja vrednost nominalnog odnosa je $\bar{n} = 7,752$.

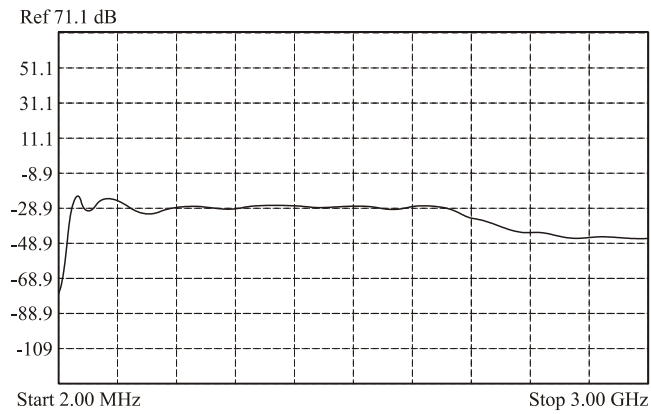


Slika 8.2. Histogram sa binomnom vrednosti 1 zajedno sa analitičkom krivom

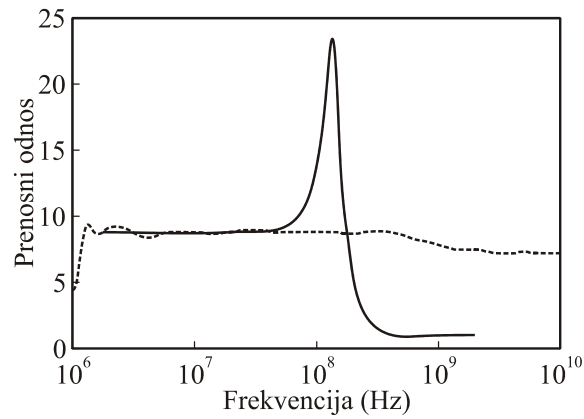
Merna nesigurnost tip B u odnosu na frekvenciju je izražena primenom analitičkog izraza za koeficijent deljenja (8.2). Na Slici 8.3 prikazana zavisnost koeficijenta deljenja od frekvencije dobijena je eksperimentalno. Na Slici 8.4 prikazana je zavisnost prenosnog odnosa od frekvencije dobijena izrazom (8.2) (uz vrednosti parametara dobijenih procenom i merenjem) i odgovarajuća eksperimentalno dobijena kriva. Sa Slike 8.3 i 8.4 vidi se da se, prema ekvivalentnoj šemi sa Slike 5.35, javlja rezonantna pojava u oblasti vrednosti frekvencije od oko 10^8 Hz. Poređenjem eksperimentalno dobijene zavisnosti koeficijenta deljenja od frekvencije i teoretski dobijene vrednosti dobija se da u realnim uslovima ne dolazi do uočene rezonantne pojave. To znači da je ekvivalentna šema sa Slike 5.35 za razdelnik primenljiva pri frekvencijama manjim od 10^8 Hz. Kombinovana merna nesigurnost izražena usled statičkih fluktuacija merene veličine (merna nesigurnost tip A), usled neodređenosti kapacitivnosti (merna nesigurnost tip B_C) i usled frekvencije (merna nesigurnost tip B_ω) iznosi 1,02 i dominantna je posledica merne nesigurnosti tip A.

Merna nesigurnost u odnosu na frekvenciju je izražena primenom analitičkog izraza za koeficijent deljenja (8.3). Na Slici 8.5 prikazana je zavisnost koeficijenta deljenja od frekvencije eksperimentalno i primenom izraza (8.3). Sa Slike 8.5 se vidi da je slaganje između eksperimentalno dobijenog koeficijenta deljenja i koeficijenta deljenja dobijenog prema izrazu (8.3) veoma dobra i da je merna nesigurnost tip B u odnosu na frekvenciju veoma mala. Izražena kombinovana merna nesigurnost usled statističkih fluktuacija merene veličine (merna nesigurnost tip A), usled neodređenosti kapacitivnosti

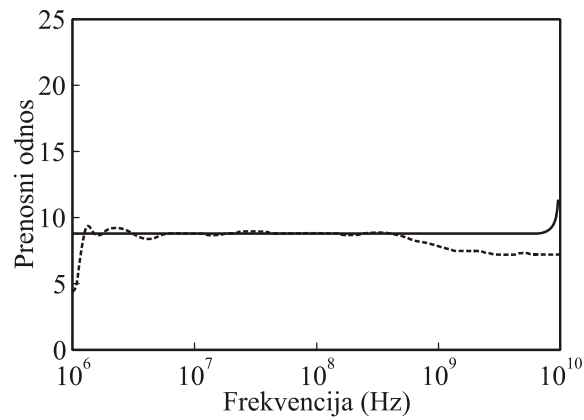
(merna nesigurnost tip B_C) i usled frekvencije (merna nesigurnost tip B_ω) je manja od 1% i dominantna je posledica merne nesigurnosti tip A.



Slika 8.3. Prenosna karakteristika testiranog razdelnika nakon statističkog filtriranja; tip A



Slika 8.4. Prenosni odnos k u odnosu na frekvenciju, dobijen prema jednačini (8.4) (—) i odgovarajuća eksperimentalno dobijena zavisnost (- - -)



Slika 8.5. Prenosni odnos k u odnosu na frekvenciju, dobijen prema jednačini (8.5) (—) i odgovarajuća eksperimentalno dobijena zavisnost (- - -)

8.3 Zaključak

Na osnovu dobijenih rezultata može se tvrditi da je kombinovana merna nesigurnost kapacitivnosti razdelnika sa koncentrisanom kapacitivnošću sa visokonaponske strane izuzetno mala. Pri tome je dominantan deo kombinovne merne nesigurnosti merna nesigurnost tip A. Ovakvi rezultati su posledice primene optimalno konstituisanog razdelnika. Naime, merna nesigurnost tip B usled neodređenosti vrednosti kapacitivnosti u visokonaponskoj i niskonaponskoj grani je kod primenljivog delila izuzetno mala. To je posledica stabilnosti kapacitivnosti gasnog kondenzatora. Maloj mernoj nesigurnosti tip B doprinosi i frekvencijska nezavisnost kapacitivnosti niskonaponske grane (liskun ima približno konstantnu vrednost $\epsilon(\omega)$). I mogućnost dobijanja konstantne vrednosti koeficijenta deljenja, to jest male vrednosti merne nesigurnosti tip B u odnosu na frekvenciju (pošto je totalni diferencijal konstante nula) posledica je malih gabarita primenjenog kapacitivnog razdelnika. Pri većim dimenzijama kondenzatora visokonaponske grane veća je parazitna induktivnost i parazitna otpornost visokonaponske grane, što dovodi do pojave rezonantnih pojava pri nižim frekvencijama. Na žalost, veći gabariti visokonaponskog kondenzatora su potrebni za veće naponske nivoe mernog napona. Veći naponski nivoi merenog napona onemogućuju primenu gasnih kondenzatora u visokonaponskoj grani (pošto bi došlo do unutrašnjih proboja). Iz tog razloga se za potrebe merenja na višim naponskim nivoima kao visokonaponski kondenzator koristi ulje+papir kondenzator. Takvo rešenje dovodi do nestabilnih vrednosti kapacitivnosti visokonaponske grane pošto se u oblogama kondenzatora javljaju elektrostatičke i elektrodinamičke sile usled dejstva visokog napona i velike struje. Pored toga, zbog nesavršenosti papirne izolacije se javlja parcijalno pražnjenje, što je ekvivalentno uvođenju dodatnih, promenljivih kapacitivnosti u visokonaponskoj grani. Iako se u radu prikazani rezultati mogu, striktno, primeniti na kontakte visokonaponske sonde, oni takođe omogućuju konstruktorima visokonaponskih razdelnika da izaberu optimalna konstruktivna rešenja za dobijanje minimalne kombinovane merne nesigurnosti.

9. Zaključak

Razmatranja prikazana u ovoj disertaciji odnose se na izražavanje merne nesigurnosti merenja brzo promenljivih jednokratnih impulsnih napona. Pored naučnog interesovanja za problematiku ekstremnih mogućnosti merenja u graničnim vremenskim oblastima, ova problematika ima i svoj praktično primenljiv značaj. Upravo tom praktičnom aspektu problema, u najvećoj meri, je posvećeno i uvodno poglavlje rada. Razmatranjem elektrooptičkih efekata, konkretno Kerr-ovog efekta, pokazano je da nije moguće iskoristiti ih za praktična merenja. Naime, iako su sami elektrooptički efekti skoro trenutni složeni sistemi prenošenja mernog signala sa mikroskopskog nivoa do makroskopskih mernih uređaja oni unose vremenske konstante koje ekraniziraju vremensku konstantu samog mehanizma detekcije. Usled toga je napuštena ideja paralelnog merenja elektrooptičkim metodama i razdelnicima napona i upoređivanja dobijenih rezultata. Namesto toga, rezultati merenja ultrabrzih impulsnih napona generisanih kablovskim generatorom su poslužili za verifikaciju numeričkih metoda dobijanja oblika merenog naponskog oblika. To je uspešno urađeno i time je pokazano da numerički postupci generisanja merenog signala mogu biti osnova za analizu efikasnosti mernog sistema za merenje impulsnih napona velike brzine porasta. Da bi se tako dobijeni alat iskoristio konstruisano je četiri tipa delila napona. Pri tome se vodilo računa o primeni svih poznatih metoda za postizanje optimalnih karakteristika odziva na impulsni napon. Razdelnik napona sa najboljim karakteristikama je iskorišćeno za izražavanje merne nesigurnosti. Dobijeni rezultati su pokazali da je kombinovana merna nesigurnost takvog, optimalno, konstruisanog delila manja od 1% i da je pretežno tip A. To je posledica same konstantnosti prenosnog odnosa optimalno konstruisanog delila. Ovaj rezultat ima praktični značaj za praćenje prenaponskih nivoa bitnih za koordinaciju izolacije na niskonaponskom nivou. Što se tiče prenaponskih pojava na visokonaponskom nivou, tu se javlja problem neprimenjivosti konstruktivnih rešenja primenjenih za razdelnik optimalnih karakteristika. Naime, najvažnije karakteristike konstruisanih razdelnika su male dimenzije, gasni visokonaponski kondenzator i frekventno nezavisni niskonaponski kondenzator. Od toga se, pri višim naponskim nivoima, može koristiti samo poslednja. Iz toga razloga je potrebno, u budućim razmatranjima ove problematike, posmatrati visokonaponske razdelnike sa visokonaponskim kondenzatorom ulje-papir dugim desetak metara. Takve realne konstrukcije će dati slabije rezultate sa aspekta merne nesigurnosti usled nelinearnih pojava u visokonaponskom kondenzatoru i znatno većih vrednosti parazitnih induktivnosti.

Prilog 1 Tomografija (rekonstrukcija unutrašnje strukture na osnovu projekcija)

1. Definicija

Tomografija je radiološka metoda za dobijanje jasnih rentgenskih slika unutrašnjih struktura fokusiranjem na specifične ravni unutar tela (definicija- Encyclopedia Britannica, 1999. godina).

Pojam je vezan za medicinske primene i implicitno za X-zračenje.

Omogućava jasno vizueliziranje struktura (unutrašnjih organa i tkiva), koje se ne mogu precizno odvojiti klasičnim rentgenskim snimcima.

Zajedničke osobine svih tomografskih metoda su:

- neinvazivnost (merna metoda nema uticaj na veličinu koja se meri),
- nedestruktivnost (nema za posledicu strukturalna i biološka oštećenja),
- efikasnost i za nepristupačne veličine koje se mere,
- primenjivost u slučaju opasnih ili eksplozivnih okruženja.

Tomografski koncept je univerzalan, a rešenja se uglavnom svode na pravilan izbor frekvencije zračenja, precizno usmerenje zračenja i ostvarivanje dovoljne osetljivosti detektora.

2. Kratka istorija tomografije

Austrijski naučnik Radon je 1917.-te godine (5 godina pre pojave rentgenske, X-ray tomografije), potvrdio mogućnost rekonstrukcije dvodimenzionih (2D) i trodimenzionih (3D) objekata, na osnovu neograničenog broja projekcija.

1938. godine predstavljena je prva primena rekonstrukcije , na osnovu projekcija primenom rentgenskog zračenja. 1961. godine, Olendorf je napisao moguću primenu metode za prostornu rekonstrukciju strukture mozga.

1963. godine Cormack koristi numerički postupak za rekonstrukciju strukture na osnovu projekcija.

Primena kompjuterizovane tomografije je počela tek 1973. godine, u smislu u kojem se i danas koristi.

Period do 1990. godine je bio revolucionaran za usavršavanje metoda za tačnu i efikasnu trodimenzionalnu rekonstrukciju tkiva u medicini. Nakon toga je usledio trend primene nove metode pod nazivom Nuklearna magnetna rezonanca, sa znatno boljom rezolucijom i bez štetnog zračenja.

3. Opšte postavke

Nedestruktivna rekonstrukcija prostorne strukture na osnovu projekcija je proces kojim se stvara dvodimenzionalna slika. Prvo se prikupljaju numeričke vrednosti projekcija, a one se zatim podrgavaju numeričkom postupku kojim se kao rezultat dobija ravanska raspodela gustine. Eksperiment se ponavlja za više paralelnih ravni.

Za nedestruktivno određivanje prostorne gustine nepoznate strukture, standardno je rentgensko zračenje. Svako kontinualno ili impulsno zračenje (bez obzira na talasnu dužinu), koje doživljava transformaciju u prisustvu veličine koja se proučava, ispunjava osnovni preduslov za tomografsku rekonstrukciju.

Pored toga, generisani zrak mora da ima dovoljnu energiju da prozračí prostor koji se proučava.

Svako precizno usmereno elektromagnetno zračenje u vidu snopa malog poprečnog preseka, mora da se:

- generiše (kontinualno ili impulsno zračenje konstantne amplitude),
- precizno usmeri (eventualno i moduliše),
- precizno pozicionira u odnosu na prijemnik,
- transformiše (sekundarna modulacija),
- demoduliše (eventualno) i
- na prijemniku se pretvori u električni signal koji se dalje obrađuje.

Optička tomografija obično koristi laserski snop u vidljivom delu spektra, iz praktičnih razloga, pri čemu zbog Kerr-ovog elektrooptičkog efekta moraju biti ispunjeni i dodatni zahtevi:

- transparentnost medijuma,
- ne sme da postoji prepreka prostiranju laserskog zraka za izabrane ravni,
- perpendikularnost između vektora električnog polja i laserskog zraka,
- generisano električno polje mora biti u određenom opsegu,
- električno polje ne sme da prevaziđe određenu vrednost (zbog proboja i rotacije ugla polarizacije za više od 90 stepeni).

Za razumevanje principa trodimenzionalne (3D) rekonstrukcije primenom tomografije, najjednostavnije je koristiti atenuaciju- slabljenje emitovanog signala, pri čemu nema potrebe za primarnom modulacijom. Između gustine materije i slabljenja emitovanog signala postoji linearna zavisnost, čime je ceo postupak značajno pojednostavljen.

Postoji i nedostatak, koji se ogleda u tome što slabljenje različitih frekvencija u emitovanom signalu nije isto. Zbog toga se koristi usrednjavanje- kalibracija (ceo spektar X-zraka se uzima u obzir, što povećava tačnost). Mnogi nedostaci se ne odnose na laserski zrak, koji je po prirodi monohromatski

(postoji samo jedna frekvencija zračenja) i zrak je precizno usmeren. Problemi kod njih su refleksija i difrakcija (usled varijabilnosti ugla između laserskog snopa i zida posude u kojoj se elektrodni sistem nalazi i u zavisnosti od vrste materijala zidova ćelije). Problem vibracija se rešava korišćenjem specijalnih optičkih klupa i prigušivača, ali se ne može u potpunosti eliminisati.

4. Analize tomografskih metoda

U početku razvoja tomografije se umesto prijemnika na kome se vrši konverzija zraka u električni signal, često koristio i film, pri čemu se intenzitet primljenog signala manifestovao kao manje ili veće osvetljenje filma. Prednost filma je brzina skeniranja, zbog kratkog vremena ekspozicije, što je posebno bitno s aspekta medicinske primene tomografije (brzina skeniranja značajno smanjuje dozu zračenja).

Značajne pogodnosti filma:

- martična struktura detektora ne pruža mogućnost visoke rezolucije registrovanja
- film omogućava daleko veću brzinu registrovanja podataka
- film pojednostavljuje i ubrzava mnoge ekperimentalne postupke
- cena filma je niska

Napomenimo da je nedostatak filma vreme koje je potrebno za očitavanje, što mnogo produžava postupak, a problemi su i kopiranje i arhiviranje.

Pristupi za prostornu numeričku rekonstrukciju na osnovu projekcija:

- Direktna projekcija (Back projection)
- ART (algebraic reconstruction technique) - algebarske iterativne rekonstrukcije
- digitalno filtriranje (bazirano na Furijeovoj transformaciji)

MART algoritam (Modified Algebraic Reconstruction Technique) se koristi kada nema potrebe za digitalnom filtracijom. Zato je korišćen u ovom radu, čiji je cilj da se dokaže upotrebljivost navedenog eksperimentalnog postupka. Takođe prednost u ovom modelu predstavlja i kvadratna zavisnost ugla rotacije polarizovanog laserskog snopa od veličine eliektričnog polja.

Rezimirajmo ukratko MART tehniku, koja je primenjena. Algoritam se zasniva na simetričnoj podeli kvadrata iste veličine koji sačinjavaju ćelije istih razmera.

Srednja vrednost se izračunava za svaku ćeliju i opšti slučaj neravnomernog ustrojstva polja. Ograničavajući faktor za tačnost rekonstrukcije je veličina ćelije i prečnik pripadajućeg laserskog snopa. Prečnik laserskog snopa mora da bude manji od veličine ćelije. Usvaja se veličina ćelije od 2 mm za postojeće numeričko izračunavanje rekonstrukcije, a laserski snop je približno bio jednak 1 mm. Ističe se da je veće razlučenje merenja i rekonstrukcije potrebno samo kod sistema sa mikroelektrodama. Potrebno razlučenje rekonstrukcije zavisi samo od veličine koja se ispituje i moguće nagle promene u

njenoj vrednosti iz jedne ćelije u drugu u ravni ispitivanja. Ovi problemi se događaju u oblasti bliskoj oštrim ivicama i šiljcima. Međutim, osnovna postavka u projektovanju visokonaponskih komponenti je upravo da se izbegnu. Ovaj problem je od ograničenog značaja u uobičajenom ispitivanju visokonaponske opreme. Predviđeno razlučenje ćelije od 2 mm je ispravno i dovoljno tačno za najveći broj primena u tehnici visokog napona. Nagla promena koja se događa u električnom polju između dve uzastopne ćelije je otkrivena eksperimentalno, što je očigledan pokazatelj da je predviđeno razlučenje (veličina ćelije) suviše veliko i da treba da se smanji. Ovo su tri principa aritmetičke rekonstrukcije potvrđena zbog svoje konvergentnosti i tačnosti: standardne, aditivne i multiplikativne metode.

Upotreba MART algoritma omogućava najveću zadovoljavajuću tačnost i konvergenciju. Dodatno, merenja se obično vrše za svaki položaj lasera tokom zapisa, radi ponovljivosti merenja i povećanja tačnosti. Koriste se težinski sačiniooci da ubrzaju konvergenciju iterativne metode.

Laserska tomografija je jedna od veoma popularnih alternativa na polju visokonaponskih merenja brzopromenljivih električnih veličina. Laserski snop je nosilac informacije o merenoj veličini, što stvara preduslove za sprovođenje veoma osetljivih merenja, bez uticaja na samu merenu veličinu. To je bitna činjenica za sve veličine visokih frekvencija. Primarni i najkompleksniji zahtev koji se mora zadovoljiti jeste perpendikularnost između električnog polja i laserskog snopa. To se postiže pravilnim izborom ravni u kojoj se vrši rekonstrukcija, traženjem maksimalne vrednosti električnog polja u određenom elektrodnom sistemu i korišćenjem numeričkih algoritama za proračun električnog polja (npr. MART).

Međutim postoje i neke specifičnosti koje ograničavaju ili čak onemogućavaju upotrebljivost metode. Uslovi i problemi vezani za eksperimentalnu metodu mogu se karakterisati kao :

- inherentna ograničenja merne metode
- realni uslovi tokom sprovođenja eksperimenta
- problemi kod generisanja uniformnih visokonaponskih impulsa

Eksperimentalni postupak se mora modifikovati, sa ciljem povećanja tačnosti merenja i postizanja verifikacije rezultata predloženog eksperimentalnog postupka.

Prilog 2 Talasovodni prilagodni otpornik

Talasovodni prilagodni otpornik se koristi za smanjenje dužine provodne putanje niskonaponske grane, što povećava njenu parazitnu induktivnost ($L_2 \approx x[\mu H/m]$; x – dužina niskonaponske grane). Dužina provodne putanje je važna. Posledično, da bi se izbegla značajna refleksija i oscilacija u mernom sistemu, potrebno je smanjiti na minimum dužinu provodnih putanja u aksijalnom pravcu. Ovo se može postići integrisanjem visokonaponskih i niskonaponskih kondenzatora sa jednim prilagodnim otpornikom kontinualnog konusnog tipa. Ovaj prilagodni otpornik je projektovan kao jedan kontinualni konusni otpornik koji omogućava da se vrši kontinualni prenos do

mernog kabla odgovarajuće talasne impedance. Pri projektovanju ovog konusa, sledeći odnos je obavezno ispoštovati:

$$Z_c = 50\Omega = \left(60/\sqrt{\epsilon_r}\right)\ln[(\tan \theta_2/2)/(\tan \theta_1/2)] \quad (\text{A1.1})$$

Gde θ_1 označava ugao izlazne sekcije mernog kondenzatora, θ_2 ugao konusnog kućišta i Z_c vrednost talasne impedance kabla za koju se vrši podešavanje. Niskonaponska grana sa prilagodnim $50\ \Omega$ talasovodnim otpornikom se pravi na sledeći način: 1 – napravi se model od sipasa niskonaponske grane (Slika A1.1); 2 – model se koristi za pravljenje gipsanog kalupa (Slika A1.2); 3 – napravi se aluminijumski konus i postavi u sredinu gipsanog kalupa; 4 – poliesterska smola se izlije u gipsani kalup preko aluminijumskog konusa; 5 – kada očvrstne, poliesterska smola se polira; 6 – aluminijumski film debljine $10\ \mu\text{m}$ se nanosi na stvrdnuti poliestere (pozitivna elektroda niskonaponskog kondenzatora); 7 – pravi se nosač za niskonaponsku konstrukciju (od sipasa) sa BNC konektorom na udaljenijem kraju. Slika A1.3 prikazuje završenu niskonaponsku granu.



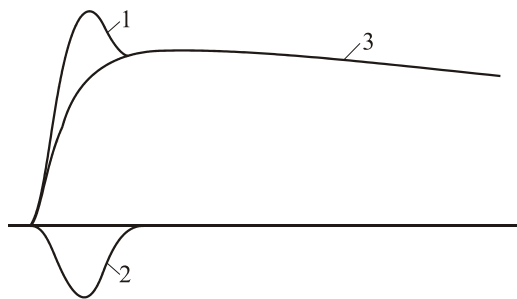
Slika A1.1. Izgled kalupa od sipasa za formiranje kalupa od gipsa



Slika A1.2. Izgled gipsanog kalupa za livenje poliesterske smole



Slika A1.3. Izgled niskonaponskog kondenzatora sa nosačem



Slika A1.4. Naponski talas pre i posle kompenzacije; 1 – nekompenzovan napon; 2 – kompenzovan napon; 3 – rezultantni napon na testiranom objektu

LITERATURA

- [1] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Organization for Standardization, Geneva (1995).
- [2] International Atomic Energy Agency, *Calibration of Radiation Protection Monitoring Instruments*, IAEA Safety Reports Series No.16, Vienna, (2000).
- [3] M. Evans, N. Hastings, B. Peacock, *Statistical distributions*, John Wiley & Sons, New York (2000).
- [4] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML, *The International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology*, International Organization for Standardization, Geneva (1993).
- [5] P.R. Bevington, D.K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis*, 3rd ed., McGraw Hill, New York (2003).
- [6] European Cooperation for Accreditation, *Expression of the uncertainty of measurement in calibration*, Tech. Rep. EA-4/02 (1999).
- [7] L. Kirkup, R.B. Frenkel, *An Introduction to Uncertainty in Measurement: Using the GUM*, Cambridge University Press, Cambridge (2006).
- [8] W. Bich, M.G. Cox, P.M. Harris, Evolution of the ‘Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement’, *Metrologia*, Vol. 43, pp. 161–166 (2006).
- [9] R. Kacker, K.D Sommer, R. Kessel, Evolution of modern approaches to express uncertainty in measurement, *Metrologia*, Vol. 44, pp. 513–529 (2007).
- [10] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML, *Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the ‘Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement’ Propagation of distributions using a Monte Carlo method*, Joint Committee for Guides in Metrology, Geneva (2007).
- [11] P. Osmokrović, K. Stanković, M. Vujisić, *Merna nesigurnost*, Akademska misao, Beograd (2009).
- [12] M.Grabe, *Measurement Uncertainties in Science and Technology*, Springer, Berlin (2005).
- [13] G. Wübbeler, M. Krystek, C. Elster, Evaluation of measurement uncertainty and its numerical calculation by a Monte Carlo method, *Measurement Science and Technology*, Vol. 19, pp. 1-4 (2007).
- [14] C.B. Moler, *Numerical computing with Matlab*, SIAM, Philadelphia (2004).
- [15] A. Kovačević, A. Kovačević, K. Stanković and U. Kovačević, *The Combined Method for Uncertainty Evaluation in Electromagnetic Radiation Measurement*, Nucl. Technol. Radiat., Vol. 29, pp. 279-284, 2014.
- [16] A. Kovačević, D. Despotović, Z. Rajović, K. Stanković, A. Kovačević, U. Kovačević, *Uncertainty Evaluation of the Conducted Emission Measurements*, Nuclear technology and radiationprotection, (2013), vol. 28, No. 2, pp. 182-190, [ISSN 1451-3994].

- [17] A. Schwab, *Hochspannungsmeß-technik*, Springer – Verlag, Berlin, Germany, 1981.
- [18] A. Kovacevic, K. Stankovic., *The numerical method for the coverage interval determination in the conducted emission measurements*, Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, Volume 91, 1 September 2016, Pages 221-227.
- [19] U. Kovačević, I. Milovanović, M. Vujisić, K. Stanković, Predrag Osmokrović, *Verification of a VFT Measuring Method Based on the Kerr Electro-Optic Effect*, IEEE Trans on Dielectrics and Electrical Insulation, 2014, Vol. 21, No. 3, pp. 1133-1142. [ISSN 1070-9878].
- [20] A. Thörne, U. Gäfvert, *Measurement of Electrical Field in Transformer Oil Using Kerr Technique with Electrical and Optical Modulation*, International Conference on Properties and Application of Dielectric Materials, Xi'an, China, June 1985.
- [21] D.C. Wunsch, *Kerr Cell Measuring System for High Voltage Pulses*, The Review of Scientific Instruments, Vol. 35, No. 7, July 1964.
- [22] E.F. Kelly, R.E. Hebner, *Electro-optic Measurement of Electric Field Distribution in Transformer Oil*, IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS 0102, No. 7, July 1983.
- [23] S. Newton, *Kerr Cell System for the Measurement of High Voltage Waveforms*, J.S. Instruments, Vol. 44, 1967.
- [24] E.D. Adler, H. Fritsche, S. Ovshinsky, *Physics of Disordered Materials*, Plenum Press, New York, 1985.
- [25] C.J.F. Böttcher, *Theory of Electric Polarization*, Dielectric in Static Fields, Vol. I, Elsevier, Amsterdam, 1973.
- [26] J. Thomson, M. Kristiansen, M.O. Hagler, *Optical Measurement of High Electric and Magnetic Fields*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. IM -25, No. 1, pp. 1 – 7, March 1976.
- [27] J.T. Herman, *Image Reconstruction from Projections (The Fundamentals on Computerized Tomography)*, Academic Press, New York, 1980.
- [28] J.C. Fillipini, *Recent Progress in Kerr Cell Technology; Physical Considerations – Review Article*, J. Phys. D: Applied Physics, Vol. 8, No. 3, pp. 201 – 213, 1975.
- [29] S. Kielich, *Molekularna optyka nelinearna*, Nauka, Moskva, 1981.
- [30] I. Milovanović, U. Kovačević, S. Đekić, S. Marković, P. Osmokrović, *Model eksperimentalnog merenja veoma brzih prelaznih napona simulacijom Kerovog elektrooptičkog efekta*, 31. savetovanje CIGRE Srbija 2013, Zlatibor 26.05.-30.05.2013., Zbornik radova, R D1-08, 2013, ISBN 978-86-82317-73-9.
- [31] TGL 20168/07 Hochspannungsprüftechnik Statistische Ermittlung von Durchschlagsspannungen; Ausg. 6,78 (s. Auch IEC-Publ. 60-2 (1973) Anhang A; VDE 0432/2)A.
- [32] W. Hausschild and W. Mosch, *Statistical Techniques for High – Voltage Engineering*, Peregrinus, U.K. 1992.
- [33] C. Kak and M. Slaney, *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEEE Press, 1988.

- [34] H.M. Hertz, *Kerr effect tomography for nonintrusive spatially resolved measurements of asymmetric field distributions*, Applied Optics, Vol. 25, No. 6, pp. 914 – 921, March 1986.
- [35] F. Zonfeld, *Computed Tomography*, Phillips Medical Systems, The Netherlands, 1983.
- [36] D. Cvetko, D Filipović, *The field simulation program*”, *International Reports on Installations of High – Voltage Engineering*, Uppsala, Sweden, 1988.
- [37] A. Kumada, A. Iwata, K. Oyaki, M. Ciba and K. Hidaka, *Kerr effect in gas and its application to non - contact measurement of electric field*, Journal of Applied Physics, Vol. 92, No. 5, pp. 2875 - 2879, September 2002.
- [38] R. M. Mersarau, A. V. Oppenheim, *Digital reconstruction of multi – dimensional signals from their projections*, Proc. IEEE, Vol. 62. No. 10, pp. 1319 – 1338, October 1974.
- [39] D. Filipović, V. Scuka, D Vindmar, *A laser beam tomographic method for spatial evaluation of high impulse electric field in transformer oil*, in Proc. 6th International Symposium on High – Voltage Engineering, New Orleans, LA.
- [40] Y. Nonaka, H. Sato, T. Maeno, T. Takada, *Electric field in transformer oil measured with the Kerr effect technique*, IEEE Transactions on Electrical Insulation, Vol. 26, No. 5, pp. 210 - 216, April 1991.
- [41] R. Gordon, *A tutorial on ART*”, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. NS - 21, No. 3, pp. 78 - 93, Jun 1974.
- [42] *ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 1993.
- [43] J.F. Ready, *Industrial Application of Lasers*, 2nd Edition, Academic Press, New York, 1997
- [44] P. Osmokrović, N. Arsić, Z. Lazarević, Z. Kusić *Numerical and experimental design of three – electrode spark gap for synthetic test circuits*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 3, pp. 1444 – 1450, July 1994.
- [45] M. Hikita, M. Zahn, K.A. Wright, C.M. Cooke, J. Brennan, *Kerr electro – optic field mapping measurements in electron beam irradiated polymethylacrilate*, IEEE Trans. on Electrical Insulation, Vol. 23, No. 5, pp. 861–880, October 1988.
- [46] E. C. Cassidy, R. Hebner, M. Zahan, R. J. Sojka, *Kerr effect studies of an insulating liquid under varied high – voltage conditions*, IEEE Transactions on Electrical Insulation, Vol. EI - 9, No. 2, pp. 43 – 56, June 1974.
- [47] J. C. Fillipini, Y. Poggi, *Problems arising from the use of liquid dielectrics in Kerr cells application to nitrobenzene and liquid crystals in isotropic phase*, in Proceedings of IEEE Conference Publication 129, Dielectric Materials’ Measurements and Applications, Cambridge, U.K. 1975.
- [48] J. A. Rice, *Mathematical Statistics and Data Analysis*, 2nd Edition, Belmont, Duxbury, CA, USA, 1995.

- [49] M.P. Sieband, *Medical Imaging System in Medical Instrumentation*, Houghton Mifflin, Boston, MA, 1992.
- [50] P. Osmokrović, D. Filipović, M. Pešić, Z. Lazarević, *Transient electric field measurement in the liquid dielectrics using computerized laser tomography*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 56, No. 6, pp. 2538 – 2546, December 2007.
- [51] P. Osmokrović, I. Milovanović, M. Vujisić, K. Stanković, R. Radosavljević, *Experimental measurements of very fast transient voltages based on an electro-optic effect*, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 43, No. 1, pp. 408 – 417, 2012.
- [52] A. Kost, *Numerische Methoden in der Berechnung elektromagnetischer Felder.*, Berlin: Springer-Verlag, 1994. –ISBN 3-540-55005-4
- [53] P. Osmokrović, *Elektricni proboj SF₆ u intervalu proizvoda pd od 10⁻⁴ do 10³ barmm*, Doktorska disertacija, ETF Beograd, 1984.
- [54] www.haefely-hiptronics.com
- [55] P. Osmokrović, D. Petković and O. Marković, *Measuring probe for fast transients monitoring in gas - insulated substations*, ETEP/IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 46, pp. 36-45, 1997
- [56] A. Schwab, *Hochspannungs messtechnik messgerate und messverfahren*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1981.
- [57] M. Savić, Z. Stojković, *Tehnika visokog napona – Atmosferski prenaponi*, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, 2001.
- [58] N. Arsić, P. Osmokrović, *Tehnika visokog napona – Praktikum*, Elektrotehnički fakultet u Prištini, 1996.
- [59] A. Schwab, *Hochspannungsmesstechnik*, Hochspannungsinstitut Universitat Fridericiana, Karlsruhe.
- [60] G.E. Forsythe, W.R. Wasow, *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations*, Wiley, New York, 1962.
- [61] L. Fox, *Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations*, Pergamon Press, 1962.
- [62] N. Arsić, *Numeričko i eksperimentalno modelovanje gasnog troelektrodnog iskrišta*, Doktorska disertacija, ETF Beograd, 1994.
- [63] P. Osmokrović, N. Arsić, *Application of Vacuum Three-Electrode Spark Gaps for Synthetic Circuits*, 15th ISDEIV, Darmstadt, 1992., 5P14, pp 624-628.
- [64] P. Osmokrović, N. Arsić, Z. Lazarević, D. Kušić, *Numerical and Experimental Design of Three-Electrode Spark Gaps*, Winter Meeting, 1994., 012-5PWRD, New York.
- [65] HAEFELY Documentation: *Impulse Current Test Sistem, Type SSGA 30-200 kA*, Basel, 2001.
- [66] HAEFELY Documentation: *Impulse Voltage Test System SG Δ A 200-2600 kV, 10-260 kJ*, Basel, 2001.
- [67] HAEFELY Documentation: *Impulse Voltage Test System SGSA 100-800 kV, 5-40 kJ*, Basel, 2001.

- [68] HAEFELY Documentation: *Impulse Voltage Construction Kit*, Basel, 2001.
- [69] HAEFELY Documentation: *AC Test System – Cylinder-Type Transformers, Type ACS 100-300 kV, Type PSZ 250-1600 kV*, Basel, 2002.
- [70] HAEFELY Documentation: *AC Test System – Tank Type Transformers, Type, Type PSK 20-1000 kV*, Basel, 2001.
- [71] HAEFELY Documentation: *Resonant Test System RSK*, Basel, 1998.
- [72] HAEFELY Documentation: *Standard Capacitors, Type NK, Type 3370*, Basel, 2001.
- [73] Studija: *Uvođenje metal-oksidnih prenapona u visokonaponsku mrežu ELEKTROISTOK-a*, Beograd, 1991.
- [74] A. Küchler, *Hochspannungstechnik*, Springer, Berlin, 2009
- [75] M. Stojkanović, G. Djukić, K. Stanković, M. Vujisić, P. Osmokrović, *Design, deployment and verification of the capacitive voltage divider for measuring fast transient occurrences in the nanosecond range*, International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Volume 43, Issue 1, December 2012, Pages 1479-1486.
- [76] Prospekti MINEL-a o metal-oksidnim odvodnicima prenapona tip MWL, katalog OP-504-02-10/97.
- [77] Prospekt ASEA BROWN BOVERI: *Overvoltage Protection, Surge Arresters tzpe MWM*, Publication No: CH-A 133 541 E.
- [78] IEC 60060-2: 1994, *High Voltage Test Techniques*.
- [79] IEC 60099-4, *Metal-Oxide Surge Arresters*.
- [80] IEC 99-1/70, *Non-Linear Resistor Type Arresters For Ac Systems*.
- [81] ANSI-Publication C 62.11.
- [82] N. Arsić, P. Osmokrović, I. Milovanović, *The influence of the Low - Voltage capacitor dielectric material on the capacitive probe response in the nanosecond range*, Digest of Technical Papers-IEEE International Pulsed Power Conference, 2005 IEEE Pulsed Power Conference, PPC; Monterey, CA; United States; 13 June 2005 through 17 June 2005.
- [83] Z. Bajramovic, S. Carsimamovic, M. Veleđar, O. Hadzic, A. Carsimamovic, P. Osmokrovic, *Computer simulation of transients due to disconnecter switching in air-insulated substations*, EUROCON 2007 - The International Conference on Computer as a Tool 2007, Article number 4400344, Pages 2051-2054.
- [84] IEC 60071-2, *Standard on Insulation Co-ordination*.
- [85] TGL 20620 *Statistische Ermittlung von Durchschlagsspannungen*.
- [86] IEC 60270 Ed. 3.0 b:2000, *High-voltage test techniques – Partial discharge measurements*.
- [87] P. Osmokrović, D. Petković, O. Marković, *Measuring probe for fast transients monitoring in gas - insulated substations*, ETEP/IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 46, pp. 36-45, 1997.

- [88] P. Osmokrović, N. Arsić, M. Vujisić, K. Stanković, C. Dolićanin, *Reliability of three-electrode spark gaps*, Plasma Devices Oper., Vol. 16, pp. 235-245, 2008
- [89] U. Kovacevic, Z. Bajramovic, B. Jovanovic, D. Lazarevic, S. Djekic, *The construction of capacitive voltage divide for measuring ultrafast pulse voltage*, Digest of Technical Papers-IEEE International Pulsed Power Conference, Volume 2015-October, 12 October 2015, Article number 7296889, IEEE Pulsed Power Conference, PPC 2015; Austin; United States; 31 May 2015 through 4 June 2015; Category number CFP15PPC-ART; Code 117245
- [90] M. Stojkanović, G. Djukić, K. Stanković, M. Vujisić, P. Osmokrović, *Design Deployment and verification of the capacitive voltage divider for measuring fast transient occurrences in the nanosecond range*, Int. J. Elec Power, Vol. 43, pp. 1479-1486, 2012
- [91] N. Arsić, P. Osmokrović, I. Milovanović, *The influence of the LowVoltage capacitor dielectric material on the capacitive probe response in the nanosecond range*, Digest of Technical Papers 2005 IEEE Pulsed Power Conference, pp. 726729, 2005
- [92] G. Yue, W. Liu, W. Chen, Y. Guan, Z. Li, H. Wang, *Measurement methods of very fast transient overvoltage in gas insulated switchgear with complete process*, Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering, Vol. 31, pp. 1827, 2011
- [93] IEC Publication Nr. 60060-1: *High – voltage test techniques – Part 1: General definitions and test requirements*, IEC 1989, Genf.
- [94] I. Milovanović, *Uticaj materijala dielektrika niskonaponskog kondenzatora na odziv kapacitivne sonde u nanosekundnoj oblasti*, magistarski rad, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, jul 2007.
- [95] P. Osmokrović, D. Petković, O. Marković, N. Kartalović, Đ. Vukić, *Measuring System for Fast Transient Monitoring in Gas – Insulated Substations*, ETEP, 1997, Vol. 24, No. 6, pp. 165-172.
- [96] A. V. Richardson, H. M. Ryan, *Computer aided analysis of an impulse voltage measuring system*, IEEE Trans. PAS (1973), pp. 1 – 9.
- [97] P. Osmokrović, G. Ilić, K. Stanković, Č. Dolićanin, M. Vujisić, *Determination of Pulse Tolerable Voltage in Gas-Insulated System*, Japanese Journal of Applied Physics Vol. 47 (2008), pp. 8928-8934.
- [98] K. Stanković, M. Vujisić, D. Kovačević, P. Osmokrović, *Statistical analysis of the characteristics of some basic mass-produced passive electrical circuits used in measurements*, Measurement, Journal of the International Measurement Confederation, Volume 44, Issue 9, November 2011, Pages 1713-1722
- [99] A.M. Kovačević, K.D. Stanković, *The numerical method for the coverage interval determination in the conducted emission measurements*, Measurement: Journal of the International Measurement Confederation, Volume 91, 1 September 2016, Pages 221-227.
- [100] F. Hoppadietz, *Rechnerische Ermittlung von statistischen Durchschlagspannungen und Stichprobenumfang*, Elektrie 32 (1978) 5, pp. 474-476.
- [101] K. Stanković, M. Vujisić, P. Osmokrović, *A statistical of measurement results obtained from non-linear physical laws*, Applied Mathematical Modelling 35, 2011. (3128-3135)

- [102] D.V. Hinkley, *On the Ratio of Two Correlated Normal Random Variables*, *Biometrika* 56, 1969. (635-639).
- [103] G. Marsaglia, *Ratios of Normal Variables and Ratios of Sums of Uniform Variables*, *JASA* 60, 1965. (193-204).
- [104] T. Pham-Gia, N. Turkkan, E. Marchand, *Density of the Ratio of Two Normal Random Variables and Applications*, *Communications in Statistics: Theory and Methods* 35, 2006. (1596-1591).
- [105] S. Nadarajah, *On the Ratio X/Y for Some Elliptically Symmetric Random Variables*, *Journal of Multivariate Analysis* 97, 2006. (342-358).
- [106] D.Kamerud, *The Random Variable X/Y , X, Y normal*, *The American Mathematical Monthly* 85, 1978. (207).
- [107] S.V. Crowder, R.D. Moyer, *A two-stage Monte Carlo approach to the expression of uncertainty with non-linear measurement equation and small sample size*, *Metrologia* 43, 2006. (34-41).
- [108] M.G. Cox, B.R. L.Siebert, *The use of a Monte Carlo method for evaluating uncertainty and expanded uncertainty*, *Metrologia* 43, 2006. (S178-S188).
- [109] P.R. Bevington, D.K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis*, 3rd ed., McGraw Hill, New York, (2003).
- [110] TGL 20 623 Hochspannungsprüftechnik; Messung der Hochspannung; B1.1 u. 2, Ausg. 12.76; B1.4 Ausg. 6.77; B1.5 Ausg. 12.78.
- [111] S. Vibholm, A. Pedersen, P. Thyregod, *Determination of low probability first breakdown voltages in compressed SF_6* , ICPIG XIV (Grenoble) C7-289, *Journal de Physics* 40 (1978) 7.
- [112] G. Đogo, P. Osmokrović, *Statistical Properties of Electrical Breakdown in Vacuum*, *IEEE Transaction on Electrical Insulation* 1989, Vol.24, No.6, pp. 949-953.
- [113] Meß-und Steuersystem für Gleich-und Wechselspannungsprüfanlagen des VEB TuR Dresden. Firmenschrift VEB Transformatoren-und Röntgenwerk "Hermann Matern" Dresden (Nr,8090) 1980.
- [114] S. Allie, A. Buffler, B. Campbell, F. Lubben, D. Evengelinos, D. Psillos, O. Valassiades, *Teaching measurement in the introductory physics laboratory*, *Phys. Teach.* 41 (2003), pp. 394-401.
- [115] www.prana-rd.com
- [116] www.agilent.com
- [117] G. Ilić, P. Osmokrović, D. Stanković, *Primenjena magnetika: magnetne naprave i merne metode*, *Zavod za fiziku tehničkih fakulteta Univerziteta u Beogradu, Privredno društvo za distribuciju električne energije cantar, Kragujevac*, 2012.
- [118] K. Möller, *Ein Beitrag zur experimentellen Ueberprüfung der Funkengesetze von Toepler*, Rompe-Weizel und Braginskii, *ETZ-A* 92, pp, 37 – 42, 1971.
- [119] A. J. Schwab, *Hochspannungsmesstechnik Messgeräte und Messverfahren*, Springer-Verlag, Berlin, 2011.

- [120] S.V. Crowder, R.D. Moyer, *A two-stage Monte Carlo approach to the expression of uncertainty with non-linear measurement equation and small sample size*, Metrologia 43 (2006), pp. 34-41.
- [121] J.R. Rice, *Mathematical analysis and data analysis*, second ed., Duxbury Press, Belmont, Ca., USA, (1995).
- [122] U. Kovačević, D. Brajović, K. Stanković, P. Osmokrović, *Measurement Uncertainty of Fast Pulse Voltages Measurements with Capacitive Divider*, 2016 IEEE International Power Modulator and High Voltage Conference (IPMHVC), July 5 – 9 2016, San Francisco, CA