

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Неџад Р. Рудоња

**ПОБОЉШАЊЕ ПРЕНОШЕЊА
ТОПЛОТЕ У АКУМУЛАТОРУ
ТОПЛОТЕ СА ФАЗНО
ПРОМЕНЉИВИМ МАТЕРИЈАЛОМ
КАО ИСПУНОМ**

Докторска дисертација

Београд, 2016.

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Nedžad R. Rudonja

**HEAT TRANSFER ENHANCEMENT IN
THE THERMAL ENERGY STORAGE
FILLED BY PHASE CHANGE
MATERIAL**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016.

Комисија за преглед и одбрану:

Ментор: Проф. др Мирко Коматина, редовни професор,
Машински факултет Универзитета у Београду

Чланови комисије: Проф. др Милош Бањац, редовни професор,
Машински факултет Универзитета у Београду
Проф. др Милан Гојак, ванредни професор,
Машински факултет Универзитета у Београду
Др Горан Живковић, научни сарадник,
Институт за Нуклеарне науке Винча
Др Драги Антонијевић, научни саветник,
Иновациони центар Машинског факултета Универзитета у
Београду

Датум одбране:

Својевремено активно се бавећи спортом, али и данас када то чиним рекреативно, са пријатељима, знао сам и знам да је колективна снага једног успешног тима увек већа од збира појединачних квалитета играча који чине тај тим. Дobar колектив тј. тим је место на коме се остварују снови свих нас који смо његов део. У остваривању мојих снова имао сам помоћ за коју морам да се захвалим свима онима који су ми је пружили током израде ове дисертације. Огромну захвалност дугујем ментору професору др Мирку Коматини, редовном професору Машинског факултета у Београду на стручној подршци, сугестијама и неизмерној мотивацији да се и овај посао успешно оконча. Велику захвалност дугујем Лабораторији за термотехнику и енергетику Нуклеарног института Винча на подршци током реализације експерименталних истраживања. Посебну захвалност дугујем др Горану Живковићу за помоћ око нумеричког моделирања и експерименталног истраживања, као и др Драгом Антонијевићу на свесрдној помоћи у обликовању дисертације и публиковању радова који су проистекли као резултат рада на овој дисертацији. Захваљујем се др Драгољубу Дакићу на огромној помоћи и саветима током израде експерименталне инсталације. Велико хвала техничком особљу поменуте лабораторије на техничкој подршци при изградњи експерименталне инсталације и спровођењу експерименталног истраживања. Велику захвалност дугујем колегама др Владимиру Јовановићу, др Небојши Манићу са Машинског факултета у Београду, као и колеги др Миодрагу Лукићу из Института техничких наука САНУ на помоћи у реализацији дела експерименталног истраживања. Велико хвала осталим члановима комисије, као и професору др Ђорђу Козићу на стручним саветима и сугестијама које су значајно допринеле квалитету ове дисертације. Захваљујем се свим члановима Катедре за термомеханику Машинског факултета у Београду на подршци коју сам имао током израде тезе.

И на крају, хвала онима који су све време били уз мене, хвала мојој породици, пријатељима, Институту за нуклеарне науке Винча, Машинском факултету Универзитета у Београду, као и Министарству просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

У Београду, Мај 2016. године.

Нецад Рудоња

ПОБОЉШАЊЕ ПРЕНОШЕЊА ТОПЛОТЕ У АКУМУЛАТОРУ ТОПЛОТЕ СА ФАЗНО ПРОМЕНЉИВИМ МАТЕРИЈАЛОМ КАО ИСПУНОМ

Сажетак:

Отежано преношење топлоте у акумулаторима топлоте са фазно променљивим материјалом као испуном, које се јавља као последица мале топлотне проводљивости фазно променљивих материјала који се користе на температурском опсегу до $200\text{ }^{\circ}\text{C}$, представља главну препреку у примени акумулатора топлоте у којима се акумулација топлоте остварује на рачун промене фазе радног медијума. Поред типова акумулатора топлоте и прегледа потенцијалних, односно коришћених фазно променљивих материјала, разматране су методе за побољшање преношења топлоте, тј. за превазилажење проблема мале топлотне проводљивости материјала. Као најпоузданији метод за поспешивање преношења топлоте се показало повећање површи за размену топлоте, тј. површи која је у контакту са фазно променљивим материјалом. Као фазно променљиви материјал коришћен је парафин комерцијалног назива Е53. Побољшање преношења топлоте је праћено преко смањења времена топљења парафина, тј. повећања брзине промене фазе, односно временског периода у коме се достиже температура промене фазе парафина. За разлику од досадашњих истраживања, у којима је повећање оствареног побољшања преношења топлоте посматрано у функцији од броја ребара или неке карактеристичне димензије ребра (висина, пречник, дужина и сл.), у овом раду је побољшање доведено у корелацију са фактором оребрења. У оквиру дисертације је осмишљен физички модел акумулатора топлоте испуњеног фазно променљивим материјалом за три вредности фактора оребрења, тј. за три варијанте акумулатора топлоте. Уведени физички модел акумулатора топлоте описан је одговарајућим математичким моделом у који су имплементирани претпоставке неопходне за решавање дефинисаног система једначина.

Решавање једначина математичког модела за дате почетне и граничне услове извршено је нумеричким поступком помоћу софтверског пакета *Fluent*. Гранични услов, којим је описано довођење топлоте парафину, написан је у програмском језику C. Термофизичке карактеристике парафина које се као параметри појављују у једначинама математичког модела одређене су сопственим експерименталним истраживањима. Развијени CFD модел је искоришћен за симулирање различитих режима рада акумулатора топлоте како би се испитао утицај фактора оребрења, материјала ребра, и Стефановог броја на брзину топљења парафина. У циљу верификације како резултата тако и самог нумеричког модела, осмишљена је, конструисана и изведена сопствена експериментална инсталација реалног акумулатора топлоте на којој је могуће испитивање акумулације топлоте у већини фазно променљивих материјала, као и истовремено довођење и одвођење топлоте. Поређењем сопствених експерименталних резултата и резултата нумеричког моделирања констатовано је добро слагање добијених резултата.

Кључне речи: акумулатор топлоте, фазно променљив материјал, парафин, нумеричко моделирање.

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Термомеханика

УДК класификација: 620.97:536.24(043.3)

697.329(043.3)

HEAT TRANSFER ENHANCEMENT IN THE THERMAL ENERGY STORAGE FILLED BY PHASE CHANGE MATERIAL

Abstract:

Impaired heat transfer in thermal energy storage (TES) with phase change material (PCM) as a filling, which occurs as a result of low thermal conductivity of the phase-change materials used for storing thermal energy up to 200 °C, represents a major obstacle in the implementation of the TES in which the heat accumulation is realized as a consequence of the working medium phase change. Beside review of present thermal energy storages types and potential one, respectively used PCMs, methods for enhancing heat transfer were considered, i.e. method for overcoming the problem of low thermal conductivity material. As the most reliable method for enhancing heat transfer, the increase of heat transfer surface was found, i.e. the surface that is in the contact with PCM. The commercial paraffin E53 was used as the PCM. The enhancement of heat transfer is accompanied by the decrease of the paraffin melting time, i.e. increase of the phase change rate, respectively the period in which the temperature of the phase change of the paraffin is reached. Unlike previous studies, where achieved heat transfer increase was analyzed as a function of the number of fins or some fin characteristic dimension (height, diameter, length, etc.), in this thesis the heat transfer improvement was into correlated with of the finned surface factor. Within this thesis the physical model of the thermal energy storage filled by PCM was conceived for three values of the finned surface factor, i.e. for the three variants of the TES. The introduced physical model of the TES was described by corresponding mathematical model in which the necessary assumptions for solving the defined system of equations were implemented. Solving the equations of the mathematical model for given initial and boundary conditions was performed by numerical method using the specialized software *Fluent*. Boundary condition, which describe heat supply to the paraffin, was specially written in

the programming language C. Thermo-physical properties of the paraffin that appear as parameters in the equations of the mathematical model were determined by own experimental investigation. The developed CFD model was used to simulate the different modes of TES operation in order to investigate the influence of finned surface factor, fin material, and Stefan's number on melting rate of the paraffin. In order to verify both the results, and the numerical model, own experimental installation of a real TES was designed and built, with possibility for testing heat accumulation in most PCMs, as well as simultaneous heat supply and removal. Comparing own experimental results and the results of the numerical modeling, strong agreement of results was observed.

Key words: thermal energy storage, phase-change material, paraffin, numerical modeling.

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: Thermomechanics

UDC classification: 620.97:536.24(043.3)

697.329(043.3)

Садржај

1	УВОД.....	1
2	ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ	6
2.1	АКУМУЛАЦИЈА ТЕРМИЧКЕ (УНУТРАШЊЕ) ЕНЕРГИЈЕ.....	6
2.1.1	Подела акумулатора топлоте	10
2.1.2	Акумулација топлоте у АТПТ	11
2.1.3	Акумулација топлоте у акумулаторима топлоте са фазно променљивим материјалом (АТПФ).....	12
2.1.4	Поређење АТПТ и АТПФ.....	13
2.1.5	Термохемијски акумулатори топлоте.....	15
2.2	РАДНЕ МАТЕРИЈЕ У АКУМУЛАТОРИМА ТОПЛОТЕ СА ФПМ	15
2.2.1	Жељене карактеристике	15
2.2.2	Жељене термичке особине ФПМ.....	16
2.2.3	Жељене физичке особине ФПМ.....	17
2.2.4	Жељене кинетичке особине ФПМ.....	18
2.2.5	Жељене хемијске особине ФПМ.....	18
2.2.6	Економска оправданост коришћења ФПМ	19
2.3	ФАЗНО ПРОМЕНЉИВИ МАТЕРИЈАЛИ.....	19
2.3.1	Подела фазно променљивих материјала	19
2.3.2	Органски ФПМ-и	21
2.3.3	Парафинска једињења.....	22

2.3.4	Масне киселине	24
2.3.5	Неорганска једињења као ФПМ	25
2.4	ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ТОПЉЕЊА И ОЧВРШЋАВАЊА	28
2.4.1	Аналитичке методе за решавање проблема топљења (очвршћавања)	31
2.4.2	Стефанов гранични услов	32
2.4.3	Стефанов проблем	37
2.4.4	Нојманов проблем	39
2.4.5	Приближна аналитичка решења проблема топљења (очвршћавања)	42
2.4.6	Решавање једнообласног проблема топљења коришћењем приближног интегралног метода 45	
2.4.7	Решавање двообласног проблема топљења коришћењем приближног интегралног метода 47	
2.5	НУМЕРИЧКЕ МЕТОДЕ ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА ТОПЉЕЊА И ОЧВРШЋАВАЊА	48
2.5.1	Енталпијски модел	50
2.5.2	Модел еквивалентног топлотног капацитета	53
2.6	ПРИКАЗ КОРИШЋЕНИХ ГЕОМЕТРИЈА И МЕТОДА ДИСКРЕТИЗАЦИЈЕ ЈЕДНАЧИНА МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА	54
2.7	МЕТОДЕ ЗА ПОБОЉШАЊЕ ПРЕНОШЕЊА ТОПЛОТЕ У АКУМУЛАТОРИМА ТОПЛОТЕ СА ФПМ КАО ИСПУНОМ	56
2.8	ЦИЉЕВИ ИСТРАЖИВАЊА	68
2.9	ИЗБОР ФПМ	69
3	ПОСТАВКА ФИЗИЧКОГ МОДЕЛА	70
4	ПОСТАВКА МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА	73

4.1	ОСНОВНЕ ЈЕДНАЧИНЕ.....	73
4.1.1	Једначина континуитета	74
4.1.2	Једначина количине кретања.....	75
4.1.3	Једначина енергије.....	75
4.1.4	Једначина енталпија-порозност	76
4.1.5	Основне претпоставке	77
4.2	ЈЕДНАЧИНЕ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА ЗА ДОМЕН ЧАУРЕ И РЕБАРА.....	79
4.3	ЈЕДНАЧИНЕ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА ЗА ДОМЕН ФПМ.....	79
4.4	ДОМЕН ИНТЕГРАЦИЈЕ, ПОЧЕТНИ И ГРАНИЧНИ УСЛОВИ.....	82
4.4.1	Почетни услови.....	82
4.4.2	Гранични услови	83
4.4.3	Гранични услови за дефинисање поља брзина.....	85
4.4.4	Гранични услови за дефинисање температурног поља.....	86
5	НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНА МОДЕЛА.....	90
5.1	ПАРАМЕТРИ НУМЕРИЧКОГ МОДЕЛА	91
5.2	ДЕФИНИСАЊЕ РЕЖИМА СТРУЈАЊА	91
5.3	ПРОЦЕДУРА НУМЕРИЧКОГ МОДЕЛИРАЊА У <i>FLUENT</i> -у	92
5.4	ГЕНЕРИСАЊЕ МРЕЖЕ	93
5.5	ИМПЛЕМЕНТАЦИЈА ГРАНИЧНИХ УСЛОВА	95
5.6	ДИСКРЕТИЗАЦИЈА И РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНА МОДЕЛА	96
5.7	ПАРАМЕТРИ НУМЕРИЧКОГ МОДЕЛА	97

5.8	ОПИС НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА.....	98
6	РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА.....	99
6.1	ПАРАМЕТАРСКА АНАЛИЗА	108
7	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСТРАЖИВАЊА.....	112
7.1	ТЕРМОФИЗИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ФПМ	112
7.1.1	Одређивање густине парафина.....	113
7.1.2	Одређивање топлотне проводљивости парафина.....	116
7.1.3	Одређивање топлоте промене фазе и специфичног топлотног капацитета	120
7.1.4	Динамичка вискозност парафина	124
7.2	ОПИС ЕКСПЕРИМЕНТАЛНЕ ИНСТАЛАЦИЈЕ АКУМУЛАТОРА ТОПЛОТЕ.....	124
7.3	МЕРЕЊЕ ТЕМПЕРАТУРЕ	132
7.4	МЕРЕЊЕ ЗАПРЕМИНСКОГ ПРОТОКА ВАЗДУХА.....	136
7.5	МЕРНА НЕСИГУРНОСТ	137
7.6	АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИХ РЕЗУЛТАТА	142
8	ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА	149
8.1	ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА МОДЕЛА И РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА ДОБИЈЕНИХ СОПСТВЕНИМ ЕКСПЕРИМЕНТИМА.....	149
8.2	ПОРЕЂЕЊЕ СОПСТВЕНИХ НУМЕРИЧКИХ РЕЗУЛТАТА И РЕЗУЛТАТА ДРУГИХ АУТОРА.....	153
9	ЗАКЉУЧАК.....	157
	ЛИСТА СЛИКА.....	162
	ЛИТЕРАТУРА.....	167

Списак ознака

Ознака	Јединица	Значење
A	$[m^2], [-]$	Површина, константа
A_q	$[W/m^2]$	Константа топлотног флуksа
A'	$[m^2]$	Површина неоредреног дела грејача
A''	$[m^2]$	Површина оредреног дела грејача
A_{mush}	$[-]$	Константа порозности
a_T	$[K]$	Температурна константа
a	$[m^2/s]$	Температурна проводљивост, дифузивност
B	$[m^2/s]$	Константа
B_q	$[W/m^2]$	Константа топлотног флуksа
b_T	$[K/m]$	Температурна константа
C	$[-]$	Константа
C_q	$[m^{-1}]$	Константа функције топлотног флуksа
c_p	$[J/(kgK)]$	Специфични топлотни капацитет при константном притиску
\bar{c}_p	$[J/(kgK)]$	Средња вредност специфичног топлотног капацитета при константном притиску на одређеном температурном интервалу
D	$[-]$	Константа
d	$[m]$	Пречник на којем се врши оредравање
e	$[Ws^{1/2}/Km^2]$	Ефузивност
g	$[m/s^2]$	Гравитационо убрзање
H	$[J/kg]$	Специфична енталпија
ΔH	$[J/kg]$	Топлота промене фазе x_m kg радног медијума
H_r	$[m]$	Висина ребра
h	$[J/kg]$	Сензибилни део енталпије
h_{ref}	$[J/kg]$	Осетна енталпија на референтној температури
K	$[m^2], [-]$	Пермеабилност, константа
k_z	$[W/(m^2K)]$	Коефицијент пролажења топлоте кроз раван зид
k_T	$[m^{-1}]$	Константа температурског профила
L	$[m]$	Висина подужног ребра, карактеристична дужина
m	$[kg]$	Маса

Ознака	Јединица	Значење
\dot{m}	[kg/s]	Масени проток
\vec{n}	[-]	Јединични вектор нормале на контролну површ
n	[-]	Број ребара
N_a, N_λ	[-]	Бездимензионални број
P	[W], [-]	Снага електричног грејача, параметар
p	[Pa]	Притисак
Q	[J]	Количина топлоте
\dot{q}, \dot{q}_A	[W/m ²]	Топлотни флуks
R	[m]	Пречник
r_m, h_{sl}	[J/kg]	Топлота промене фазе 1 kg радне материје током процеса топљења
S	[-]	Општи изворни члан, бездимензионални положај границе фаза
S_H	[W/m ³]	Изворни члан у једначини енергије
S_M	[N/m ³]	Изворни члан у једначини количине кретања
S_m	[kg/(m ³ s)]	Изворни члан у једначини континуитета
Ste	[-]	Стефанов број
s	[m]	Положај границе фаза
T	[K]	Температура
T_i	[K]	Почетна температура
T_m	[K]	Температура промене фазе током процеса топљења односно очвршћавања
T_s	[K]	Температура при којој почиње процес топљења
T_l	[K]	Температура при којој се завршава процес топљења
T_o	[K]	Температура зида
T_{ref}	[K]	Референтна температура
t	[s]	Време
Δt	[s]	Временски корак
\vec{u}	[m/s]	Вектор брзине струјања
u_r, u_ϕ, u_z	[m/s]	Компоненте вектора брзине струјања
V	[m ³]	Запремина
X	[m]	Бездимензионално растојање
x_m	[-]	Масени удео течне фазе
x, y, z	[m]	Растојање или координата Декартовог правоуглог координатног система
r, ϕ, z	[m]	Координате цилиндричног координатног система

Грчке ознаке	Јединица	Значење
α	[W/(m ² K)]	Коефицијент прелажења топлоте
β	[K ⁻¹]	Коефицијент запреминског ширења
δ	[m]	Дебљина материјала, дубина температурне пенетрације
ε	[-]	Мали број за избегавање дељења нулом
ϕ	[-]	Променљива
Γ	[-]	Општи коефицијент дифузије
γ	[-]	Коефицијент оребрења
λ	[W/(mK)]	Топлотна проводљивост материјала
μ	[Pas]	Динамичка вискозност флуида
ρ	[kg/m ³]	Густина материјала
θ	[-]	Бездимензионална температура
Θ	[-]	Интегрална функција
ξ	[-]	Бездимензионални број
$\bar{\tau}$	[N/m ²]	Тензор вискозних напона
τ	[N/m ²]	Компонента тензора смицајних напона
Φ	[W/m ³]	Вискозна дисипација енергије

Ознаке у индексу	Значење
i	Иницијална, почетна
l	Течна фаза
m	Топљење
p	Промена фазе
ρ	Густина
s	Чврста фаза
u	Унутрашњи
g	Гас

Скраћенице	Енглески назив	Значење
PCM	Phase Change Material	Фазно променљиви материјал
TES	Thermal Energy Storage	Акумулатор топлоте
АТПФ	Latent TES	Акумулатор топлоте са променом фазе радног медијума
АТПТ	Sensible TES	Акумулатор топлоте са променом температуре радног медијума
HTF	Heat Transfer Fluid	Флуид
FDM	Finite Difference Method	Метод коначних разлика
FEM	Finite Element Method	Метод коначних елемената
FVM	Finite Volume Method	Метод коначних запремина
ФПМ		Фазно променљиви материјал
ОИЕ		Обновљиви извори енергије

1 УВОД

Тренутне потребе за енергијом највећим делом се обезбеђују из фосилних горива, тј. из нафте, угља, шкриљаца и сл. Имајући у виду да су резерве фосилних горива сваким даном све мање, неопходно је тежити да се део енергетских потреба покрије из обновљивих извора енергије. У обновљиве изворе енергије (ОИЕ) спадају сунце, ветар, плима и осека и сл. Међутим, основни недостатак ОИЕ лежи у њиховој периодичности, тј. временској ограничености. Такође, доступност ОИЕ зависи од временских услова, положаја локације на Земљи и технолошких могућности енергетских система. Дакле, главни проблем који се јавља при коришћењу ОИЕ јесте временска неусклађеност између наших потреба (захтева) за енергијом и доступности ОИЕ. Као пример за наведени проблем може послужити временска неусклађеност између директног сунчевог зрачења и потреба за енергијом које се јављају током периода ноћи, када, на посматраној локацији, не постоји директно сунчево зрачење. Како би се наведени проблем отклонио, или у већој мери ублажио, у употребу су уведени акумулатори или складишта. Ако се ради о електричној енергији то су акумулатори електричне енергије, тј. батерије. Када се ради о унутрашњој (термичкој) енергији, онда су то акумулатори термичке (унутрашње) енергије, тј. у домаћој литератури акумулатори топлоте. Акумулатори топлоте представљају складишта у којима се током периода доступности ОИЕ врши складиштење одређене количине топлоте, док се у периоду одсутности или ограничености ОИЕ ускладиштена количина топлоте користи за покривање енергетски потреба.

Акумулатори топлоте који као испуну користе материјале у којима се складиштење одређене количине топлоте одвија путем промене фазе имају све већу примену у термотехничким и термоенергетским системима. Међутим, поред свих предности примене фазно променљивих материјала

(ФПМ), мала топлотна проводљивост ФПМ доводи о отежаног преношења топлоте кроз ФПМ и узрока низа нежељених последица.

Уочавањем наведеног проблема и сагледавањем тренутног стања истраживања области која се односи на акумулацију топлоте у ФПМ постављен је и основни циљ ове дисертације, а који се огледа у анализи начина за побољшање преношења топлоте у акумулаторима топлоте са ФПМ, моделирању термомеханичких процеса у акумулатору топлоте и изради експерименталне инсталације за испитивање акумулације топлоте на којој је могуће сагледати реалну слику процеса и проблема који се јављају током рада акумулатора топлоте.

У складу са тим, у **2. поглављу** дисертације дат је теоријски део истраживања који се односи на типове акумулатора топлоте, начине акумулације (складиштења) топлоте. Дате су предности и недостаци складиштења топлоте у различитим типовима акумулатора топлоте. Приказан је преглед материјала који се користе као складишни медијуми у акумулаторима топлоте са ФПМ и описане су специфичности појединих група материјала, с циљем правилног избора складишног медијума у експерименталном делу истраживања. Имајући у виду да се у предметном раду акумулација топлоте одвија током процеса топљења ФПМ у овом поглављу су дате теоријске основе процеса топљења и очвршћавања. Приказане су тачне и приближне аналитичке методе за решавање проблема топљења материјала. Поред тога, дат је и преглед нумеричких метода за решавање проблема топљења и очвршћавања. Као завршни део овог поглавља, на основу доступне литературе извршена је анализа резултата добијених коришћењем различитих метода за побољшање преношења топлоте у акумулаторима топлоте са ФПМ.

За потребе истраживања побољшања преношења топлоте у акумулатору топлоте са ФПМ, које се постиже ребравањем површи за размену топлоте, у **3. поглављу** дисертације описан је физички модел акумулатора топлоте, који је замишљен у три варијанте: варијанта без

оребрења (фактор оребрења 1), варијанта са 6 подужних правих ребара (фактор оребрења 11,3) и варијанта са 12 правих подужних правих ребара (фактор оребрења 21,5).

На основу дефинисаног физичког модела у **4. поглављу** је приказана поставка математичког модела за решавање дефинисаног физичког проблема. Дате су једначине којима су описани физички процеси који се одвијају у појединим доменима физичког модела и наведене претпоставке и поједностављења која су уведена с циљем лакшег решавања једначина математичког модела. Дефинисани су почетни и гранични услови за дефинисање брзинског и температурског поља у математичком моделу акумулатора топлоте.

Нумеричко решавање једначина математичког модела спроведено је у програму *Fluent*, у коме се дискретизација једначина математичког модела спроводи методом коначних запремина. Опис спроведеног поступка дискретизације једначина модела и процедуре моделирања у наведеном софтверском пакету дат је у **5. поглављу** докторске дисертације. Имплементација граничног услова којим је симулиран процес довођења топлоте ФПМ укључила је писање одговарајућег подпрограма у програмском језику C.

Резултати добијени нумеричким моделирањем приказани су у **6. поглављу**. Приказан је тродимензионални приказ расподеле температуре и запреминског удела у одређеним временским тренуцима за варијанту II физичког модела. Спровођењем нумеричких симулација и за преостале две варијанте физичког модела добијена је зависност времена топљења ФПМ од фактора оребрења. Поступак нумеричких симулација је понављан за различите материјале ребра и на основу тога је добијена зависност времена топљења од топлотне проводљивости материјала ребра.

Термофизичке карактеристике неопходне за процес нумеричког моделирања одређене су сопственим експерименталним истраживањима која су детаљно објашњена и приказана у **7. поглављу**. Ова истраживања обухватила су одређивање густине течне и чврсте фазе парафина (ФПМ), топлотне проводљивости течне и чврсте фазе и топлоте промене фазе парафина. За потребе валидације добијених нумеричких резултата осмишљена су и реализована експериментална истраживања на специјално конструисаној и изведеној инсталацији за испитивање акумулације топлоте. Такође, у овом поглављу је дат детаљан опис експерименталне инсталације за акумулацију топлоте, као и резултата добијених мерењем температурског поља парафина током процеса довођења, односно одвођења топлоте. Осим тога, за сва обављена мерења извршено је и одређивање мерне несигурности.

У **8. поглављу** извршено је поређење резултата добијених нумеричким моделирањем и резултата мерења добијених сопственим експерименталним истраживањем на инсталацији акумулатора топлоте израђеној током рада на дисертацији. Добијено је задовољавајуће слагање резултата у погледу карактера промене температуре на појединим локацијама, док је примећено одступање вредности температуре које је настало као последица уведених претпоставки и поједностављења. У истом поглављу, у делу у ком је то било могуће, извршено је поређење сопствених нумеричких резултата и резултата других аутора и констатовано је задовољавајуће слагање карактера промене запреминског удела течне фазе парафина у току времена и температурског профила који се формира у ФПМ у току процеса топљења ФПМ.

У закључку дисертације, тј. у **9. поглављу** дат је сажетак резултата добијених током рада на овој дисертацији који се односи на остварено побољшање преношења топлоте у акумулатору топлоте са ФПМ као испуном. Осим главних закључака везаних за дисертацију дат је и предлог

даљих истраживања која се односе на поље акумулације топлоте у фазно променљивим материјалима.

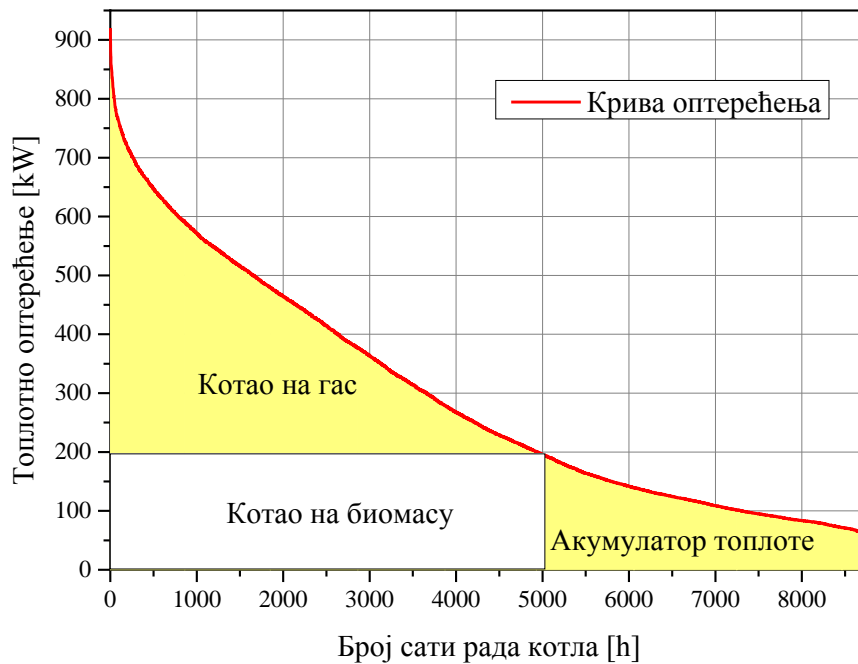
2 ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ

2.1 Акумулација термичке (унутрашње) енергије

Акумулација било ког облика енергије подразумева чување одговарајућег енергетског потенцијала у жељеном временском периоду—са циљем накнадног коришћења ускладиштеног облика енергије у различите сврхе, попут обављања неког корисног рада, грејања или хлађења простора и сл. У природи се могу срести различити облици енергије попут кинетичке, потенцијалне, хемијске, нуклеарне, термичке (унутрашње) енергије и сл. У овом раду акценат се ставља на термичку енергију, тј. на решавање проблема који се јављају при акумулацији овог облика енергије, па се акумулација других облика енергије ускладиштених путем нпр. компримованог гаса, замајаца или хемијске енергија веза неће разматрати.

У разним системима, као што су системи грејања и климатизације, процесни системи и сл., акумулација термичке енергије има важну улогу у повећању енергетске ефикасности, али и обезбеђивању сигурности рада ових система. Уређаји у којима се обавља акумулација термичке енергије се називају акумулатори топлоте. Имајући у виду да је топлота термодинамичка величина везана за процес, назив акумулатор топлоте са термодинамичке тачке гледишта није најпогоднији. Наиме, топлота не може бити ускладиштена јер постоји једино током процеса размене енергије између тела чије су температуре различите. Прикладнији термин био би нпр. акумулатор количине топлоте или акумулатор термичке енергије. Међутим, имајући у виду то да се овај термин одомаћио попут термина топлотна енергија, као и да се може срести у вишејезичним техничким речницима, термин **акумулатор топлоте** биће коришћен као регуларан превод енглеских назива *thermal energy storage* или *heat storage*.

Акумулатори топлоте су нашли огромну примену како у комерцијалном тако и у индустријском сектору [1],[2]. Користе се у системима где постоји могућност коришћења неискоришћене (отпадне) топлоте разних процеса [3], потом, када постоји неусклађеност између потребе за топлотом и њене доступности, која се јавља нпр. код коришћења соларних система [4]. Акумулатори топлоте се могу користити и у великим енергетским системима како би обезбедили сигурност снабдевања енергијом, али и омогућили коришћење уређаја мање снаге. На слици 1 дата је крива оптерећења која представља енергетске потребе неког објекта.



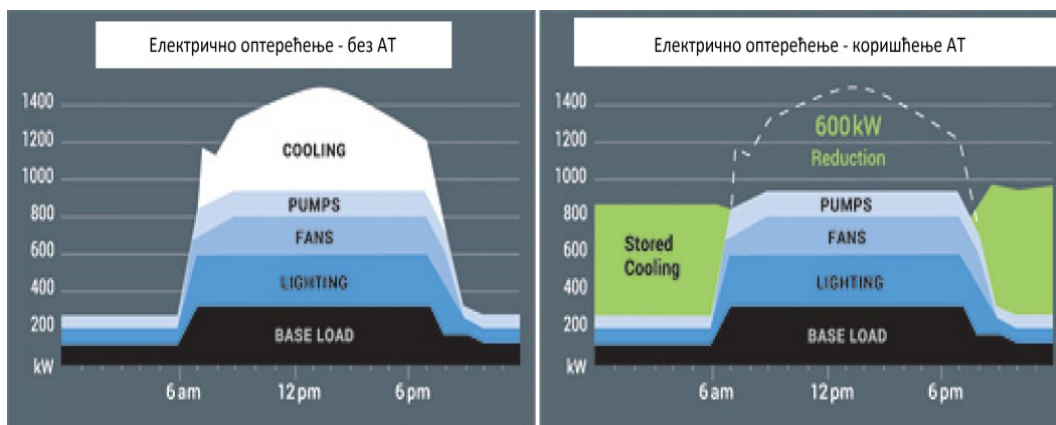
Слика 1. Покривање дела топлотног оптерећења помоћу акумулатора топлоте

Ако су укупне потребе за количином топлоте за једно индустријско постројење за период од годину дана приказане кривом оптерећења, оне се могу покрити коришћењем котла на биомасу, који у овом примеру годишње укупно ради 5000 сати од укупно 8760 сати, док се вршно оптерећење покрива котлом на гас који ради исти период времена али уз редукацију снаге која се постиже лако регулацијом рада гасног горионика.

Преостали период времена, тј. преосталих 3760 радних сати енергетске потребе се покривају из акумулатора топлоте. Акумулисана количина топлоте је претходно добијена при раду котла на биомасу у условима смањених потреба за топлотом.

Акумулатори топлоте се могу користити и у системима за хлађење где се у условима смањених потреба за хлађењем врши складиштење дела оствареног расхладног учинка, што његовим накнадним коришћењем доводи до смањења трошкова хлађења, али и до могућности коришћења расхладних инсталација мање снаге [5],[6],[7],[8],[9].

Пример коришћења акумулатора топлоте у КГХ системима и остварени ефекат дат је на слици 2.



Слика 2. Пример коришћења акумулатора топлоте у КГХ системима [10]

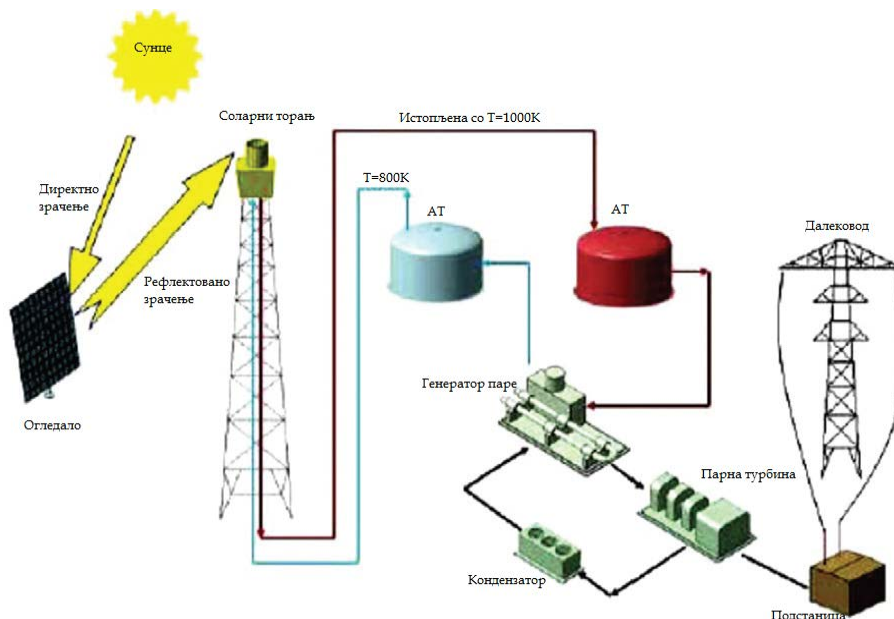
На основу слике може се запазити да се коришћењем акумулатора топлоте део оствареног расхладног учинка расхладне инсталације складишти у току смањених потреба и исти користи у временском периоду повећаних потреба за хлађењем.

Акумулација топлоте има велику примену у зградарству где се типски елементи структуре зграде праве од материјала који имају

могућност веће акумулације топлоте [10],[11],[12],[13], али и у системима који опслужују зграду попут система грејања и климатизације [14],[15].

У поређењу са другим системима за складиштење енергије, акумулатори топлоте имају и до 1000 пута већу ефикасност у односу на системе складиштења хидрауличке енергије (*Hydraulic Energy Storage*), односно 1-2 пута већа ефикасност у односу на системе за складиштење електричне енергије (*Electric Energy Storage*) [11].

У великим соларним електранама акумулатори топлоте представљају њихов најважнији део. На слици 3 приказан је пример у коме током ноћног периода акумулатори топлоте имају улогу топлотног извора неопходног за обављање деснокретног Ранкин-Клаузијусовог кружног процеса.



Слика 3. Примена акумулатора топлоте у соларним системима за производњу електричне енергије [2]

Наиме, да би се обављала непрекидна производња електричне енергије током дана се у акумулатору топлоте складишти топлота добијена у пријемницима соларне енергије (соларним колекторима), док

се током ноћи ускладиштена количина топлоте користи за испаравање и прегревање радног медијума Ранкин-Клаузијусовог кружног процеса. Честа примена акумулатора топлоте среће се у индустрији, где се у оквиру разних технолошких процеса појављују значајне количине неискоришћене (отпадне) топлоте, а чијим складиштењем и накнадним коришћењем за задовољавање истих или других потреба (грејање, загревање санитарне топле воде и сл.) се може у значајној мери смањити потрошња примарне енергије и емисија штетних гасова. Примера ради, уштеда остварена коришћењем акумулатора топлоте се може процентуално изразити са око 45% уштеде у потрошњи примарне енергије и смањењу за око 40% емисије гасова који изазивају ефекат стаклене баште, али и другим пратећим корисним ефектима [12].

2.1.1 Подела акумулатора топлоте

Тежња за повећањем енергетске ефикасности и премошћивањем временске неусклађености рада система и доступности топлотних извора, као и присутност топлотних извора различите температуре довела је до примене различитих типова акумулатора топлоте. У зависности од начина складиштења топлоте у литератури се најчешће среће следећа подела акумулатора топлоте [6],[7]:

- 1) Акумулатори топлоте у којима се акумулација топлоте одвија променом температуре радног медијума (АТПТ).
- 2) Акумулатори топлоте у којима се акумулација топлоте одвија променом фазе радног медијума–акумулатори топлоте са фазно променљивим материјалом (АТПФ)¹.

¹ Важно је напоменути да промену фазе радног медијума из течног у гасовито агрегатно стање, или обрнуто (испаравање, тј. кондензација), прати велика промена запремине радне материје, па се акумулатори топлоте у којима се акумулација топлоте заснива на овој фазној промени неће узимати у разматрање.

3) Термохемијски акумулатори топлоте (ТХАТ).

У зависности од временског периода у коме се врши складиштење, акумулација топлоте може бити:

- 1) дневна,
- 2) недељна,
- 3) месечна,
- 4) годишња (сезонска).

2.1.2 Акумулација топлоте у АТПТ

Принцип складиштења топлоте у акумулаторима топлоте типа АТПТ заснива се на промени температуре радног медијума услед довођења топлоте. Количина топлоте која се ускладишти у радном медијуму зависи од ове остварене температурне разлике, густине, специфичног топлотног капацитета и запремине радне материје. За случај изобарске промене стања радне материје ускладиштена количина топлоте у овом типу акумулатора топлоте се може одредити на основу израза:

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} mc_p dT \quad (1)$$

у коме су: m - маса складишног медијума $m = \rho V$, c_p - специфични топлотни капацитет радне материје при константном притиску, T_1 - почетна температура радне материје и T_2 - крајња температура радне материје.

За инжењерске прорачуне са довољном тачношћу се може узети да је промена специфичног топлотног капацитета у одређеном температурском опсегу мала или се може користити његова средња вредност, па се количина топлоте која се ускладишти у радној материји може представити једначином облика:

$$Q = m\bar{c}_p(T_2 - T_1) \quad (2)$$

у којој су: \bar{c}_p – средњи топлотни капацитет радне материје на температурском интервалу од температуре T_1 до температуре T_2 . Специфични топлотни капацитет уобичајених радних материја у АТПТ се креће између 0,5 kJ/kg и 4,2 kJ/kg.

2.1.3 Акумулација топлоте у акумулаторима топлоте са фазно променљивим материјалом (АТПФ)

Акумулација топлоте у акумулаторима топлоте са ФПМ (фазно променљиви материјал) као радним медијумом тј. испуном се заснива на топлоти промене фазе која се апсорбује у току промене фазе радне материје. Примера ради, у поређењу са водом, применом ФПМ може се ускладиштити и до 14 пута већа количина топлоте у односу на акумулатор топлоте исте запремине испуњене водом [1]. Осим тога, предност је и у томе што ФПМ мења фазу на одређеној температури, тј. у одређеном температурском опсегу, а што такође представља једну од важних предности имајући у виду чињеницу да се размена топлоте одвија при мањој температурној разлици [14].

Током промене фазе топлота која се доводи радној материји се користи за одвијање фазне промене тј. за кидање међумолекулских веза. Осим тога што су процеси при којима се одвија промена фазе у већини случајева изобарски ($p = const.$) и температура при којој се врши промена фазе се може сматрати константном². Количина топлоте која се

² Промена фазе праћена променом температуре карактеристика је вишекомпонентних радних материја.

ускладишти у ФПМ током промене фазе радне материје може се одредити на основу израза:

$$Q = m \cdot x_m \cdot r_m \quad (3)$$

у коме су: x_m - масени удео истопљеног материјала у укупној маси m - ФПМ-а, r_m - топлота промене фазе ФПМ-а.

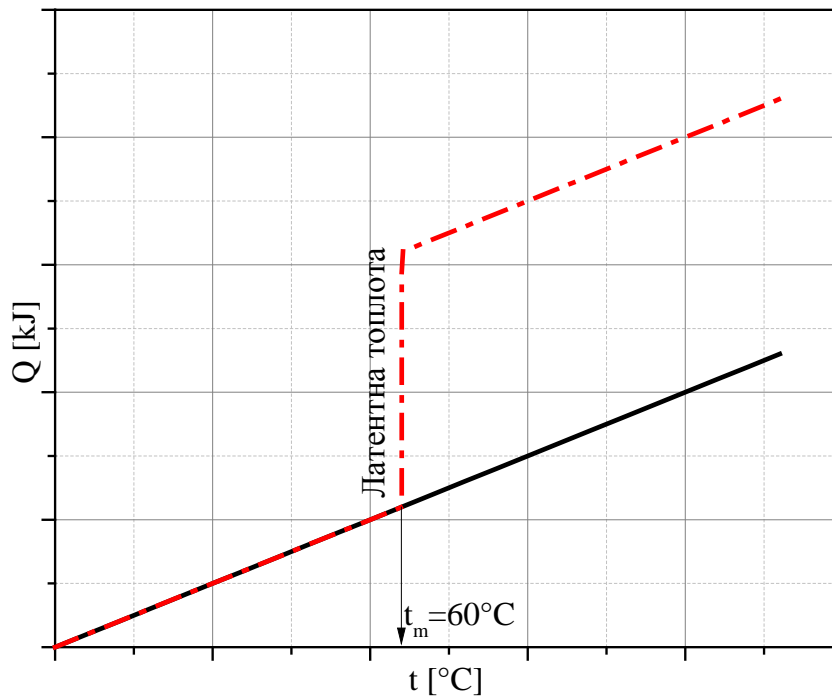
Међутим, процес довођења топлоте ФПМ састоји се од загревања ФПМ од почетне температуре до температуре топљења, затим од промене фазе (топљења) и загревања ФПМ до температуре која је виша од температуре топљења. Тако се ускладиштена количина топлоте у овом случају може одредити на основу израза:

$$Q = \int_{T_1}^{T_m} mc_p dT + mr_m + \int_{T_m}^{T_2} mc_p dT \quad (4)$$

у коме је T_m - температура промене фазе (температура топљења).

2.1.4 Поређење АТПТ и АТПФ

Основна предност АТПТ у односу на АТПФ је у нижој цени, једноставнијој конструкцији акумулатора топлоте, као и једноставнијем управљању тј. контроли процеса акумулације топлоте. Главни недостатак овог типа акумулатора топлоте је временски променљива разлика температуре складишног медијума и флуида који прима/предаје топлоту [11]. За разлику од АТПТ, складиштење топлоте у АТПФ, као последица промене фазе прати мања промена температуре ФПМ, јер се главни део количине топлоте апсорбује у току процеса промене фазе [11]. Ово је пожељна особина радног медијума јер опрема и уређаји који се спрежу са акумулатором топлоте могу радити у номиналним радним условима.



Слика 4. Предност коришћења акумулације топлоте у АТПФ у односу на АТПФ при температури промене фазе ФПМ од 60°C

Поред тога, предност акумулатора топлоте са ФПМ као испуном у односу на акумулаторе топлоте у којима се акумулација топлоте одвија путем осетне топлоте је и у већој акумулацији енергије по јединици запремине, односно по јединици масе складишног медијума и самим тим консеквентно нижој цени. Ускладиштена количина топлоте по јединици масе радног медијума је у просеку 5 до 10 пута већа у корист АТПФ у односу на АТПТ [15]. Густина складиштења енергије за већину доступних и потенцијалних ФПМ-а се креће између вредности од 90 kJ/kg до 330 kJ/kg [16],[17].

Ипак, упркос свим наведеним предностима АТПФ у односу на АТПТ, примену АТПФ ограничава мала топлотна проводљивост ФПМ који се користе као складишни медијуми, тј. радне материје у акумулаторима топлоте. Не само што мала топлотна проводљивост ФПМ узрокује отежано преношење топлоте кроз ФПМ и тиме продужава

процес промене фазе, она доводи и до низа нежењених ефеката попут прегревања, потхлађивања или деградације ФПМ [11] чиме узрокује радни век ФПМ.

2.1.5 Термохемијски акумулатори топлоте

Код термохемијских акумулатора топлоте складиштење топлоте се постиже преко способности неких хемијских једињења да током грађења/кидања хемијских веза апсорбују или ослобађају енергију (ендотермне или егзотермне хемијске реакције). Количина апсорбоване/ослобођене топлоте је реда величине MJ/kg, што је знатно више у односу на АТПФ и АТПТ. Међутим, због проблема који се јављају током пројектовања хемијских реактора, токсичности и агресивности радних материја акумулатора топлоте овог типа, захтева у погледу радног притиска, хемијске стабилности, итд., примена акумулатора топлоте овог типа још увек је на веома ниском и ограниченом нивоу.

2.2 Радне материје у акумулаторима топлоте са ФПМ

Радне материје које се користе у акумулаторима топлоте морају да испуњавају захтеве које диктира теорија из области термодинамике и преношења топлоте, економска анализа, скуп прописа који се односе на заштиту на раду, заштиту животне средине и сл. Сходно томе, у наставку је дата анализа пожељних карактеристика ФПМ који се најчешће срећу као радне материје у акумулаторима топлоте.

2.2.1 Жељене карактеристике

Термофизичке карактеристике радних материја акумулатора топлоте директно утичу на рад и могућности складиштења количине топлоте у акумулаторима топлоте, па избор ФПМ игра важну улогу у току процеса пројектовања акумулатора топлоте. Избор радне материје акумулатора топлоте првенствено зависи од жељене температуре на којој

је потребно обавити складиштење одређене количине топлоте. Поред температуре складиштења постоје и други критеријуми који утичу на одабир радног медијума. Основни критеријуми при одабиру радне материје акумулатора топлоте [18][19][20] су:

- 1) жељена температура складиштења,
- 2) топлота промене фазе ФПМ ,
- 3) топлотна проводљивост ФПМ (како течне тако и чврсте фазе),
- 4) отпорност на самопаљење и експлозију,
- 5) хемијска стабилност при великом броју циклуса,
- 6) токсичност,
- 7) цена ФПМ и доступност.

Наведени захтеви у погледу жељених особина ФПМ могу се сврстати у следеће групе:

- 1) термичке особине,
- 2) физичке особине,
- 3) кинетичке особине,
- 4) хемијске особине,
- 5) економски критеријуми.

2.2.2 Жељене термичке особине ФПМ

Пожељно је да ФПМ-и имају:

- 1) погодну температуру промене фазе,
- 2) што већу топлоту промене фазе,
- 3) што већу топлотну проводљивост.

Температура промене фазе, као први критеријум при избору ФПМ, битна је како са становишта акумулације топлоте, тако и у погледу начина коришћења енергије када за њом укаже потреба. Материјали који мењају фазу испод температуре од 15 °C користе се као радни медијуми за

акумулацију топлоте у системима за хлађење, док се материјали који мењају фазу изнад 90 °C користе за акумулацију топлоте у системима апсорпционог хлађења или за акумулацију топлоте у соларним електранама. Преостали материјали, који мењају фазу између ове две температуре, углавном се користе у соларним системима, односно као медијуми за складиштење топлоте у периоду вишка производње топлотне енергије (*Heat Load Leveling Applications*) [21].

Један од критеријума за избор ФПМ јесте и топлота промене фазе. Већа топлота промене фазе обезбеђује већу густину складиштења енергије по јединици запремине акумулатора топлоте, односно обезбеђује мање димензије акумулатора топлоте. Ово директно утиче на цену система за акумулацију топлоте, али и избор простора у коме акумулатор топлоте може бити смештен. У неким случајевима овај простор игра и пресудну улогу при избору врсте и величине акумулатора топлоте.

Следећи критеријум при избору ФПМ, свакако не и мање важан, јесте топлотна проводљивост ФПМ. Пре свега, веома значајна је топлотна проводљивост чврсте фазе ФПМ јер се у чврстој фази преношење топлоте одвија једино путем кондукције, тј. провођења топлоте. Већа топлотна проводљивост ФПМ спречава могућност потхлађивања, односно прегревања ФПМ током довођења, односно одвођења топлоте. Међутим, најважнија последица веће топлотне проводљивост материјала ФПМ јесте краће време довођења топлоте ФПМ тј. већа брзина топљења ФПМ. Поред наведеног, пожељно је да ФПМ имају подударну криву топљења и очвршћавања, минимално потхлађивање и сл.

2.2.3 Жељене физичке особине ФПМ

Пожељно је да ФПМ имају:

- 1) велику густину,
- 2) малу промену запремине при промени фазе,

3) мали притисак парне фазе.

Већа густина ФПМ омогућава већу густину складиштења енергије, што значи да се у мањој запремини може ускладиштити већа количина топлоте. Мала промена запремине, која настаје као последица промене фазе ФПМ, обезбеђује мањи „штетни“ простор у акумулатору топлоте. Штетни простор је неопходан како би се обезбедио простор за несметано ширење ФПМ, које настаје као последица различите густине чврсте и течне фазе ФПМ. Дакле, ФПМ који имају мању промену запремине при промени фазе, дају већи степен искоришћености складишног простора акумулатора топлоте. У току процеса промене фазе може доћи и до делимичног испаравања ФПМ. Ово се најчешће односи на неке лако испарљиве компоненте, па је пожељно да притисак парне фазе буде што мањи, чиме се не захтева употреба материјала контејнера веће дебљине и чврстоће.

2.2.4 Жељене кинетичке особине ФПМ

Кинетичке карактеристике процеса довођења и одвођења топлоте радној материји акумулатора топлоте значајно утичу на радни век ФПМ. Потхлађивање ФПМ током процеса одвођења топлоте од радног медијума акумулатора топлоте представља значајан проблем, посебно у случају примене хидратних соли, јер доводи до деградације и дехидрације соли, тј. до хемијских промена које директно доводе и до промене термофизичких карактеристика радног медијума.

2.2.5 Жељене хемијске особине ФПМ

Хемијске особине ФПМ диктирају његов радни век, па самим тим утичу и на експлоатационе трошкове система за акумулацију топлоте. Сходно томе, пожељно је да ФПМ-и поседује добру хемијску стабилност како би издржао што је могуће већи број циклуса топљење–очвршћавање.

Под овим се подразумева да у току довођења, односно одвођења топлоте, ФПМ не пролази кроз процесе разградње или реакције са материјалом контејнера акумулатора топлоте, као и материјалима са којима је у непосредном контакту. Ово је веома значајно јер ступање у хемијску реакцију са материјалима од којих је изграђен акумулатор топлоте може довести до промене термофизичких особина ФПМ, или још неповољније, може агресивно деловати на конструкцију акумулатора топлоте, као и на животну средину. Жељене хемијске особине ФПМ су:

- 1) дуготрајна хемијска стабилност,
- 2) компатибилност са материјалима акумулатора,
- 3) нетоксичност,
- 4) отпорност на самопаљење, паљење и експлозивност.

2.2.6 Економска оправданост коришћења ФПМ

Економска оправданост коришћења ФПМ је такође важан критеријум при избору ФПМ. На економску оправданост, осим тржишта, утиче и развој нових технологија које омогућују јефтинију производњу ФПМ. Економски параметри на основу којих се врши избор ФПМ су:

- 1) цена,
- 2) доступност,
- 3) распрострањеност,
- 4) исплативост.

2.3 Фазно променљиви материјали

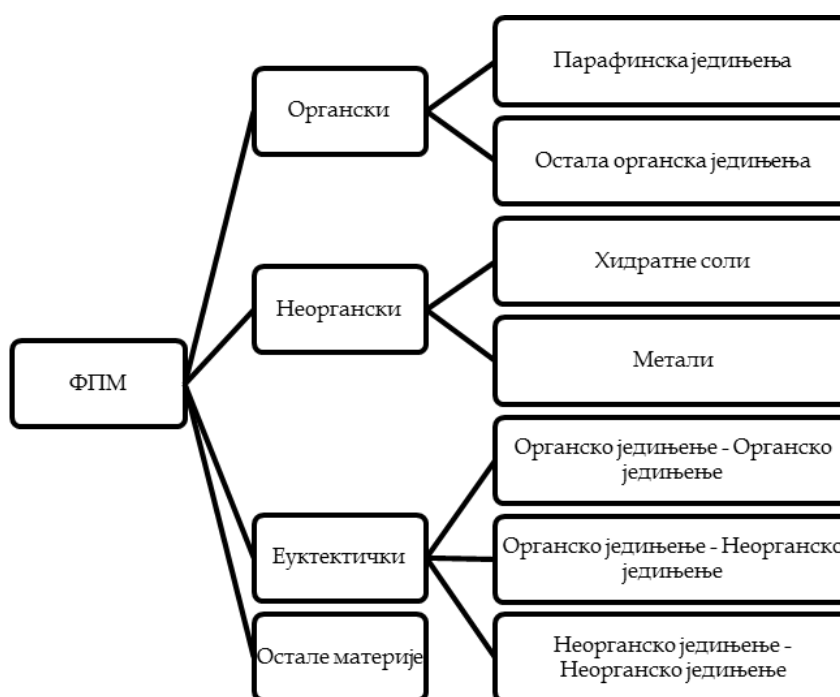
2.3.1 Подела фазно променљивих материјала

Постоји велики број материјала који поседују задовољавајуће вредности топлоте промене фазе и температуре промене фазе, тј. који се могу сврстати у радне медијуме акумулатора топлоте и сматрати

потенцијалним ФПМ. Према свом пореклу сви ФПМ се могу сврстати у следеће групе [15],[22],[23]:

- 1) ФПМ органског порекла,
- 2) ФПМ неорганског порекла.

Осим ова два типа ФПМ у посебну групу могу се сврстати еутектичке смеше два или више органских ФПМ, два или више неорганска ФПМ, или смеша органских и неорганских ФПМ. Еутектичка смеша је смеша таквог састава при коме се сама смеша понаша као једнокомпонентна супстанца. На основу наведеног, основна подела ФПМ може се представити као на слици 5.



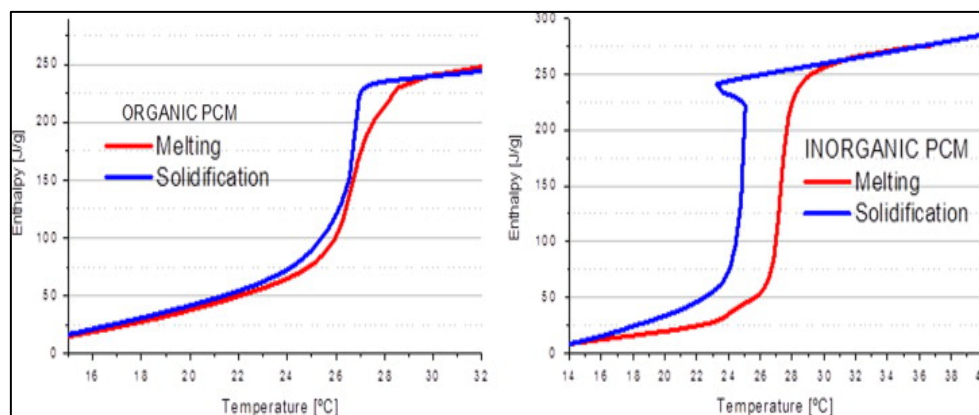
Слика 5. Подела ФПМ [24]

2.3.2 Органски ФПМ-и

Органски ФПМ-и, који се користе за акумулацију топлоте, могу се поделити у две основне групе:

- 1) Парафинска једињења,
- 2) Остала органска једињења.

Заједничка особина свих органских једињења, која се користе као испуне у акумулаторима топлоте, јесте да имају приближно подударан процес топљења и очвршћавања, тј. током процеса промене фазе не долази до сепарације компоненти и стварања више хомогених области, већ се ФПМ понаша као хомогена мешавина у целини [25]. Подударност процеса топљења и очвршћавања органских и неорганских радних материја представља важну карактеристику и она се може илустровати сликом 6.



Слика 6. Зависност енталпија-температура током топљења и очвршћавања за органски и неоргански ФПМ [25]

Услед неподударности процеса топљења и очвршћавања може доћи до промене термофизичких карактеристика ФПМ у делу или у целој запремини коју ФПМ испуњава. Подударност процеса промене фазе је најважнија карактеристика ФПМ органског типа јер обезбеђује могућност обављања великог броја циклуса топљење-очвршћавање.

Такође, осим ових предности ове радне материје су хемијски неагресивне према металима и јако отпорне на процесе локалног потхлађивања ФПМ. Међутим, главни недостатак органских у односу на неорганске ФПМ јесте приближно два пута мања топлота промене фазе по јединици запремине ФПМ.

2.3.3 Парафинска једињења

Парафинска једињења која се користе у акумулаторима топлоте у литератури се срећу под именом парафински восак, восак, или само парафини. Парафини су засићени угљоводоници, тј. алкани, опште формуле C_nH_{2n+2} . Ови угљоводоници се углавном састоје од правилних ланаца алкана типа $CH_3 - CH_2 - CH_3$. Ланци могу бити прави (нормални) или разгранати (изопарафини). Како дужина ланца расте тако расте температура и топлота промене фазе [26]. Према томе, што је већи број атома угљеника у парафину, то је виша температура промене фазе и топлота промене фазе. Угљоводоници између C_5 и C_{15} при нормалним условима се налазе у течном агрегатном стању, док дужи угљоводонични ланци припадају парафинима у чврстом стању ($C_{16} - C_{78}$). Парафини који се користе као радни медијуми у акумулаторима топлоте имају густину складиштења топлоте до 200 kJ/kg , односно око 150 kJ/m^3 .

Као што је претходно наведено, основна предност органских ФПМ, па самим тим и парафина јесте у нижој цени, хемијској стабилности и симетричном (подударном) процесу топљења и очвршћавања. Међутим, главни недостатак парафина, као радних медијума акумулатора топлоте, јесте мала топлотна проводљивост која се креће у границама $(0,2 - 0,4 \text{ W/mK})$. У погледу хемијске стабилности на повишеним температурама, парафинска једињења су веома стабилна. Парафини издржавају температуре и до $500 \text{ }^\circ\text{C}$ без разградње, а осим тога могу

издржати и до 3000 наизменичних циклуса промене фазе (топљење-очвршћавање), што показује да могу послужити као радни медијуми и преко 5 година рада (уколико би се примера ради користили у системима за дневну акумулацију соларне енергије). У великом броју литературе [18-20] дају се основне термофизичке особине ФПМ, како тренутно коришћених, тако и потенцијалних ФПМ. Велики број истраживања до сада се односио на одређивање термофизичких карактеристика парафина, која се једним именом назива карактеризација [27-31]. У табели 1 приказани су неки од коришћених парафина заједно са њиховим термофизичким особинама, при чему се индекс s се односи на чврсту фазу, док се индекс l односи на течну фазу.

Табела 1. Термофизичке карактеристике парафина [20]

Назив	Бр. атома угљеника	Температура промене фазе	Густина	Топлотна проводљивост	Топлота промене фазе
	-	[°C]	[kg/m ³]	[W/mK]	[kJ/kg]
n - Dodecane	12	-12	750	0.21 ^s	-
n - Tridecane	13	-6	756	-	-
n - Tetradecane	14	4.5-5.6	771	-	231
n - Pentadecane	15	10	768	0.17	207
n-Hexadecane	16	18.2	774	0.21 ^s	238
n - Heptadecane	17	22	778	-	215
n - Octadecane	18	28.2	814 ^s 775 ^L	0.35 ^s , 0.149 ^L	245
n - Nonadecane	19	31.9	912 ^s , 769 ^L	0.21 ^s	222
n - Eicosane	20	37	-	-	247
n - Heneicosane	21	41	-	-	215
n - Docosane	22	44	-	-	249
n - Tetracosane	24	51	-	-	255
n - Pentacosane	25	54	-	-	238
Paraffin wax		32	785 ^s , 749 ^L	0.514 ^s , 0.224 ^L	251
n - Hexacosane	26	56	770	0.21 ^s	257
n - Heptacosane	27	59	773	-	236
n - Octacosane	28	61	910 ^s , 765 ^L	-	255
n - Nonacosane	29	64	-	-	240
n - Triacontane	30	65	-	-	252
n - Hentriacontane	31	-	930 ^s , 830 ^L	-	-
n - Dotriacontane	32	70	-	-	-

У погледу корозивног дејства парафини спадају у групу некорозивних материја, па самим тим њихова примена у системима који су изграђени од метала не изазива бојазан од корозије и нагризања металних делова система. Међутим, при коришћењу парафина мора се бити веома пажљив јер могу довести до разградње пластичних елемената од којих могу бити изграђени контејнери акумулатора топлоте и елементи цевовода и арматура [32].

2.3.4 Масне киселине

Општа хемијска формула масних киселина облика је $CH_3(CH_2)_{2n}COOH$. По својим термофизичким карактеристикама блиске су парафинима. Своју основну предност у поређењу са другим радним медијумима акумулатора топлоте налазе у нижој цени. Предност у односу на хидратне соли им је и у томе што могу да обаве већи број циклуса топљење-очвршћавање. Главни недостатак јесте корозивно дејство које

утиче на избор материјала контејнера акумулатора топлоте и пратеће арматуре. Неки од потенцијалних ФПМ из групе масних киселина приказани су у табели 2 [18–20].

Табела 2. Термофизичке карактеристике масних киселина [18–20]

Назив	Температура промене фазе [°C]	Густина [kg/m ³]	Топлотна проводљивост [W/mK]	Топлота промене фазе [kJ/kg]
$C_{19}H_{38}O_2$	10	–	–	186
$CH_3(CH_2)_{14}COOCH(CH_3)_2$	11	–	–	100
$CH_3(CH_2)_7CH=CH(CH_2)_7COOH$	13.5-16.3	863 ^{60C}	–	–
$C_{21}H_{42}O_2$	14-19	.	–	140-142
$C_8H_{16}O_2$	16	901 ^{30C}	0.149 ^{39C}	148
$C_{22}H_{44}O_2$	19	–	–	140
$C_{12}H_{22}O_4$	21	–	–	120-135
$C_{20}H_{38}O_2$	27-29	–	–	122
$C_{17}H_{34}O_2$	29	–	–	205
$C_{10}H_{20}O_2$	32	878 ^{45C}	0.153 ^{38.5C}	152.7
	31.5	886 ^{40C} , 1004 ^{24C}	0.152 ^{55.5C} , 0.149 ^{40C}	153
$C_{22}H_{42}O_2$	33	853 ^{70C}	–	–
$C_{19}H_{38}O_3$	42-43	–	–	120-126
$C_{12}H_{24}O_2$	42-44	862 ^{60C} , 1007 ^{24C}	–	178
$C_{18}H_{34}O_2$	47	851 ^{79C}	–	218
$C_9H_{18}O_2$	48	–	–	–
$C_{14}H_{28}O_2$	49-51	861 ^{55C}	–	205
	54	844 ^{80C}	–	187
$C_{16}H_{32}O_2$	64	850 ^{65C}	0.162 ^{68.4C}	185.4
	61	847 ^{80C}	0.159 ^{80.1C}	203.4
$C_{18}H_{36}O_2$	69	848 ^{70C}	0.172 ^{70C}	202.5

2.3.5 Неорганска једињења као ФПМ

Као представник неорганских потенцијалних ФПМ у литератури се најчешће наводе хидратне соли. Оне се састоје од соли и воде. Вода у оваквим солима је уграђена у кристалну решетку соли током процеса очвршћавања. У табели 3 приказане су неке од коришћених соли, као и њихове основне термофизичке карактеристике. Осим разлике у термофизичким карактеристикама самих соли, разлика се јавља и у подударности процеса топљења и очвршћавања. Тако, постоје соли које имају подударан процес промене фазе (ознака п. у табели 3) и соли које имају неподударан процес промене фазе (ознака нп. у табели 3).

Подударан процес промене фазе настаје када је нехидратни део соли потпуно растворљив у води на температури топљења соли. Неподударни процес промене фазе настаје када соли, на температури топљења, нису потпуно растворљиве у води, што током процеса топљења доводи до дехидратације, тј. до избацивања дела воде из структуре соли.

Основна предност неорганских материја у односу на органске материје лежи у нижој цени. Такође, одликује их и већа топлота промене фазе и већа топлотна проводљивост. Поред тога, промена запремине неорганског ФПМ у току промене фазе је далеко мања него што је то случај код органских ФПМ. Недостаци ових радних материја леже у проблемима деградације соли која настаје услед локалног потхлађивања ФПМ-а током процеса очвршћавања, што доводи до истискања молекула воде из кристалне решетке соли. Ово за последицу има промену у термофизичким карактеристикама ФПМ-а, што током времена доводи до смањења топлоте промене фазе, као и редукције других, за акумулацију топлоте повољних термофизичких карактеристика.

Табела 3. Термофизичке карактеристике хидратних соли [33]

Назив	Температура промене фазе	Густина	Топлотна проводљивост	Топлота промене фазе	Понашање током промене фазе
	[°C]	[kg/m ³]	[W/mK]	[kJ/kg]	-
<i>LiClO₃·3H₂O</i>	8	-	-	253	п.
<i>NH₄Cl·Na₂SO₄·10H₂O</i>	11	-	-	163	-
<i>K₂HO₄·6H₂O</i>	14	-	-	108	п.
<i>NaCl·Na₂SO₄·10H₂O</i>	18	-	-	286	-
<i>KF·4H₂O</i>	18	-	-	330	п.
<i>K₂HO₄·4H₂O</i>	18.5	1447 ^{20C,}	-	231	-
<i>Mn(NO₃)₂·6H₂O</i>	25	1738 ^{20C,}	-	148	-
<i>LiBO₂·8H₂O</i>	25.7	-	-	289	-
<i>LiNO₃·3H₂O</i>	30	-	-	189-296	п.
<i>Na₂SO₄·10H₂O</i>	32	1485 ^{24C}	0.544	251-254	нп. нп.
<i>Na₂CO₃·10H₂O</i>	33-36	1442	-	247	нп.
<i>KFe(SO₄)₂·12H₂O</i>	33	-	-	173	нп.
<i>CaBr₂·6H₂O</i>	34	1956 ^{35C,}	-	115-138	нп..
<i>LiBr·2H₂O</i>	34	-	-	124	нп.
<i>Na₂HPO₄·12H₂O</i>	35	1522	-	256-281	нп.
<i>Zn(NO₃)₂·6H₂O</i>	36	1828 ^{36C,}	0.464 ^{39.9C,}	134-147	п.
<i>Mn(NO₃)₂·4H₂O</i>	37	-	-	115	-
<i>FeCl₃·6H₂O</i>	37	-	-	223	п.
<i>CaCl₂·4H₂O</i>	39	-	-	158	нп.
<i>CoSO₄·7H₂O</i>	40.7	-	-	170	-
<i>CuSO₄·7H₂O</i>	40.7	-	-	171	-
<i>KF·2H₂O</i>	42	-	-	162-266	п.
<i>MgI₂·8H₂O</i>	42	-	-	133	-
<i>CaI₂·6H₂O</i>	42	-	-	162	-
<i>Ca(NO₃)₂·4H₂O</i>	43-47	-	-	106-140	п.
<i>Zn(NO₃)₂·4H₂O</i>	45	-	-	110	-
<i>K₃PO₄·7H₂O</i>	45	-	-	145	-
<i>Fe(NO₃)₃·9H₂O</i>	47	-	-	155-190	-
<i>Mg(NO₃)₃·4H₂O</i>	47	-	-	142	-
<i>Na₂SiO₃·5H₂O</i>	48	-	-	168	-
<i>Na₂HPO₄·7H₂O</i>	48	-	-	135-170	-
<i>Na₂S₂O₃·5H₂O</i>	48	1600	-	209	-
<i>K₂HPO₄·3H₂O</i>	48	-	-	99	-
<i>MgSO₄·7H₂O</i>	48.4	-	-	202	-
<i>Ca(NO₃)₂·3H₂O</i>	51	-	-	104	-
<i>Na(NO₃)₂·6H₂O</i>	53	-	-	158	-
<i>Zn(NO₃)₂·2H₂O</i>	55	-	-	68	п.
<i>Ni(NO₃)₂·6H₂O</i>	57	-	-	168	-
<i>MnCl₂·4H₂O</i>	58	-	-	151	-
<i>FeBr₃·6H₂O</i>	27	-	-	105	-
<i>FeCl₃·2H₂O</i>	56	-	-	90	-
<i>CO(NO₃)₂·6H₂O</i>	57	-	-	115	-

2.4 Теоријске основе топљења и очвршћавања

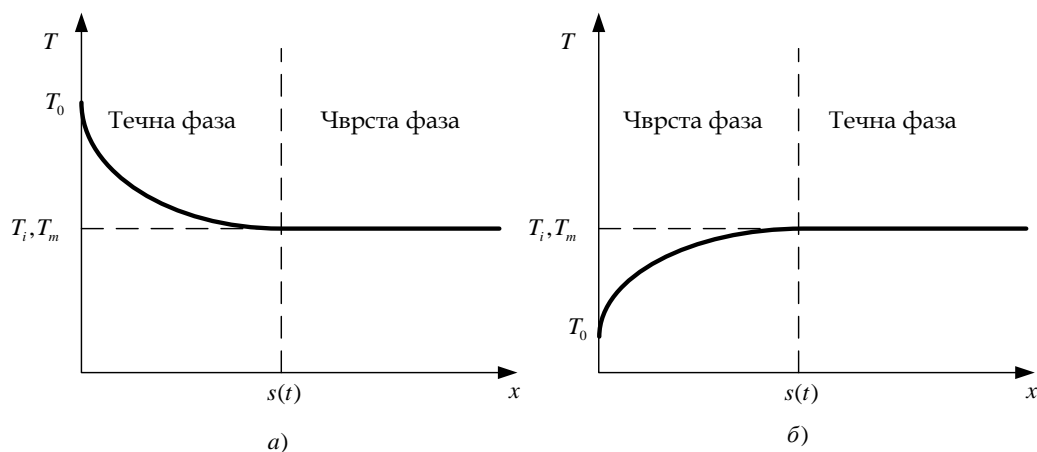
Промена фазе као термомеханички процес има велики значај како у природи тако и у индустрији. Тако на пример, глобално загревање доводи до топљења леда на половима Земље и узрокује пораст нивоа мора, односно доводи до климатских промена које директно утичу на живот на Земљи. Процеси топљења метала у ливницама имају велику примену у машинској индустрији при производњи делова компликованије геометрије или делова од којих се захтева повећана тврдоћа и готово да не постоји машински део који није прошао кроз процес ове фазне трансформације. Такође, акумулација топлоте у ФПМ-а има све чешћу примену како код мањих, тако и код већих енергетских система. Сходно томе, методологија прорачуна промене фазе треба да пружи могућност предвиђања свих појава које прате процес промене фазе. Ово подразумева да је потребно развити прорачуне који би омогућили прецизна планирања брзине одвијања процеса, односно на основу којих би се испитао утицај појединих параметара на овакве процесе.

У зависности од услова при којима се процес промене фазе одвија, ови процеси се могу поделити у три групе проблема [34], и то:

1. Једно-обласни проблеми,
2. Дво-обласни проблеми,
3. Више-обласни проблеми.

У зависности од особина ФПМ, граничних и почетних услова, сваки проблем промене фазе може бити сврстан у неку од наведених група. Ако се ради о једнокомпонентном ФПМ-у, процес топљења, односно очвршћавања дешава се при сталној температури ФПМ. Примера ради, топљење леда дешава се при температури од 0 °C (при атмосферском притиску) и током процеса топљења ова температура се не мења. За овакав тип ФПМ, граница фазе, која се јавља у току процеса промене фазе

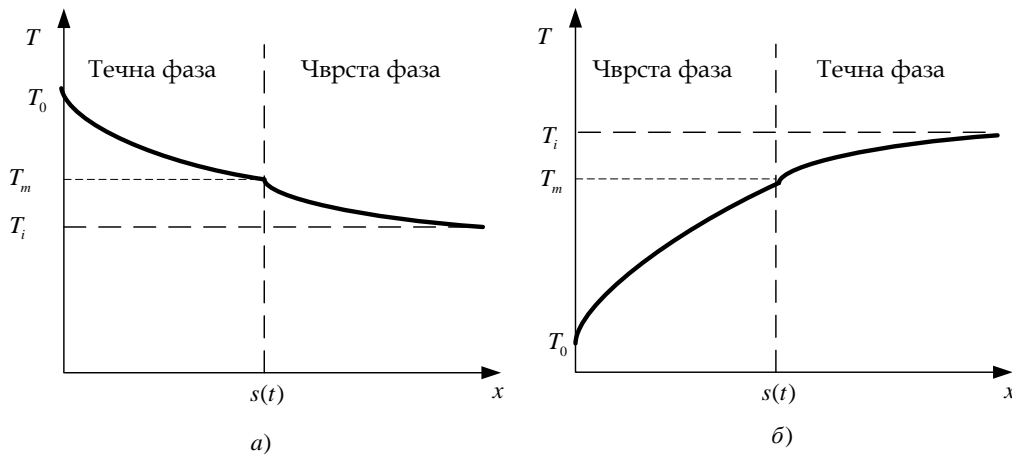
(граница између чврсте и течне фазе), може се јасно уочити и пратити у току времена. У оваквим случајевима, при моделирању, једино почетни услови одређују да ли ће процес промене фазе бити сврстан у једнообласни или двообласни проблем. Ако је почетна температура ФПМ T_i једнака температури топљења, температура у преосталом делу запремине ФПМ (за случај процеса топљења) остаје једнака температури на почетку процеса, па се у овом случају температурско поље $T(x, y, z, t)$ мора одредити једино у течној фази (једној области). Уколико се ради о процесу очвршћавања, онда је расподела температуре у течној фази униформна, па је расподелу температуре потребно одредити једино у чврстој фази. Овакви проблеми сврставају се у прву групу, дакле спадају у једнообласне проблеме промене фазе.



Слика 7. Расподела температуре за једнообласни проблем топљења а) и очвршћавања б) [34]

На слици 7 приказана је расподела температуре у ФПМ за случај једнообласног једнодимензионалног проблема. На слици се јасно уочава положај границе између чврсте и течне фазе $s(t)$, као и промена температуре која настаје у једној фази, док се у другој фази ова температура одржава на почетној вредности, тј. на температури промене фазе.

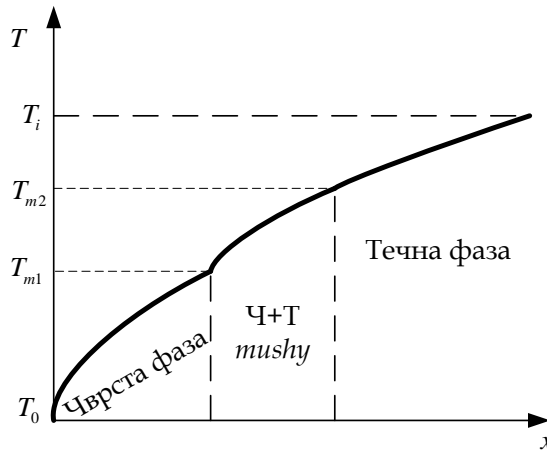
Међутим, уколико је почетна температура ФПМ виша или нижа од температуре промене фазе, онда је потребно одредити, тј. познавати расподелу температуре у датом тренутку времена у обе фазе (течној и чврстој), па се овакав проблем сврстава у двообласни проблем. Графички приказ овог проблема за случај топљења и очвршћавања приказан је на слици 8, на којој је приказана једнодимензионална расподела температуре у фазама у датом тренутку времена, као и назначен тренутни положај границе фаза $s(t)$.



Слика 8. Двообласни проблем топљења а) и очвршћавања б) [34]

За разлику од претходних проблема, код вишеккомпонентних система свакој од компоненти може одговарати, и углавном одговара, посебна температура промене фазе, па се промена фазе одвија у одређеном температурском опсегу (између температуре T_{m1} и T_{m2} , слика 9.). Дакле, ФПМ налазиће се у течној фази када је његова температура виша од температуре T_{m2} , односно налазиће се у чврстој фази када је његова температура нижа од температуре T_{m1} . У наведеном случају проблем се своди на одређивање температуре у течној и чврстој фази, као и у мешовитој области. Мешовита област представља мешавину чврсте и течне фазе која се понаша попут кашасте материје, па отуда и назив на енглеском језику „*mushy*“ (кашаста) област (зона). Дакле, овакви проблеми

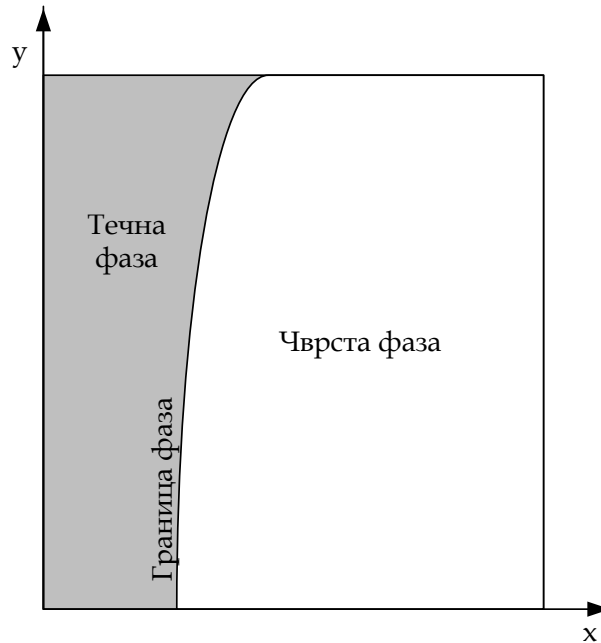
спадају у вишеобласне проблеме и карактеристика су вишекомпонентних ФПМ. Приказ расподеле температуре у оваквим системима приказан је на слици 9.



Слика 9. Очвршћавање вишекомпонентног ФПМ [34]

2.4.1 Аналитичке методе за решавање проблема топљења (очвршћавања)

Промена фазе чврсто-течно агрегатно стање и обрнуто, има широку примену како у науци тако и у индустрији. Зачеци проучавања овог проблема везују се за проучавање топљење глечера на Гренланду, тј. за рад словеначког научника Јожефа Стефана. Током топљења или очвршћавања у систему чврсто-течно агрегатно стање формира се разделна површ тј. граница фаза (слика 10). Решавање проблема топљења, односно очвршћавања врши се постављањем једначина одржања за чврсту, односно течну фазу, али и успостављања везе између постављених једначина преко услова којим се дефинише граница фаза. На тај начин врши се спрезање добијених решења, тј. добија се једнозначно решење посматраног проблема.



Слика 10. Граница фаза током процеса топљења(очвршћавања)

2.4.2 Стефанов гранични услов

Математички услов којим се дефинише граница између чврсте и течне фазе у литератури се назива Стефановим граничним условом. До овог граничног услова долази се применом основних закона одржања на граничну површ између две фазе. Брзина промене фазе може се представити преко брзине кретања границе између чврсте и течне фазе ФПМ тј.:

$$u_p = \frac{ds}{dt} \quad (5)$$

Промена фазе је увек праћена и променом густине ФПМ. Ова промена густине се у систему чврсто-течно агрегатно стање дешава на граници фаза, при чему је углавном густина чврсте фазе већа од густине течне фазе ($\rho_s > \rho_l$), изузев ретких материја код којих ово правило не важи (нпр. галијум, вода). Као последица промене густине ФПМ у току процеса промене фазе јавља се допунска брзина струјања на граници фаза u_p . Ова допунска компонента брзине струјања добија се из закона о одржању масе

за границу фаза. Применом закона о одржању масе на контролну запремину која је границом фаза подељена на две области долази се до следећег израза [34]:

$$\dot{m}_s + \dot{m}_l = 0 \quad (6)$$

За случај једнодимензионалне промене фазе и у случају да је густина чврсте фазе већа од густине течне фазе претходни услов се своди на једначину [34]:

$$\rho_l u_p = \rho_s (u_p - u_\rho) \quad (7)$$

Стога, допунска брзина на граници фаза која настаје као последица разлике густине чврсте и течне фазе се одређује по обрасцу:

$$u_\rho = \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} u_p \quad (8)$$

Из закона о одржању енергије за границу фаза следи:

$$\dot{q}_l - \dot{q}_s = \rho_l u_p h_l - \rho_s (u_p - u_\rho) h_s \quad (9)$$

Комбинујући једначину (8) и једначину (9) добија се једначина:

$$\dot{q}_l - \dot{q}_s = \rho_l u_p (h_l - h_s) \quad (10)$$

Уколико се преношење топлоте конвекцијом може занемарити и ако се искористи Фуријеов закон провођења топлоте, једначина (10) за случај топљења се може написати у следећем облику [34]:

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} - \lambda_l \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x} = \rho_l h_{sl} \frac{ds(t)}{dt} \quad (11)$$

У претходној једначини величина h_{sl} представља топлоту промене фазе из чврстог у течно агрегатно стање, тј. топлоту топљења.

За случај очвршћавања претходна једначина има облик [34]:

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} - \lambda_l \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x} = \rho_s h_{sl} \frac{ds(t)}{dt} \quad (12)$$

Добијене диференцијалне једначине (11) и (12), уз услов о једнакости температура чврсте и течне фазе на граници фаза, представљају Стефанов гранични услов. Уколико је позната промена температуре у чврстој и течној фази онда се решавањем једначина (11) и (12) може добити положај границе фаза. За случај да је у области течне фазе доминантно преношење топлоте конвекцијом, једначине (11) и (12) се своде на облик:

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} + \alpha(T_\infty - T_m) = \rho_l h_{sl} \frac{ds(t)}{dt} \quad (13)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} - \alpha(T_m - T_\infty) = \rho_s h_{sl} \frac{ds(t)}{dt} \quad (14)$$

За физички модел очвршћавања приказан на слици 8, тј. за тзв. двообласни модел промене фазе у почетном тренутку цео домен посматраног материјала се налази на температури која је виша од температуре очвршћавања (T_m). Ако на граничној површи ($x=0$) температура нагло падне на вредност која је нижа од температуре промене фазе ($T_0 < T_m$), потребно је одредити расподелу температуре како у чврстој тако и у течној фази.

С обзиром да се ради о проблему кондукције, еволуција темпераутурног поља у области чврсте фазе одвија се у складу са диференцијалном једначином провођења топлоте облика:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = a_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} \quad (15)$$

Такође, исто важи и за област течне фазе за коју диференцијална једначина провођења топлоте има облик:

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} = a_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} \quad (16)$$

За решавање наведених диференцијалних једначина потребно је дефинисати почетни и гранични услов.

$$\begin{aligned} x = 0, t > 0, T_s(x, t) &= T_o \\ x \rightarrow \infty, t > 0, T_l(x, t) &\rightarrow T_i \\ x > 0, t = 0, T_l(x, t) &= T_i \end{aligned} \quad (17)$$

Стефанов услов на граници фаза математички се може написати у облику:

$$\begin{aligned} T_l(x, t) = T_s(x, t) &= T_m, x = s(t), t > 0 \\ \lambda_s \frac{\partial T_s(x, t)}{\partial x} - \lambda_l \frac{\partial T_l(x, t)}{\partial x} &= \rho h_{sl} \frac{ds}{dt}, x = s(t), t > 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Због једноставности прорачуна систем једначина (15-18) се може написати у бездимензионалном облику увођењем одговарајућих смена [34]:

$$\begin{aligned} \theta = \frac{T_m - T}{T_m - T_0}, \theta_i = \frac{T_m - T_i}{T_m - T_0}, X = \frac{x}{L}, S = \frac{s}{L}, \tau = \frac{a_s t}{L^2} \\ N_a = \frac{a_l}{a_s}, N_\lambda = \frac{\lambda_l}{\lambda_s}, Ste = \frac{c_{ps}(T_m - T_0)}{h_{sl}} \end{aligned} \quad (19)$$

У претходној једначини величина L представља карактеристичну дужину. Коришћењем уведених бездимензионалних бројева и система једначина (15-18), диференцијалне једначине провођења топлоте у бездимензионалном облику, као и одговарајући гранични и почетни услов добијају облик [34]:

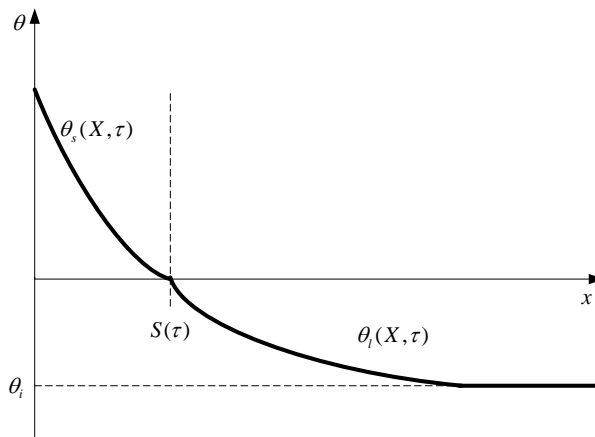
$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial \tau} = \frac{1}{N_a} \frac{\partial^2 \theta_l}{\partial X^2} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} X = 0, \tau > 0, \theta_s(X, \tau) &= 1 \\ X \rightarrow \infty, \tau > 0, \theta_l(X, \tau) &\rightarrow \theta_i \\ X > 0, \tau = 0, \theta_l(X, \tau) &= \theta_i \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \theta_l(X, \tau) = \theta_s(X, \tau) = 0, X = S(\tau), \tau > 0 \\ -\frac{\partial \theta_s(X, \tau)}{\partial X} + N_\lambda \frac{\partial \theta_l(X, \tau)}{\partial X} = \frac{1}{\text{Ste}} \frac{dS}{d\tau}, X = S(\tau), \tau > 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Добијени бездимензионални температурни профил може се приказати као на следећој слици:



Слика 11. Бездимензионални температурни профил у датом тренутку времена за случај двофазног проблема [34]

Добијени систем једначина валидан је и за случај топљења материјала, с тим да је потребно да индекси s и l замене места. Почетни услов наведеног проблема дефинише врсту проблема. Уколико је почетна температура ФПМ једнака температури промене фазе проблем се своди на решавање диференцијалне једначине и одређивање промене температуре ФПМ само у једној фази, док температура у другој фази остаје непромењена и једнака температури промене фазе. Наведени

проблем је у литератури познат под називом **Стефанов проблем** [35]. Уколико је почетна температура ФПМ различита од температуре промене фазе, онда је потребно одредити промену температуре у току времена у обе фазе. Овакав проблем захтева решавање диференцијалних једначина за течну и за чврсту фазу и представља тзв. двофазни проблем топљења (очвршћавања), који је у литератури познат под називом Нојманов проблем. Такође, приликом извођења претходних једначина у обзир није узета размена топлоте конвекцијом тј. посматрам је проблем чисте кондукције. Поред тога, претпостављено је да се промена фазе одвија при сталној вредности температуре, као и да се густине течне и чврсте фазе материјала не разликују, што није био случај приликом извођења једначина (11) и (12), односно једначина (13) и (14).

2.4.3 Стефанов проблем

Као што је претходно наведено, уколико је почетна температура ФПМ једнака температури топљења/очвршћавања ($T_i = T_m$) проблем се своди на једнообласни проблем у коме је потребно одредити промену температуре само у једној фази, док у другој фази температура ФПМ остаје непромењена и једнака почетној, тј. температури промене фазе ($T_i = T_m$). Математички опис овог проблема добија се на основу једначина (20-23) коришћењем наведеног граничног и почетног услова. У складу са тим, систем диференцијалних једначина и једначина којима су описани гранични и почетни услов своди се на следећи систем диференцијалних једначина:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \quad (24)$$

$$-\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} = \frac{1}{Ste} \frac{dS}{d\tau} \quad (25)$$

$$X = 0, \tau > 0, \theta(X, \tau) = 1 \quad (26)$$

$$\theta(X, \tau) = 0, X = S(\tau), \tau > 0 \quad (27)$$

Стефан је претпоставио опште решење диференцијалних једначина (24-27) у облику:

$$\theta(X, \tau) = 1 + \text{Berf}\left(\frac{X}{2\tau^{1/2}}\right) \quad (28)$$

где је erf тзв. Гаусова функција грешке која има општи математички облик:

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz \quad (29)$$

Константа B у добијеном општем решењу Стефановог проблема добија се заменом једначине (26) у једначину (28) и износи:

$$B = -\frac{1}{\text{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right)} \quad (30)$$

Коначно, промена бездимензионалне температуре у посматраној фази одређује се на основу израза:

$$\theta(X, \tau) = 1 - \frac{\text{erf}\left(\frac{X}{2\tau^{1/2}}\right)}{\text{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right)} \quad (31)$$

Из претходне једначине може се видети да распоред температуре зависи од положаја границе фаза S . Положај границе фаза се добија заменом једначине (31) у једначину (25), након чега се добија једначина:

$$\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right) = \frac{\operatorname{Ste}}{\sqrt{\pi}} \quad (32)$$

Заменом добијене вредности за положај границе фаза S у датом тренутку времена у једначину (31) добија тренутна расподела температуре у фази. На основу добијеног израза (32) може се закључити да за случај Стефановог проблема, у коме је доминантан начин преношења топлоте кондукција, брзина промене фаза зависи од вредности бездимензионалног Стефановог броја (Ste).

2.4.4 Нојманов проблем

Нојманов проблем [36] се добија из општег проблема топљења(очвршћавања) уколико је почетна температура ФПМ различита од температуре промене фаза ($T_i \neq T_m$). У овом случају се ради о тзв. двообласном проблему тј. проблему у коме је у обе фазе (чврстој и течној фази) потребно одредити расподелу температуре у току времена. Математички опис овог проблема дат је једначинама (20-23). Добијена решења за промену бездимензионалне температуре у фазама су облика:

$$\theta_s(X, \tau) = 1 + A \operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\tau^{1/2}}\right) \quad (33)$$

$$\theta_i(X, \tau) = \theta_i + B \operatorname{erfc}\left(\frac{X}{2N_a \tau^{1/2}}\right) \quad (34)$$

У којима је erfc комплементарна функција Гаусове функције грешке:

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) \quad (35)$$

У претходним једначинама A и B су непознате константе које се одређују из граничних услова:

$$A = -\frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right)}, B = -\frac{1}{\operatorname{erfc}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}N_a^{1/2}}\right)} \quad (36)$$

Коначно, решење за промену бездимензионалне температуре у чврстој, односно у течној фази има облик:

$$\theta_s(X, \tau) = 1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\tau^{1/2}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right)} \quad (37)$$

$$\theta_l(X, \tau) = \theta_i \left(1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\tau^{1/2}N_a^{1/2}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}N_a^{1/2}}\right)} \right) \quad (38)$$

Заменом добијених једначина у једначину (23) добија се израз за одређивање положаја границе фаза:

$$\frac{e^{-\frac{S}{2\tau^{1/2}}}}{\operatorname{erf}\left(\frac{S}{2\tau^{1/2}}\right)} + \frac{N_a \theta_i}{N_a^{1/2}} \frac{e^{-\frac{S}{2\tau^{1/2}N_a}}}{\operatorname{erfc}\left(-\frac{S}{2\tau^{1/2}N_a^{1/2}}\right)} = \frac{S}{2\tau^{1/2}} \sqrt{\pi} \operatorname{Ste} \quad (39)$$

Добијено Нојманово решење може се применити на проблеме дефинисане у Декартовом правоуглом координатном систему.

За промену фазе у која се одвија у и око цилиндра Петерсон [37] је показао да се тачно решење добија уколико се решење диференцијалних једначина за расподелу температуре у чврстој и течној фази претпостави у облику специјалне, тј. експоненцијалне интегралне функције³.

³ $Ei(x) = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$

Температурну расподеле за чврсту и течну фазу у овом случају представио је у облику:

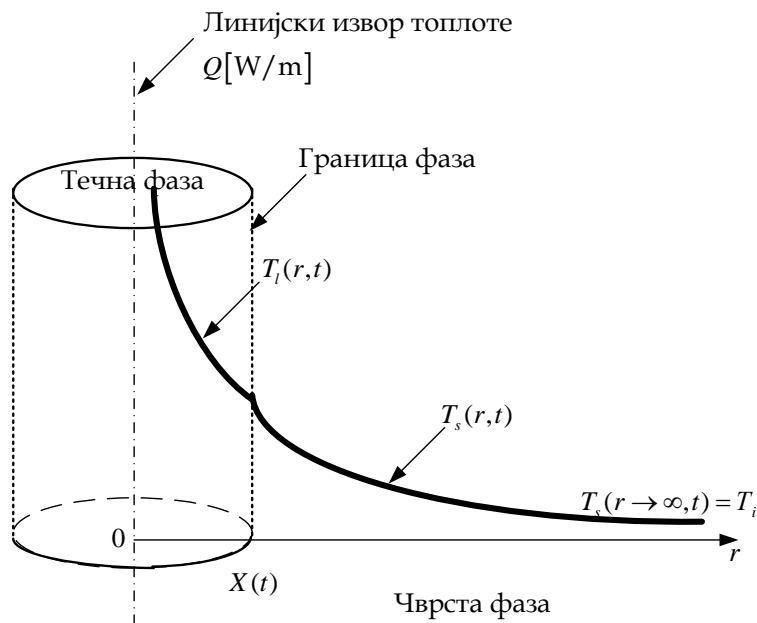
$$T_s(r,t) = -AEi\left(-\frac{r^2}{4a_s t}\right) - B \quad (40)$$

$$T_l(r,t) = -CEi\left(-\frac{r^2}{4a_l t}\right) - D \quad (41)$$

док је положај границе фаза претпоставио у облику:

$$X(t) = K\sqrt{t} \quad (42)$$

Константе A, B, C и D , као и константа K , добијају се коришћењем почетног и граничног услова за случај приказан на слици 12.



Слика 12. Почетни и гранични услови за решавање топљења материјала цилиндричне геометрије [38]

2.4.5 Приближна аналитичка решења проблема топљења (очвршћавања)

Као што је претходно приказано, тачна аналитичка решења проблема топљења и очвршћавања су ограничена и укључују константне вредности термофизичких карактеристика ФПМ. Као последица тога, развијене су приближне методе за решавање проблема топљења, односно очвршћавања. Једна од метода решавања наведеног проблема промене фазе јесте приближни интегрални метод. Решавање проблем применом ове методе може се спровести по следећој процедури:

1. Дефинисање диференцијалних једначина проблема и одговарајућег почетног и граничног услова.
2. Претпостављање функције промене температуре ФПМ у зависности од координата (полином одређеног реда) која мора да задовољава граничне услове проблема.
3. Интеграљење диференцијалне једначине провођења топлоте на одговарајућем интервалу уз коришћење претпостављене зависности температуре од просторних координата.
4. Решавање добијене интегралне једначине и добијање зависности температуре од времена и положаја границе фаза.

Демонстрација ове методе може се приказати на случају провођења топлоте кроз полу-бесконечно тело.

Диференцијална једначина провођења топлоте за полу-бесконечно тело има облик:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (43)$$

Почетни и гранични услов за решавање дате диференцијалне једначине дат је у облику:

$$\begin{aligned} T(x,t) &= T_i, \quad x > 0, \quad t = 0 \\ T(x,t) &= T_0, \quad x = 0, \quad t > 0 \end{aligned} \quad (44)$$

Принцип решавања наведених диференцијалних једначина састоји се у увођењу тзв. дубине температурне пенетрације, тј. након временског тренутка t претпоставља се да је поремећај температуре доспео до дубине δ , док се преостали део полу-бесконачног тела налази на почетној температури T_i . Овај приступ се може представити као на слици 13. Према датој слици функција температуре на граници температурне пенетрације мора да задовољи следеће једначине:

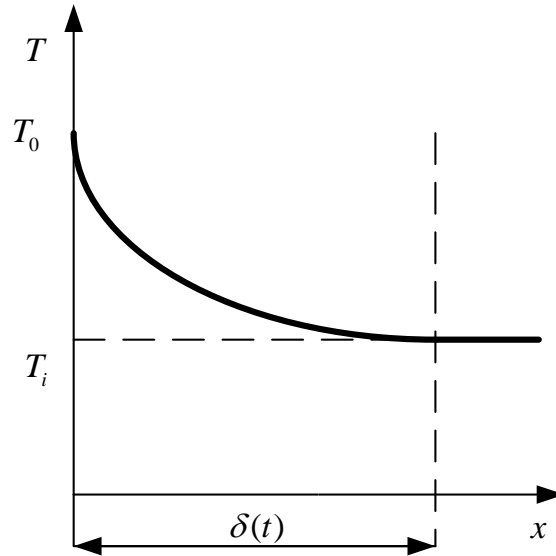
$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} &= 0, \quad x = \delta(t) \\ T(x,t) &= T_i, \quad x = \delta(t) \end{aligned} \quad (45)$$

Интеграљењем једначине (43) на интервалу $(0, \delta)$ добија се једначина облика:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta(t)} - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{a} \int_0^{\delta(t)} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} dx \quad (46)$$

Коришћењем Лајбницевог интегралног правила претходна једначина се своди на облик:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta(t)} - \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{1}{a} \left[\frac{d}{dt} \int_0^{\delta(t)} T dx - T \Big|_{x=\delta} \frac{d\delta}{dt} \right] \quad (47)$$



Слика 13. Дубина температурног пенетрационог слоја [34]

Коришћењем услова датог једначином (45) у претходној једначини, интегрална једначина енергије (47) се своди на облик:

$$-a \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{d}{dt} (\Theta(t) - T_i \delta) \quad (48)$$

где је Θ интегрална функција облика:

$$\Theta(t) = \int_0^{\delta(t)} T(x,t) dx \quad (49)$$

Како би се решила једначина (49) неопходно је познавати функцију расподеле температуре у области температурне пенетрације. Ова функција може бити било која функција која задовољава дате граничне услове. Уколико се претпостави да је расподела температуре описана полиномом трећег реда и ако се искористи чињеница да температура T_0 није функција времена добија се расподела температуре у пенетрационом слоју у облику:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_0 - T_i} = 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{x}{\delta} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\delta} \right)^3 \quad (50)$$

Заменом једначине (50) у једначину (48) добија се једначина дубине температурног пенетрационог слоја:

$$4a = \delta \frac{d\delta}{dt}, t > 0 \quad (51)$$

Коришћењем чињенице да је дубина пенетрационог слоја у почетном тренутку једнака нули из претходне једначине се добија зависност дубине температурне пенетрације од времена и од температурне проводљивости:

$$\delta = \sqrt{8at} \quad (52)$$

2.4.6 Решавање једнообласног проблема топљења коришћењем приближног интегралног метода

Основне једначине за решавање проблема очвршћавања, односно топљења у једној области тј. фази дате су једначинама:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \quad (53)$$

$$-\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} = \frac{1}{Ste} \frac{dS}{d\tau} \quad (54)$$

$$X = 0, \tau > 0, \theta(X, \tau) = 1 \quad (55)$$

$$\theta(X, \tau) = 0, X = S(\tau), \tau > 0 \quad (56)$$

Интеграљењем једначине (53) на интервалу $(0, S)$ добија се једначина:

$$\frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=S(\tau)} - \frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0} = \frac{d\Theta(\tau)}{d\tau} \quad (57)$$

где је

$$\Theta(\tau) = \int_0^{S(\tau)} \theta(X, \tau) dX \quad (58)$$

Заменом једначине (54) у једначину (57) интегрална једначина енергије за једнообласни проблем топљења добија облик:

$$-\frac{1}{\text{Ste}} \frac{dS}{d\tau} - \frac{\partial \theta(X, \tau)}{\partial X} \Big|_{X=0} = \frac{d\Theta(\tau)}{d\tau} \quad (59)$$

Претпостављајући да је решење температурног поља у течној фази функција полинома другог степена, добија се једначина за температурно поље у облику:

$$\theta(X, \tau) = A_0 + A_1 \frac{X-S}{S} + A_2 \left(\frac{X-S}{S} \right)^2 \quad (60)$$

Где се константе A_0, A_1 и A_2 одређују на основу услова датог једначинама (55) и (56), као и коришћењем диференцираног облика једначине (56) који се добија на следећи начин:

$$d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial X} dX + \frac{\partial \theta}{\partial \tau} d\tau = 0, \quad X = S(\tau) \quad (61)$$

Заменом једначина (53) и (56) у једначини (61) добија се допунска једначина за одређивање коефицијената једначине (60) у облику:

$$\text{Ste} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \quad (62)$$

Дакле, после замене за вредности константи A_0, A_1 и A_2 , а које су добијене на основу једначина (55), (56) и (62), у једначину (60) добија се израз за одређивање расподеле температуре у течној фази у облику:

$$\theta(X, \tau) = \frac{1 - \sqrt{1 + 2Ste}}{Ste} \frac{X - S}{S} + \left(\frac{1 - \sqrt{1 + 2Ste}}{Ste} + 1 \right) \left(\frac{X - S}{S} \right)^2 \quad (63)$$

Заменом добијене једначине (63) у интегралну једначину (59) добија се диференцијална једначина за одређивање положаја границе фаза $S(\tau)$:

$$S \frac{dS}{d\tau} = 6 \frac{1 - \sqrt{1 + 2Ste} + 2Ste}{5 + \sqrt{1 + 2Ste} + 2Ste} \quad (64)$$

Коришћењем почетног услова:

$$S(\tau) = 0, \tau = 0 \quad (65)$$

Добија се израз за функцију положаја границе фаза $S(\tau)$ у облику:

$$S(\tau) = 2 \left(3 \frac{1 - \sqrt{1 + 2Ste} + 2Ste}{5 + \sqrt{1 + 2Ste} + 2Ste} \right)^{1/2} \tau^{1/2} \quad (66)$$

2.4.7 Решавање двообласног проблема топљења коришћењем приближног интегралног метода

Аналитичко решење проблема топљења полу-бесконачног тела применом приближног интегралног метода за двообласни проблем је извео Zhang [39]. С обзиром да је почетна температура T_i била нижа од температуре топљења T_m проблем је решаван у два корака: Први корак је подразумевао решавање диференцијалне једначине провођења топлоте за случај загревања материјала од почетне температуре до температуре топљења, док је други корак обухватао решавање проблема топљења материјала, тј. решавање диференцијалне једначине провођења топлоте у течной, односно чврстој фази. Гранични услов којим је дефинисано довођење топлоте био је површински топлотни проток, тј. гранични услов

друге врсте. Добијена је зависност расподеле температуре у течној фази у бездимензионалном облику:

$$\theta_1(X, \tau) = \frac{S}{2} \left(\frac{X-S}{S} \right)^2 - \frac{1}{2} P \frac{X^2 - S^2}{S^2} \quad (67)$$

Где параметар p има облик:

$$P = \left(\frac{N_a S_c S}{\Delta - S} - \frac{1}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{N_a S_c S}{\Delta - S} - \frac{1}{2} \right)^2 + S} \quad (68)$$

У претходној једначини поједини бездимензионални бројеви су дефинисани на начин:

$$\Delta = \frac{\delta}{\frac{a_1 \rho_1 h_{sl}}{\dot{q}}}, S_c = \frac{c_{p2}(T_m - T_i)}{h_{sl}}, S = \frac{s}{\frac{a_1 \rho_1 h_{sl}}{\dot{q}}}, X = \frac{x}{\frac{a_1 \rho_1 h_{sl}}{\dot{q}}} \quad (69)$$

Осим наведених и сва остала како тачна тако и приближна аналитичка решења, која се односе на проблеме промене фазе топљење-очвршћавање не узимају у обзир конвекцију у течној фази, па се проблем топљења и очвршћавања решава нумеричким поступцима, док се провера добијених решења врши експерименталним резултатима или на основу резултата добијених алтернативним нумеричким техникама [40].

2.5 Нумеричке методе за решавање проблема топљења и очвршћавања

Број проблема који укључују фазне промене топљење-очвршћавање, а који се могу решити аналитичким методама је веома мали. Осим тога аналитичке методе укључују проблеме у којима је преношење топлоте кондукцијом доминантан начин преношења топлоте и углавном се односе на једнодимензионалне проблеме. Међутим, преношење

топлоте конвекцијом у течној фази у већини случајева је доминантан начин преношења топлоте у односу на провођење топлоте, па добијена аналитичка, како тачна тако и приближна, решења не дају задовољавајућу тачност. Стога су у проучавању проблема промене фазе велику примену нашле нумеричке методе које представљају основу великог броја комерцијалних CFD (*Computer Fluid Dynamics*) софтвера.

Нумеричке методе за решавање проблема топљења односно очвршћавања деле се у две групе[38]:

- I. Методе са фиксном, тј. непокретном мрежом
- II. Методе са променљивом мрежом

Прва метода се заснива на нумеричком решавању једначина дефинисаних за комплетну област ФПМ, тј. за области чврсте и течне фазе, као и за међуфазну област. Положај границе фаза одређује се након добијања конвергентног решења за вредност температуре. Основна предност ових метода лежи у њиховој применљивости на вишедимензионалне проблеме. Једноставност лежи и у чињеници да се постојећи модели преношења топлоте у једнофазним системима могу лако прилагодити за решавање проблема топљења и/или очвршћавања. Најзначајнији модели из ове групе метода за нумеричко решавање проблема промене фазе су енталпијски модел [41], модел енталпија-порозност [42],[43], модел еквивалентног топлотног капацитета [44] и модел трансформисане температуре [45].

Друга метода подразумева праћење и тачно дефинисање положаја границе фаза у току сваког временског корака. Ова метода нумеричког прорачуна може се спроводити променљивим временским кораком са фиксном или са динамичком мрежом која подразумева временски

променљиве димензије контролних запремина, при чему се број контролних запремина не мења.

2.5.1 Енталпијски модел

Овај модел решавања промене фазе укључује зависност између енталпије и температуре. Наиме, веза између енталпије и температуре може се представити помоћу Хевисајдове функције⁴ за случај промене фазе при сталној температури, односно преко линеарне функције температуре за случај када је промена фазе праћена променом температуре. Када се промена фазе довија при сталној температури зависност енталпије од температуре може се приказати у облику:

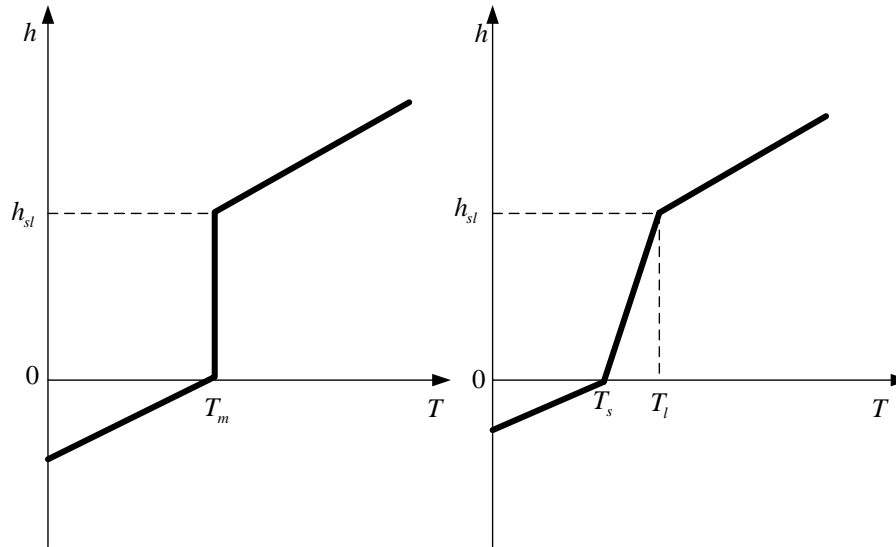
$$h = \begin{cases} c_{ps}(T - T_m), & T \leq T_m \\ c_{pl}(T - T_m) + h_{sl}, & T > T_m \end{cases} \quad (70)$$

Овим приступом и применом на диференцијалну једначину провођења топлоте дату једначином

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (71)$$

избегава се нелинеарност проблема која је узрокована обликом диференцијалне једначине провођења топлоте. Решење наведене диференцијалне једначине нумеричким поступком спроводи се методом коначних разлика.

⁴ Хевисајдова (Оливер Хевисајд) или јединична одскачна функција је специјална функција којом се моделира скок неке зависно променљиве при одређеној вредности независно променљиве величине.



Слика 14. Зависност енталпије од температуре за случај промене фазе при константној(а) и променљивој(б) температури [38]

Дискретна једначина провођења топлоте добијена помоћу експлицитне диферентне шеме има облик:

$$\rho \frac{h_j^{n+1} - h_j^n}{\Delta t} = \frac{\lambda_{j+\frac{1}{2}} (T_{j+1}^n - T_j^n) - \lambda_{j-\frac{1}{2}} (T_j^n - T_{j-1}^n)}{(\Delta x)^2} \quad (72)$$

Топлотна проводљивост материјала на половини корака Δx се одређује применом правила хармонијске средине:

$$\lambda_{j+\frac{1}{2}} = \frac{2\lambda_j \lambda_{j+1}}{\lambda_j + \lambda_{j+1}}, \quad \lambda_{j-\frac{1}{2}} = \frac{2\lambda_j \lambda_{j-1}}{\lambda_j + \lambda_{j-1}} \quad (73)$$

Коришћењем једначине (73) и једначине (72) добија се вредност енталпије у j -том чвору након $(n+1)$ временских корака Δt . На основу добијене вредности енталпије h_j^{n+1} и познате зависности енталпије од температуре (70), добија се вредност температуре у j -том чвору након $(n+1)$ временских корака Δt . Познавајући вредност температуре при којој се

одвија промена фазе, као и израчунате вредности температуре након $(n + 1)$ временских корака Δt , добија се тренутни положај границе фаза.

Претходно дефинисани поступак искључује присуство конвекције у течной фази па су Сао и Faghri [46] предложили поступак за свођење једначине енергије на једначину са једном зависно променљивом величином (енталпијом). Једначину енергије у диференцијалном облику за случај ламинарног струјања су представили у облику:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v h)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} = \frac{\partial^2(\Gamma h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Gamma h)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\Gamma h)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (74)$$

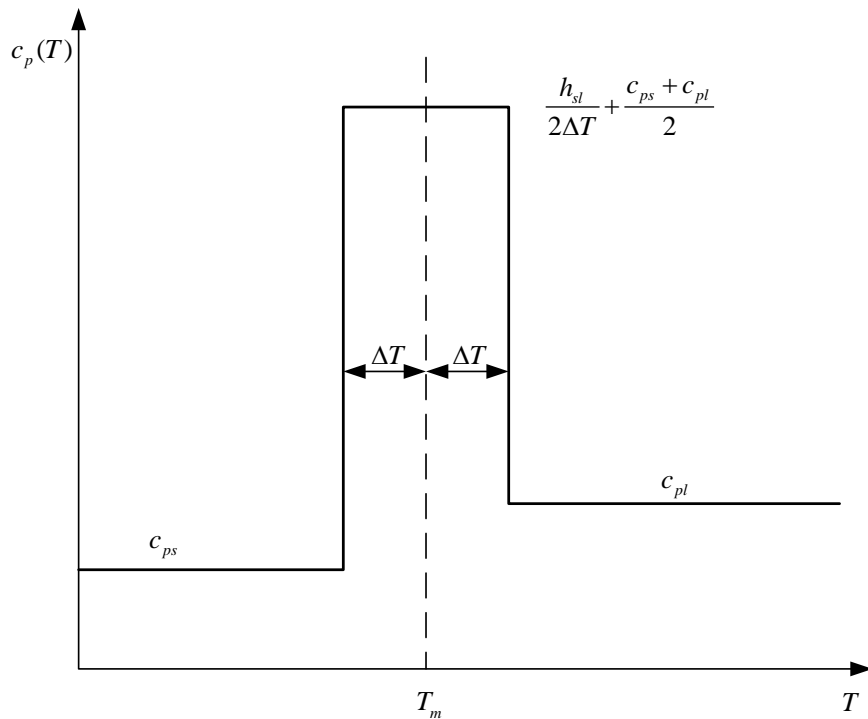
у коме су дифузни и изворни чланови дати изразима:

$$\Gamma(h) = \begin{cases} \lambda_s / c_{ps}, & h \leq 0 \\ 0, & 0 < h < h_{sl} \\ \lambda_l / c_{pl}, & h > h_{sl} \end{cases}, \quad S(h) = \begin{cases} 0, & h \leq 0 \\ 0, & 0 < h < h_{sl} \\ h\lambda_l / c_{pl}, & h > h_{sl} \end{cases} \quad (75)$$

Voller и коаутори [47],[43][42] су развили нумерички поступак решавања промене фазе у коме су материјал који мења фазу посматрали као псеудо порозни материјал у коме је порозност једнака масеном уделу течне фазе. У складу са тим, успоставили су везу између енталпије и порозности контролне запремине. Претпоставили су да граница фаза дели контролну запремину на област течне и чврсте фазе. Масени удео течне фазе једнак је порозности контролне запремине, а везу између порозности и температуре претпоставили су у линеарном облику примењујући правило полуге. С обзиром да је ова метода коришћена у оквиру математичког модела, више информација о овој методи биће наведено у поглављу које се односи на математички модел.

2.5.2 Модел еквивалентног топлотног капацитета

Карактеристика овог модела за решавање проблема топљење-очвршћавање је да се претпоставља да се процес промене фазе одвија на температурском интервалу $\pm\Delta T$ у односу на температуру промене фазе T_m , при чему се топлота промене фазе преводи у еквивалентни топлотни капацитет на посматраном температурском опсегу $(T_m - \Delta T, T_m + \Delta T)$. Зависност еквивалентног специфичног топлотног капацитета од температуре може се представити као на слици 15.



Слика 15. Зависност еквивалентног специфичног топлотног капацитета од температуре [38]

Коришћењем овог модела диференцијална једначина енергије се своди на једначину у којој је једина зависно променљива температура, која на пример за проблем промене фазе са доминантним преношењем топлоте кондукцијом (провођењем) се представља на начин:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (76)$$

Наведена диференцијална једначина се може лако дискретизовати и решити нумеричким поступком. У претходној једначини еквивалентни специфични топлотни капацитет c_p , као и топлотна проводљивост λ дефинисани су као:

$$\lambda(T) = \begin{cases} \lambda_s, & T < T - T_m \\ \lambda_s + \frac{\lambda_l - \lambda_s}{2\Delta T} (T - T_m + \Delta T), & T_m - \Delta T < T < T_m + \Delta T \\ \lambda_l, & T > T_m + \Delta T \end{cases} \quad (77)$$

$$c_p(T) = \begin{cases} c_{ps}, & T < T - T_m \\ \frac{h_{sl}}{2\Delta T} + \frac{c_{ps} + c_{pl}}{2}, & T_m - \Delta T < T < T_m + \Delta T \\ c_{pl}, & T > T_m + \Delta T \end{cases}$$

Комбинацијом енталпијског модела и модела еквивалентног специфичног топлотног капацитета, Сао и Faghri су развили тзв. Temperature-transforming model [45] у коме су енталпију представили као функцију температуре и специфичног топлотног капацитета, који је, такође, функција температуре. На овај начин једначина енергије у диференцијалном облику трансформисана је у нелинеарну једначину са температуром као једином променљивом.

Детаљнији приказ прегледа аналитичких и нумеричких метода за решавање проблема топљења и очвршћавања дат је у литератури [38].

2.6 Приказ коришћених геометрија и метода дискретизације једначина математичког модела

Преглед коришћених геометрија и метода дискретизације једначина математичког модела, као и коришћених ФПМ у поступку верификације резултата нумеричког модела дат је у табели 4.

Табела 4. Приказ коришћених геометрија и метода дискретизације једначина математичког модела

Референца	ФПМ	Геометрија	Координатни систем	Метода дискретизације	Валидација
[31]	Парафин РТ30	цилиндрична	2D (R, X)	FVM	Експеримент
[42]	Галијум	правоугла	2D (X, Y)	FDM	Експеримент
[48]	n-октадекан	правоугла	1D(X), 2D (X,Y)	FDM	Литература
[49]	Парафински восак РП-56	правоугла	3D (X, Y, Z)	FDM	Литература
[50]	n-октадекан	цилиндрична	2D (R, X)	FDM	Експеримент
[51]	4 ФПМ	цилиндрична	2D (R, X)	FDM	Литература
[52]	РТ60	цилиндрична	2D (R, Θ)	FDM	Експеримент
[53]	Парафин 130/135 тип 1	цилиндрична	2D (R, Θ)	FDM	Експеримент
[54]	па Парафин	цилиндрична	2D (R, Θ)	FDM	Литература
[55]	4 ФПМ	цилиндрична	2D (R, X)	FDM	Литература
[56]	2 ФПМ	цилиндрична	2D (R, X)	FDM	Литература
[57]	5 ФПМ	цилиндрична	2D (R, X)	FEM	Литература
[58]	3 ФПМ	цилиндрична	2D (R, X)	FDM	Литература
[59]	вода	сферична	1D (R)	FDM	Експеримент
[60]	вода, мешавина воде и гликола	сферична	1D (R)	FDM	Експеримент
[61]	Парафин, РТ82	цилиндрична	2D (R, Θ)	FVM	Експеримент
[62]	50% NaNO ₃ , 50 % KNO ₃	цилиндрична	2D (R, Z)	FVM	Експеримент
[63]	Парафин	правоугла	3D (X, Y, Z)	FVM	Експеримент
[64]	Парафин, Парафин-експ.графит	цилиндрична	3D (X, Y, Z)	FVM	Експеримент

2.7 Методе за побољшање преношења топлоте у акумулаторима топлоте са ФПМ као испуном

Као што се на основу претходног дела могло приметити, у литератури се најчешће среће цилиндрични облик акумулатора топлоте са ФПМ као испуном. Такође, већином се ради о дводимензионалној анализи и цилиндричним посудама при чему се довођење и одвођење топлоте од ФПМ врши помоћу снопа цеви преко којих се врши размена топлоте између ФПМ и флуида НТФ (*heat transfer fluid*) који прима или предаје топлоту ФПМ-у [65],[66]. Такође, могу се срести и акумулатори топлоте чији контејнери имају друге облике, попут хексаедра, тетраедра и сл. [67].

Већина радова, изузев оних који се баве оптимизацијом акумулатора топлоте, бави се анализом могућности превазилажења проблема мале топлотне проводљивости ФПМ, тј. отежаног преношења топлоте на страни ФПМ. Како би се овај проблем у довољној мери отклонио, користе се различите методе за поспешивање процеса преношења топлоте кроз ФПМ.

При решавању наведеног проблема кренуло се од додавања материјала који имају већу топлотну проводљивост од топлотне проводљивости ФПМ (легирање ФПМ), затим, преко уметања металних кошуљица (матрица) унутар запремине ФПМ-а, до повећавања површине за размену топлоте унутар акумулатора топлоте [68].

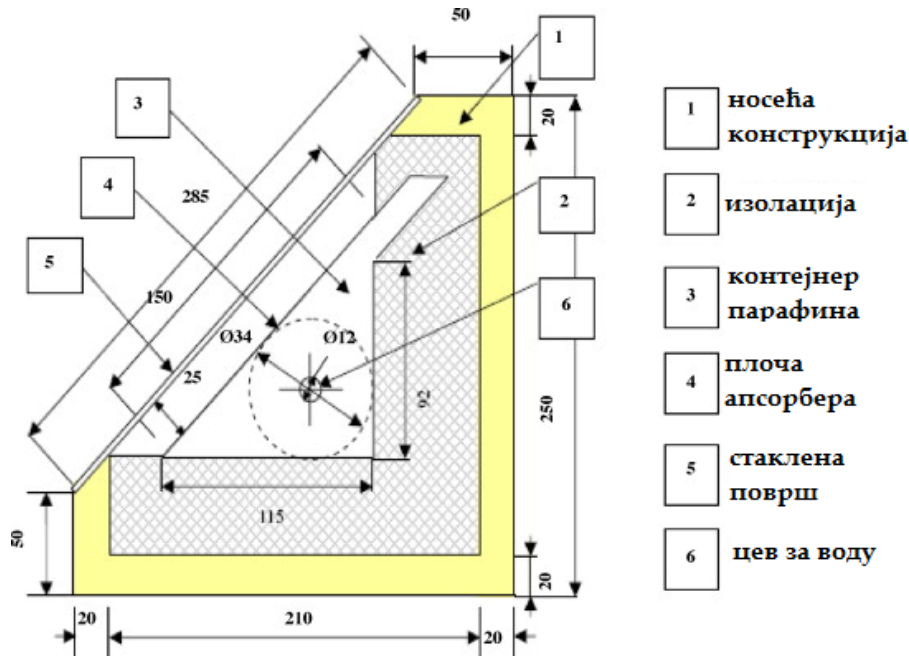
Мала топлотна проводљивости ФПМ директно узрокује дуже време топлотног „пуњења“, односно „пражњења“ акумулатора топлоте. Осим тога, истопљени материјал се, ако говоримо о процесу довођења топлоте ФПМ, услед довођења топлоте и истовремене немогућности да испоручи топлоту ка неистопљеном делу ФПМ, додатно прегрева. Ово додатно

прегревање ФПМ, иако повећава сензибилни део ускладиштене количине топлоте је непожељно јер може узроковати разградњу и деградацију ФПМ, односно губитак радне способности ФПМ. Такође, уколико је време потребно за промену фазе предуго, основна улога акумулатора топлоте може бити смањења, а у неким случајевима и потпуно искључена. Као последица наведеног, на пример, примена акумулатора топлоте овог типа у соларним системима, где је временска зависност извора топлоте присутна како на дневном тако и на часовном нивоу, може бити ограничена. Да би се поспешило процес преношења топлоте кроз радни медијум акумулатора топлоте неопходно је применити поступке и методе за повећање преношења топлоте. Значајан број аутора посветио је пажњу решавању овог проблема, али се све методе могу сврстати у неколико група.

Први од начина за побољшање преношења топлоте јесте уметање материјала који имају знатно већу топлотну проводљивост од ФПМ. Под овим се подразумева уметање металних опилјака, графитног праха и сл., чиме се постиже повећање топлотне проводљивости испуне. У овом случају испуна акумулатора топлоте постаје смеша ФПМ и додатог материјала. Као резултат додавања материјала веће топлотне проводљивости долази до веће топлотне проводљивости смеше, па се остварено побољшање топлотне проводљивости креће у опсегу од 60 до 150% [60],[61].

У раду [69] испитиван је утицај додавања алуминијумског праха у парафин ради поспешивања преношења топлоте. Величина честица алуминијумског праха износила је 80 μm , при чему је посматран утицај масеног удела алуминијума на пренос топлоте у ФПМ. Како се и очекивало, истраживање је показало да се овим поступком постиже смањење времена топљења за 60% и повећање апсорбоване топлоте. Топлотни извор у наведеном раду је био соларни колектор, који је био

саставни део акумулатора топлоте приказаног на слици 16. Истовремено је, на овај начин, за 2 до 3 пута постигнуто повећање ефикасности самог колектора.



Слика 16. Експериментална инсталација соларног колектора и акумулатора топлоте [69]

У раду [71] испитиван је утицај додавања графита на побољшање топлотне проводљивости парафина. Различити масени удели графита додавани су у парафин при различитим условима формирања смеше (атмосферски услови и у вакуумској средини). Побољшање преношења топлоте индиректно је праћено преко брзине загревања и хлађења узорака у различитим временским периодима. На основу резултата је закључено да додавањем експандираног графита, тј. прављењем композитне смеше, долази до смањења топлоте промене фазе, али и до побољшања стабилности ФПМ. Сprovedени број циклуса (понављања) загревања – хлађења износио је 60.

У раду [72] анализирано је додавање нано честица графита у ФПМ органског порекла, добијеног рафинацијом из палминог уља или соје. Додавањем графита у односу на базни материјал постигнуто је релативно

повећање топлотне проводљивости за 275%, док је истовремено констатовано смањење топлоте промене фазе на 75% топлоте промене фазе чистог материјала.

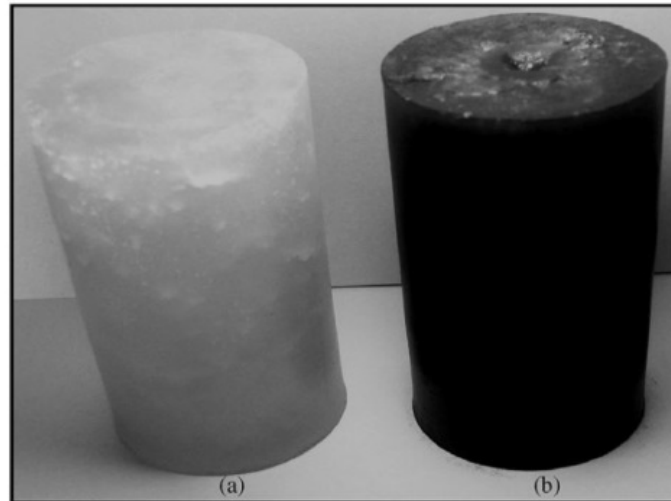
Међутим, осим наведеног смањења топлоте промене фазе основни недостатак ове методе је чињеница да под утицајем дејства силе земљине теже, током времена, долази до таложења додатног материјала, па се и резултати који су и дати у радовима односе на мањи број циклуса топљење-очвршћавање.

Следећа метода побољшања преношења топлоте кроз ФПМ јесте додавање чврстих влакана материјала веће топлотне проводљивости.

У раду [73] посматран је утицај додавања графитних влакана у парафин. Добијени резултати су поређени са побољшањем оствареним додавањем графитног праха у исти материјал и констатовано је веће повећање преношења топлоте остварено додавањем графитних влакана, што се сматра последицом непрекидности структуре влакана.

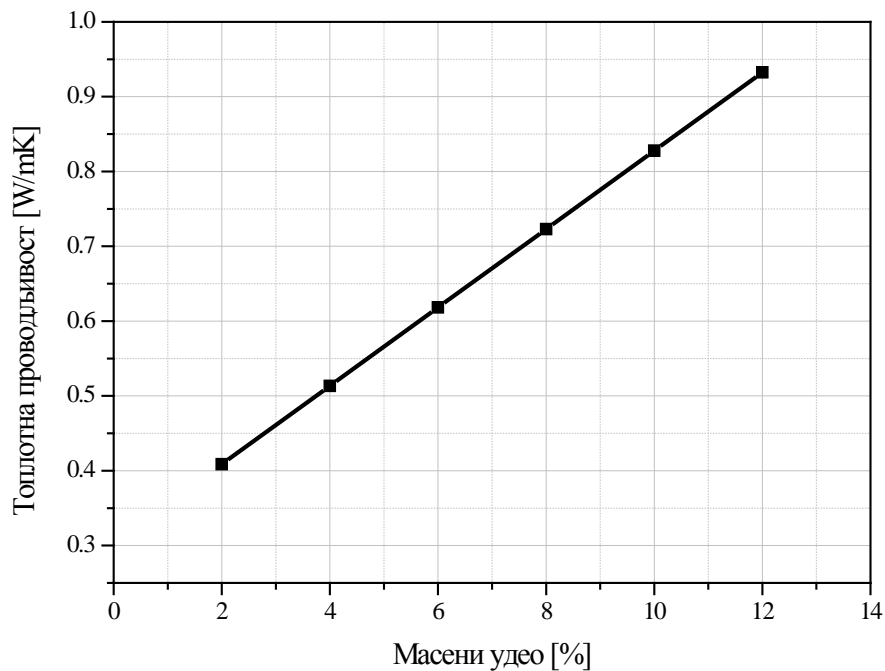
У раду [74] разматран је утицај оријентације графитних влакана на повећање топлотне проводљивости ФПМ. Једна група влакана постављана је, тј. оријентисана у жељеном смеру, док је друга група влакана постављена насумично, тј. неуређено распоређена по запремини ФПМ. Резултат је био да се у случају уређено оријентисаних влакана добија двоструко већа топлотна проводљивост композитног материјала графитна влакна-ФПМ. Такође, закључено је да је утицај дужине графитних влакана на укупну топлотну проводљивост занемарљиво мала.

У раду [75] је разматран утицај експандираног графита⁵ на повећавање топлотне проводљивости парафина. Поређење је извршено у односу на чист парафин.



Слика 17. Повећање топлотне проводљивости парафина у зависности од масеног удела ЕГ а) чист парафин, б) парафин са 10% ЕГ [69]

⁵ Експандирани графит је графит добијен током процеса синтеровања графита са различитим реагенсима, који се током процеса загревања (ширења) уграђују у кристалну решетку графита.



Слика 18. Зависност топлотне проводљивости мешавине ФПМ-а и ЕГ од масеног удела ЕГ [69]

Закључено је да експандирани графит (ЕГ) масеног удела 2%, 4%, 7% и 10% експандираног графита повећава топлотну проводљивост смеше за 81,2%, 136,3%, 209,1% и 272,7%, редоследно. Међутим, током процеса производње експандираног графита често се у јавља структурални дисконтинуитет⁶ у графитном влакну, што доводи до повећаних отпора провођењу топлоте, па побољшање које се постиже овом методом значајно може бити умањено.

Како би се избегао проблем дисконтинуитета графитних влакана, али и увек за графит присутни проблем анизотропије, велики број истраживања [76][77][78][79] разматрао је могућности коришћења металних пена или кошуљица од материјала велике топлотне

⁶Структурални дисконтинуитет је микро шупљина у влакну графита која узрокује велики отпор провођењу топлоте.

проводљивости (слика 19). Најчешће су коришћене металне кошуљице од алуминијума [80], од бакра[81] [82][83], или кошуљице од никла [84][85].



Слика 19. Бакарна кошуљица испуњена парафином [78]

У порама ових кошуљица се као испуна налази ФПМ. На основу увида у претходно наведену литературу порозност испитиваних металних пена креће се између 85 и 95%. Топлотна проводљивост композитног материјала овог типа је приближно једнака тоplotној проводљивости материјала пене.

У раду [78] је експериментално истраживано побољшање преношења топлоте кроз парафин РТ58 помоћу бакарне кошуљице (пене). У поређењу са резултатима добијеним за чист парафин побољшање преношења топлоте је остварено у опсегу између 3 и 10 пута, што је посебно изражено у подручју чврсте фазе.

У раду [86] је испитивано побољшање преношења топлоте кроз ФПМ уметањем матрица од челика, бакра и графита. Разматрана су два ФПМ и то: палмитинска–лауринска киселина састава 80:20% (PL)

истеаринска–миристинска киселина (80:20) (SM). Истраживања су показала да се коришћењем бакарних матрица преношење топлоте повећава 1,7 пута у току процеса топљења ФПМ, односно 3,8 пута у току процеса очвршћавања ФПМ. Највеће побољшање преношења топлоте остварено је помоћу графитне матрице. Такође, констатовано је да на преношење топлоте у случају бакарних и челичних матрица утиче проток *HTF*-а, док у случају графитне матрице промена протока флуида не утиче на преношење топлоте.

Међутим, основни недостатак овог начина побољшања преношења топлоте кроз ФПМ јесте отпор струјању течног ФПМ унутар пора металне пене. Као последица овог проблема јавља се прегревање, односно потхлађивање ФПМ, услед чега долази до разградње ФПМ, а самим тим и до скраћивања радног века испуне.

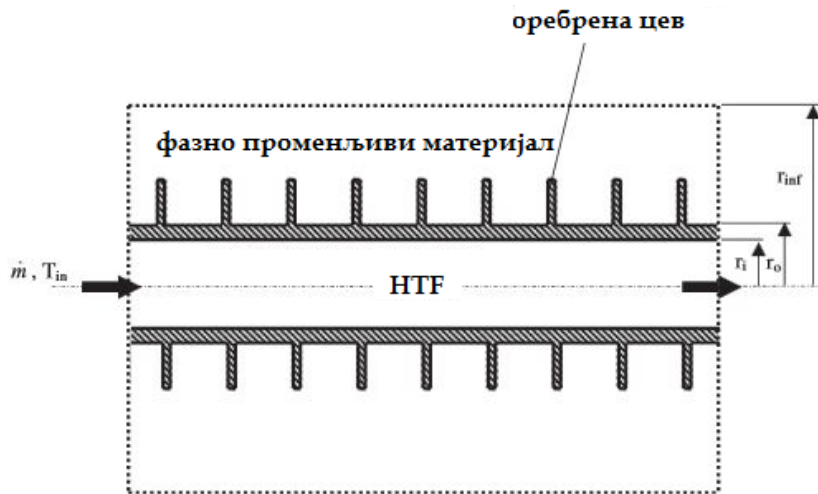
Показало се да је до сада најчешће примењивани метод за поспешивање преношења топлоте кроз ФПМ повећавање површине за размену топлоте тј. оребравање. Из теорије оребрених површи је познато да се оребравање спроводи са оне стране размењивачке површи на којој постоје већи отпори преношењу топлоте, па се већом површином за размену топлоте постиже жељени топлотни проток. Осим тога, оребрење у овом случају има улогу топлотних мостова, помоћу којих се топлота преноси ка зонама у ФПМ удаљеним од извора топлоте.

У раду [70] је вршено испитивање побољшања преношења топлоте у сегменту зида за потребе акумулације топлоте у зиду у којем су била уграђена 32 правоугаона челична ребра у циљу побољшања преношења топлоте у току процеса топљења односно очвршћавања ФПМ-а унутар грађевинске конструкције. Као ФПМ коришћен је парафин који је мењао фазу при температури од око 30 °C. Посматрано је време пуњења и пражњења овог модула са челичним ребрима и поређено у односу на

модул без ребара. Закључено је да у случају процеса топљења челична ребра имају мали утицај на процес преношења топлоте. Насупрот томе, у процесу очвршћавања ФПМ(у овом случају парафина) време очвршћавања је скраћено за 40%.

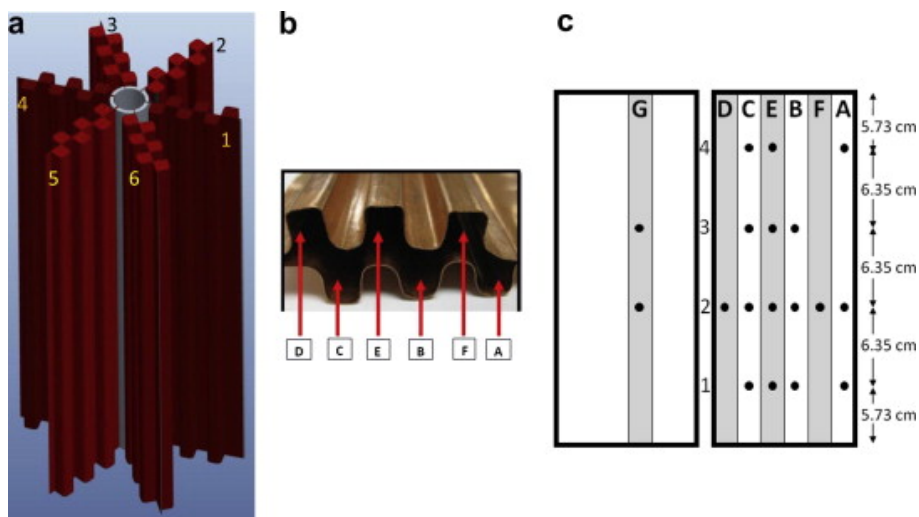
У раду [87] је испитиван утицај кружних попречних и правих подужних ребара на побољшање преношења топлоте у хоризонтално постављеном цилиндричном акумулатору топлоте. Као радни медијум коришћен је еритритол чија температура топљења износи 117,7 °С. На основу температурног одзива закључено је да подужна ребра у односу на попречна ребра, при процесу довођења топлоте, у већој мери утичу на побољшање преношења топлоте. Као карактеристични временски период означен је период од 8 сати довођења топлоте што одговара просечној доступности директног сунчевог зрачења у Европи.

У раду [88] је испитиван утицај оребравања хоризонталне цеви са радијалним кружним ребрима са стране ФПМ (слика 20). Осим експерименталног истраживања, у раду је развијен дводимензионални нумерички модел за процену утицаја димензије ребара и радних параметара (растојање између ребара, пречник ребара, Рејнолдсов број, Стефанов број и улазна температура пријемника, тј. предајника топлоте). Закључак је био да ускладиштена количина топлоте расте са повећањем радијуса ребра (у овом случају су испитана два пречника ребара), а опада са смањењем растојања између ребара. Такође, закључено је да количина ускладиштене количине топлоте расте са порастом Рејнолдсовог броја НТФ-а до вредности од 5000, али да даље повећање Ре броја изнад ове вредности не доводи до значајне промене у ускладиштеној количини топлоте.



Слика 20. Хоризонтално постављена цев са попречним кружним ребрима [88]

У раду [89] је анализирано побољшање преношења топлоте унутар ФПМ (октадекан) путем профилисаних бакарних лимова (слика 21). Истраживања су показала да се на овај начин време пуњења и пражњења акумулатора топлоте скратило скоро 9 пута. Такође, закључено је да струјне величине не утичу битно на смањење времена пуњења и пражњења акумулатора топлоте, али да могу значајно утицати на побољшање ефикасности самог система акумулатора топлоте.



Слика 21. Побољшање преношења топлоте профилисаним бакарним лимовима [89]

У раду [90], разматран је АТПТ радним медијумом у чврстој фази. Приказан је поступак одређивања оптималног броја цеви уметнутих у складишни медијум, као и утицај броја цеви на смањење времена пуњења акумулатора топлоте. Оптимизација је урађена на основу скраћења времена пуњења акумулације. Такође, у истом раду дат је утицај оребравања на време пуњења акумулатора топлоте и утврђено је да се оребравањем са 4, односно 6 бакарних ребара, време пуњења акумулатора топлоте може смањити за приближно 36%, односно 41%. Смањење складишног капацитета било је 2,8% за 4 ребра и 3,6% у случају 6 ребара. Закључак је да је смањење складишног капацитета занемарљиво у односу корист добијену смањењем времена топлотног „пуњења“ акумулатора топлоте.

У раду [91] анализирано је уметање спољашњег и унутрашњег оребрења, као и утицај промене масеног протока флуида и температуре на улазу на време топљења материјала смештеног у концентричном хоризонталном контејнеру. Закључено је да брзина очвршћавања расте са порастом масеног протока флуида на улазу. Ово је закључено на основу посматрања температуре у истом временском периоду од 35 min.

У раду [53] експериментално и нумерички је испитиван утицај броја, дужине, дебљине и угла ребара, као и степена прегревања на време потребно за очвршћавање парафина у вертикалном цилиндру са константном температуром зида. Закључено је да број ребара, међусобни угао и дужина ребара значајно утиче на смањење времена очвршћавања парафина. Такође, закључено је да дебљина ребра има мали утицај на смањење времена очвршћавања.

У раду [92] посматрано је побољшање преношења топлоте кроз ФПМ (стереинска киселина) додавањем 3 подужна ребра. Посматран је утицај масеног протока и температуре НТФ-а на време промене фазе и

закључено је да промена температуре на улазу у размењивач топлоте има већи утицај на време промене фазе него што има утицај промена масеног протока НТФ-а. Остварено побољшање преношења топлоте огледа се у смањењу времена очвршћавања радног медијума за 43,6%.

У раду [93] је приказана анализа утицаја уметнутог модула са ФПМ у акумулатор топлоте испуњен водом. Овим поступком постигнуто је повећање густине складиштења енергије у акумулатору топлоте у процентуалном износу од 20 до 45%. Такође, постигнуто је значајно смањење губитака топлоте из акумулатора топлоте ка околини имајући у виду да се смањује и температура у горњим слојевима акумулатора топлоте.

2.8 Циљеви истраживања

На основа увида у доступну литературу може се констатовати следеће:

1. Постоји значајан број радова који се баве променом фазе и методама за унапређење преношења топлоте у акумулаторима топлоте.
2. Основни недостатак коришћених ФПМ огледа се у малој топлотној проводљивости материјала, која узрокује исувише дуго време топљења тј. пуњења акумулатора топлоте.
3. Методе побољшања преношења топлоте које укључују уметање материјала веће топлотне проводљивости у ФПМ или прављење специјалних металних кошуљица, доводе до смањења топлоте промене фазе и броја могућих циклуса топљење-очвршћавање.
4. Досадашња истраживања везана за повећање површи за размену топлоте са стране ФПМ, односе се на параметре геометрије акумулатора топлоте попут висине и дужине ребара, тј. њиховог појединачног утицаја, док је утицај површине ребрења на скраћивање времена топљења ФПМ посматран преко броја ребара.
5. Аналитичке методе решавања проблема топљења и очвршћавања укључују знатна поједностављења и односе се углавном на једнодимензионалне, односно дводимензионалне проблеме и углавном не укључују преношење топлоте конвекцијом у течной фази.
6. Нумеричко моделирање у највећем броју случајева је спроведено за дводимензионалне проблеме.
7. Праћење побољшања преношења топлоте кроз ФПМ спроводи се праћењем брзине пораста/пада температуре у ФПМ, односно релативним скраћивањем времена промене фазе.

У складу са наведеним закључцима основни циљеви истраживања су:

1. Израда тродимензионалног модела акумулатора топлоте са оребреним размењивачем топлоте и спровођење сета нумеричких симулација.
2. Експериментално одређивање параметара нумеричког модела.
3. Увођење фактора оребрења као геометријског критеријума на основу кога ће се, за разлику од других аутора, посматрати свеукупни утицај геометрије оребрења на побољшање преношења топлоте у акумулатору топлоте.
4. Анализа утицаја параметара модела на преношење топлоте у акумулатору топлоте.
5. Израда експерименталне инсталације акумулатора топлоте на којој ће бити могуће добити сопствене експерименталне резултате и верификовати резултате добијене нумеричким моделирањем.
6. Анализа добијених резултата.
7. Закључак и предлог даљих истраживања.

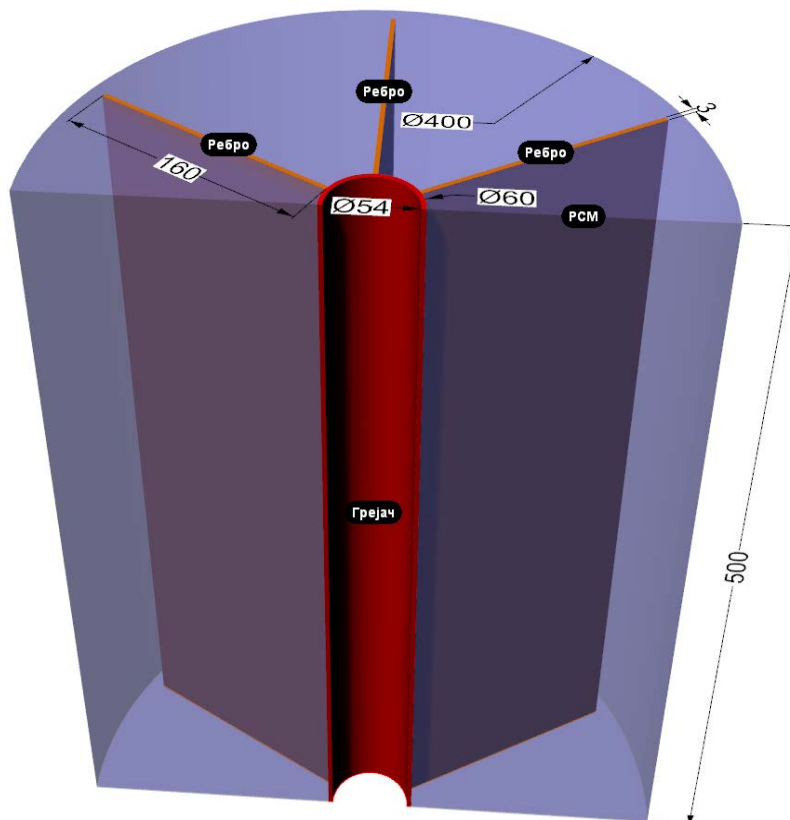
2.9 Избор ФПМ

Прегледом литературе утврђено је да органски у поређењу са неорганским ФПМ имају низ погодности. У највећем делу литературе као радни медијум акумулатора топлоте са ФПМ као испуном јавља се широк спектар парафинских једињења. Како би се радни материјал испитивао и на температурама које су значајно више од температуре промене фазе и како би иста испуна била коришћена за већи број циклуса топљење-очвршћавање, као радни медијум је изабран парафин комерцијалног назива Е53 чије су термофизичке карактеристике одређене сопственим мерењима и дате у делу који се односи на експериментална истраживања.

3 ПОСТАВКА ФИЗИЧКОГ МОДЕЛА

У циљу спровођења активности везаних за претходно дефинисане циљеве истраживања приказане у Поглављу 2.8, осмишљен је физички модел акумулатора топлоте уз одговарајуће претпоставке. Усвојене претпоставке су примењене у циљу поједностављења физичког процеса топљења како би се омогућила примена математичких и нумеричких алата за описивање процеса. У том смислу претпостављено је да се домен физичког модела састоји од три поддомена, како је то приказано на слици 22, и то:

1. домен ФПМ (парафин),
2. домен грејача(чаура грејача),
3. домен ребара.



Слика 22. Геометријски модел акумулатора топлоте са 6 подужних ребара (уздужни пресек)

Анализирајући слику 22 може се уочити да се поддомен ФПМ налази у вертикално постављеној цилиндричној посуди висине 500 mm и пречника 400 mm. Предвиђено је да се ФПМ налази у међупростору између зида цилиндра и чауре грејача димензија $\phi 60 / \phi 54$ mm и правих подужних ребара димензија $500 \times 160 \times 3$ mm. Усвојена је претпоставка да су у почетном тренутку температуре ФПМ-а, чауре грејача и ребара биле једнаке и износиле су 293 K. Гранична површ преко које се спроводи процес довођења топлоте налази се на унутрашњем пречнику чауре $\phi 54$ mm. Услед довођења топлоте долази до пораста температуре ФПМ, а по достизању температуре промене фазе започиње процес топљења ФПМ. Како би се добила зависност између фактора оребрења и времена потребног за промену фазе ФПМ предвиђене су три варијанте (склопа) чауре и ребара и то:

1. Варијанта I–неоребрена чаура електричног грејача.
2. Варијанта II–чаура електричног грејача оребрена са 6 подужних ребара.
3. Варијанта III–чаура електричног грејача оребрена са 12 подужних ребара.

На слици 22 приказан је уздужни пресек физичког модела са 6 подужних ребара (варијанта II). Подужна ребра (варијанте II и III) су димензија $L \times H_r \times \delta = 500 \times 160 \times 3$ mm, где је L –дужина ребра, H_r –висина ребра, а δ је дебљина ребра. Праћење оствареног побољшања преношења топлоте је спроведено преко скраћивања времена топљења ФПМ, а у зависности од фактора оребрења γ који представља однос површине површи која је у контакту са ФПМ у случају оребрења, тј. површи преко које се топлота предаје ФПМ (варијанта II и III), и површине површи без оребрења (варијанта I).

На основу слике 22 фактор оребрења се може представити следећим изразом:

$$\gamma = \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_2' + A_2''}{A_1} \quad (78)$$

Индекс 1 у једначини (78) се односи на спољашњу површ чауре грејача (укупна површина чауре грејача на пречнику $\phi 60$ mm), док се индекс 2 односи на укупну површ склопа чауре и ребара која је у контакту са ФПМ (ова површ се састоји од површи неоребреног дела чауре грејача (индекс ') и површи ребара (индекс '')).

Због мале дебљине ребара и чауре електричног грејача, израз за коефицијент оребрења може се написати у облику:

$$\gamma = \frac{n(2L \cdot H_r + L \cdot \delta + 2H_r \cdot \delta) + d\pi L - n\delta L}{d\pi L} \approx 1 + \frac{2nH_r}{d\pi} \quad (79)$$

Сходно томе, за случај неоребрене чауре грејача, фактор оребрења износи $\gamma = 1$. У случају када је чаура оребрена са 6 подужних ребара димензија $L \times H_r \times \delta = 500 \times 160 \times 3$ mm фактор оребрења износи $\gamma = 11,3$, док за случај 12 подужних ребара фактор оребрења износи $\gamma = 21,5$.

4 ПОСТАВКА МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА

С обзиром на постављене циљеве истраживања и претходно дефинисане физичке моделе акумулатора топлоте, неопходно је дефинисати математички модел за решавање проблема промене фазе и увести одговарајуће претпоставке при решавању једначина математичког модела. Осим тога, имајући у виду да се једначине модела решавају нумеричким поступком потребно је дефинисати и метод решавања једначина модела. У складу са тим у наставку је дат кратак осврт на основне законе одржања из којих следе основне једначине математичког модела, као и допунска једначина којом се успоставља веза између енталпије и порозности (псеудо порозности) двофазне смеше.

4.1 Основне једначине

Сви термомеханички процеси који се одвијају у акумулатору топлоте морају задовољити три основна закона одржања:

- 1) Закон о одржању масе.
- 2) Закон о одржању количине кретања.
- 3) Закон о одржању енергије.

Општа диференцијална једначина закона одржања се може написати у следећем облику:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho\bar{u}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma\nabla\phi) + S \quad (80)$$

Једначина (80) је тзв. транспортна једначина величине ϕ која представља независно променљиву, S је изворни члан, а Γ је дифузивност, тј. коефицијент дифузије. Процес дифузије је заступљен као последица градијента независно променљиве ϕ ($grad\phi = \nabla\phi$). Члан $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$ у једначини (80) представља брзину промене величине ϕ у контролној

запремини сведену на јединицу запремине (нестационарни члан), члан $\nabla \cdot (\rho \vec{u} \phi)$ представља прираштај величине ϕ у контролној запремини услед струјања флуида кроз контролне површи или тзв. конвективни члан. Члан $\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$ у једначини (80) представља брзину промене величине ϕ услед дифузије (последица промене величине ϕ у простору), па се овај члан назива дифузионим. Последњи члан на десној страни једначине представља изворни члан, тј. извор величине ϕ у контролној запремини у јединици времена. Из ове једначине се лако добијају једначине одржања у диференцијалном облику. Заменом ϕ величинама $1, u_r, u_\phi, u_z$ или h (или T) добија се 5 парцијалних диференцијалних једначина од којих једна једначина континуитета (закон о одржању масе), три једначине количине кретања (за сва три правца цилиндричног координатног система) и једна једначина закона одржања енергије.

4.1.1 Једначина континуитета

Једначина континуитета или закон о одржању масе се добија из општег облика закона одржања датог једначином (80) када се променљивој додели вредност јединице $\phi = 1$, па једначина континуитета има облик:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = S_m \quad (81)$$

где је ρ густина флуида, \vec{u} вектор брзине струјања флуида, а S_m изворни члан који представља прираштај масе у контролној запремини услед присуства извора, односно понора масе.

4.1.2 Једначина количине кретања

Једначина количине кретања или закон о одржању количине кретања се добија из општег облика закона одржања датог једначином (80) када се променљивој ϕ додели вредност $\phi = \vec{u}$, па једначина количине кретања у векторском запису има облик:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g} + S_M \quad (82)$$

где је p статички притисак, $\bar{\bar{\tau}}$ је тензор напона смицања (тензор другог реда), $\rho \vec{g}$ је гравитациона сила сведена на јединицу запремине, а S_M је изворни члан.

4.1.3 Једначина енергије

Једначина енергије, као и претходне две основне једначине, добија се из општег облика закона одржања датог једначином (80) и има облик:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} H) = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda}{c_p} \nabla h \right) + S_H + \Phi \quad (83)$$

где је H укупна енталпија, h осетна енталпија, S_H изворни члан, а Φ дисипација енергије услед вискозности флуида или функција дисипације енергије. Као допунска једначина математичког модела промене фазе у литератури се најчешће користи веза између енталпије и порозности (псеудо порозности), тј. једначина енталпија–порозност (*enthalpy-porosity equation*) [11],[42],[94],[95],[96].

4.1.4 Једначина енталпија-порозност

Укупна енталпија радног медијума у једначини (83) се одређује као збир осетне енталпије и дела латентне топлоте, тј.:

$$H = h + \Delta H \quad (84)$$

Осетна енталпија одређује се у односу на референтну температуру и има облик:

$$h = h_{ref} + \int_{T_{ref}}^T c_p dT \quad (85)$$

где је h_{ref} енталпија медијума на референтној температури T_{ref} , а $c_p = c_p(T)$ је специфични топлотни капацитет при константном притиску. Обично се усваја да је енталпија на референтној температури једнака нули, док се за референту температуру усваја температура околине, температура топљења или нека друга температура која је од значаја за процес. *Enthalpy-porosity* метода решавања промене фазе [97],[98] заснива се на претпоставци да је контролна запремина у којој се врши промена фазе псеудо-порозна средина чија је порозност једнака масеном уделу течне фазе. Латентни део топлоте промене фазе у изразу (84) одређује на основу следећег израза:

$$\Delta H = x_m r_m \quad (86)$$

где је r_m укупна топлота промене фазе једног килограма радног медијума (топлота промене фазе), док је x_m масени удео течне фазе у посматраној контролној запремини, који је једнак порозности двофазне смеше. Уколико је процес топљења у контролној запремини завршен, тј. ако је контролна запремина потпуно испуњена течном фазом, њена порозност је једнака јединици, док у случају када је контролна запремина испуњена само чврстом фазом, порозност контролне запремине је једнака нули.

Када су у контролној запремини присутне обе фазе (чврста и течна фаза, двофазна област) онда се порозност (масени удео течне фазе), за случај да процес промене фазе почиње при једној а завршава се при другој вредности температуре (бинарне смеше,...) одређује применом тзв. правила полуге (*lever rule*), тј. на следећи начин:

$$\begin{aligned} x_m &= 0, T < T_s \\ x_m &= \frac{T - T_s}{T_l - T_s}, T_s < T < T_l \\ x_m &= 1, T_l < T \end{aligned} \quad (87)$$

Где су T_l и T_s температура при којој почиње, тј. при којој се завршава процес промене фазе током процеса очвршћавања (ликвидус и солидус температура). Непозната температура у изразу за удео течне фазе се одређује на основу добијене вредности енталпије.

4.1.5 Основне претпоставке

Како би се приступило решавању система једначина који чине једначина континуитета, једначина количине кретања, једначина енергије и једначина којом је описана веза између енталпије и порозности, неопходно је навести све претпоставке и поједностављења која су уведена са циљем да се поједностави прорачун, али и омогући добијање решења задовољавајуће тачности.

Приликом решавања једначина модела усвојене су следеће претпоставке:

- модел је тродимензионалан и нестационаран,
- струјање течне фазе радног медијума (парафина) је ламинарно,
- понашање радног медијума у течној фази у складу са карактеристикама њутновског флуида,
- радни медијум је нестишљив.

Приликом решавања једначина модела уведена су следећа поједностављења:

- занемарено је повећање енталпије радног медијума које настаје као последица вискозне дисипације енергије, имајући и виду да радни медијум поседује малу вредност динамичке вискозности, као и да се струјање течне фазе радног медијума одвија при малим брзинама струјања,
- занемарени су контактни отпори на месту споја ребра и грејача, тј. сматрано је да је спој између ребрења и централног грејача идеалан,
- као последица нижих вредности температуре грејача занемарена је размена топлоте зрачењем, тј. допринос зрачења укупно размењеној количини топлоте је занемарљив,
- природна конвекција у течној фази моделирана је применом Бусинескове апроксимације, имајући у виду да се ради о малим променама густине флуида,
- због малих димензија ребара занемарена је промена запремине парафина узрокована уградњом ребара (релативно смањење запремине парафина за случај са 6 ребара у односу на грејач без ребара је мање од 1,5%),
- занемарена је размена топлоте кроз зидове цилиндра у коме се налази ФПМ.
- у односу на реалну ситуацију у којој постоји присуство ваздуха изнад домена (ваздух који испуњава простор за несметано ширење ФПМ током процеса топљења), у процесу моделирања занемарено је присуство ваздуха (узет је у обзир једино преко граничног услова за дефинисање поља брзина).

На основу уведених претпоставки и поједностављења, узимајући у обзир да се ради о цилиндричној геометрији, у наставку следе основне билансне једначине за дефинисани физички модел акумулатора топлоте.

4.2 Једначине математичког модела за домен чауре и ребара

Домен чауре и ребара представља област чврстог материјала, па је неопходно дефинисати само диференцијалну једначину провођења топлоте која у цилиндричном координатном систему има облик:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad [88]$$

Решавање једначина модела врши се симултано у свим доменима (домен чауре, домен ребара и домен ФПМ) при чему се на граничној површи између домена примењује тзв. спрегнути гранични услов (*coupled boundary condition*).

4.3 Једначине математичког модела за домен ФПМ

За домен ФПМ-а у цилиндричном координатном систему дефинишу се једначина континуитета, једначина количине кретања, једначина енергије и једначина-енталпија порозност.

Једначина континуитета:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0 \quad (89)$$

Једначина количине кретања:

$$\rho \left[\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial r} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{\tau_{\varphi\varphi}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right] + S_r \quad (90)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r u_\varphi}{r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right] = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} - \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \tau_{r\varphi})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} \right] + S_\varphi \quad (91)$$

$$\rho \left[\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] + \frac{\rho g \beta_V (h - h_{ref})}{c_p} + S_z \quad (92)$$

У једначинама (90-92) вискозни нормални и смицајни напони имају облик:

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= -\mu \left[2 \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \right], \quad \tau_{\varphi\varphi} = -\mu \left[2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \right], \\ \tau_{zz} &= -\mu \left[2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \right], \quad \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\varphi}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right] \\ \tau_{z\varphi} = \tau_{\varphi z} &= -\mu \left[\frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right], \quad \tau_{zr} = \tau_{rz} = -\mu \left[\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (93)$$

У једначини (93), тј. за случај цилиндричног координатног система дивергенција брзине има облик:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (94)$$

Једначина енергије:

$$\frac{\partial (\rho H)}{\partial t} + u_r \frac{\partial (\rho H)}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial (\rho H)}{\partial \varphi} + u_z \frac{\partial (\rho H)}{\partial z} = \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (95)$$

У једначинама (90), (91) и (92), којима је описан закон о одржању количине кретања за три правца цилиндричног координатног система (r, φ, z) , изворни чланови S_r, S_φ и S_z су уведени како би се узео у обзир пад притиска кроз псеудо порозну средину. Имајући у виду да се ради о једначини количине кретања, неопходно је успоставити везу између пада притиска и брзине струјања. Ова веза се у литератури [99][100][101] дефинише у следећем облику:

$$\vec{u} = -\frac{K}{\mu} \nabla p \quad (96)$$

Наведени израз представља *Darcy*-ев закон, у коме величина K представља пермеабилност. На основу *Darcy*-ог закона може се закључити да је пермеабилност мера отпора струјања флуида кроз порозни слој. Уколико порозност материјала опада (очвршћавање) тада долази и до смањења пермеабилности, односно до смањења брзине струјања флуида у порозној области која у крајњем стању постаје једнака нули (чврсто стање). Директна веза између порозности и градијента притиска дата је *Carman-Kozeny*-евом једначином [99][102]:

$$\nabla p = -A_{mush} \frac{(1-x_m)^2}{x_m^3 + \varepsilon} \vec{u} \quad (97)$$

Константа порозне области A_{mush} (*mushy zone constant*) креће се у опсегу од 10^4 до 10^7 , и везана је за брзину промене брзине струјања током промене фазе. Веће вредности константе порозне области показују да се, рецимо у току процеса очвршћавања, брзина струјања флуида нагло мења (смањује), док мање вредности ове константе значе спорији пад брзине струјања. Дакле, изворни чланови у једначини количине кретања имају облик:

$$S_r = -A_{mush} \frac{(1-x_m)^2}{x_m^3 + \varepsilon} u_r \quad (98)$$

$$S_\varphi = -A_{mush} \frac{(1-x_m)^2}{x_m^3 + \varepsilon} u_\varphi \quad (99)$$

$$S_z = -A_{mush} \frac{(1-x_m)^2}{x_m^3 + \varepsilon} u_z \quad (100)$$

Једначина енталпија-порозност:

$$H = h + x_m r_m \quad [101]$$

где се масени удео течне фазе x_m одређује на основу једначине (87).

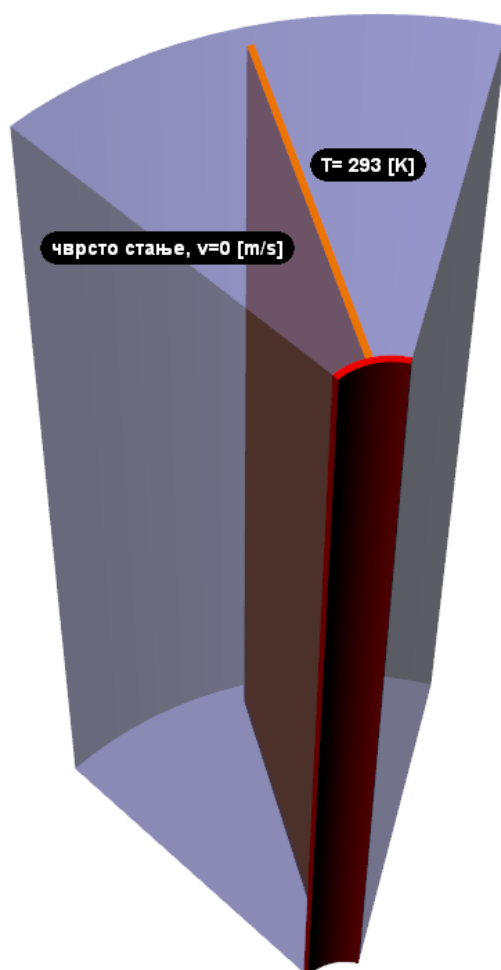
4.4 Домен интеграције, почетни и гранични услови

За решавање једначина модела описаних у Поглављу 4.3., имајући у виду да се ради о нестационарном проблему, осим граничних неопходно је познавати и почетне услове. Такође, због осносиметричности проблема за домен интеграције посматран је само исечак цилиндра чиме су уведени тзв. циклични (периодични) гранични услови. У случају нумеричких симулација за прву и другу варијанту узет је исечак дефинисан 1/6 цилиндра, док је за трећу варијанту физичког модела узета 1/12 цилиндра.

4.4.1 Почетни услови

Почетни услови укључују познавање вредности температуре T , брзине струјања \vec{u} (за сва три правца цилиндричног координатног система) и вредности притиска p . За све случајеве нумеричког моделирања претпостављени су почетни услови приказани на слици 23. У почетном тренутку ($t=0$ s) температура у свим деловима система

износила је $T_i = 293 \text{ K}$, па је одабрани ФПМ (парафин) био у чврстом стању
У складу с тим је и брзина струјања је у свим деловима система била
једнака нули.

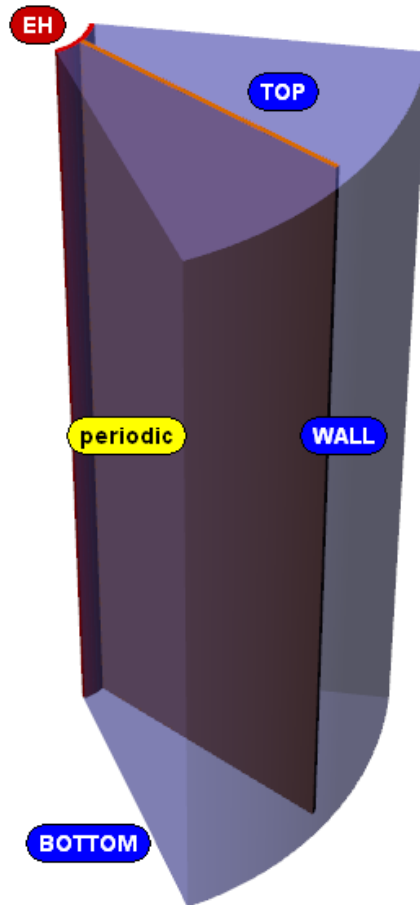


Слика 23. Почетни услови

4.4.2 Гранични услови

Гранични услови представљају вредности одговарајућих величина на граничним површима модела. Ове вредности дефинишу вредности одговарајућих константи које се добијају решавањем диференцијалних једначина модела или представљају границе интеграције уколико се

решавају интегрални облици једначина модела. За посматране случајеве нумеричког моделирања узети су исти гранични услови дефинисани за граничне површи приказане на слици 24.



Слика 24. Граничне површи физичког модела

Ради једноставности и лакше оријентације, одговарајуће граничне површи означене су називима на енглеском језику. Гранични услови који се јављају на приказаним површинама се могу груписати у две групе:

1. Гранични услови за дефинисање поља брзина.
2. Гранични услови за дефинисање температурског поља.

4.4.3 Гранични услови за дефинисање поља брзина

Претпостављено је да је брзина струјања течне фазе ФПМ на зидовима чврстих површи једнака нули, тј. да флуид, због вискозности, у контакту са чврстом површи приања, тј. да нема проклизавања (*no-slip boundary conditions*).

$$\vec{u} = 0 \quad (102)$$

Уколико се ради о површи која представља контакт гаса (нпр. ваздуха) и течности онда мора бити испуњен услов да су смицајни напони са обе стране међусобно једнаки:

$$\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial z} = \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial z} \quad (103)$$

Једначина (103) дефинисана је за случај да је струјање дводимензионално и да је оса z управна на посматрану површ. Обзиром да је динамичка вискозност гасова много мања од динамичке вискозности течности претходна једначина се може написати у облику:

$$\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial z} \approx 0 \quad (104)$$

Дакле, у случају контакта течности и гаса овај се гранични услов може изразити преко услова да је смицајни напон једнак нули.

4.4.4 Гранични услови за дефинисање температурног поља

За дефинисање тј. одређивање температурног поља на унутрашњој површи чауре претпостављен је гранични услов друге врсте (у литератури познат као Нојманов⁷ гранични услов).

Ако постоје површи кроз које је топлотни флуks једнак нули, гранични услов има облик:

$$\dot{q}_A = \dot{q}_A(r, \varphi, z, t) = 0 \quad (105)$$

С друге стране, уколико топлотни флуks кроз одговарајућу површ није једнак нули онда се може у општем облику представити као:

$$\dot{q}_A = \dot{q}_A(r, \varphi, z, t) \quad (106)$$

Гранични услов којим је описан закон промене топлотног флуksа на површи чауре грејача (површ чауре на пречнику $\phi 54 \text{ mm}$) у зависности од висине грејача одређен је експерименталним путем (поглавље везано за експериментална истраживања). Помоћу трофазног варијака одржавана је стална, номинална снага електричног грејача у износу од 2400 W . Поред тога, мерењем је одређена промена температуре чауре грејача по висини (термопарови А1, А2, А3 и А4). На основу измерених температура на чаури електричног грејача, при успостављеном квазистационарном стању на површи грејача датих на слици 25, апроксимацијом је добијена крива зависности температуре површи чауре грејача од њене висине. Апроксимацијом експериментално добијене зависности помоћу Стирлингове експоненцијалне функције добијена је математичка зависност температуре од висине чауре грејача описана следећим изразом:

⁷ Carl Gottfried Neumann (1832 –1925)–Немачки физичар и математичар

$$T = a_T + \frac{b_T (\exp(k_T z) - 1)}{k_T} \text{ [K]} \quad (107)$$

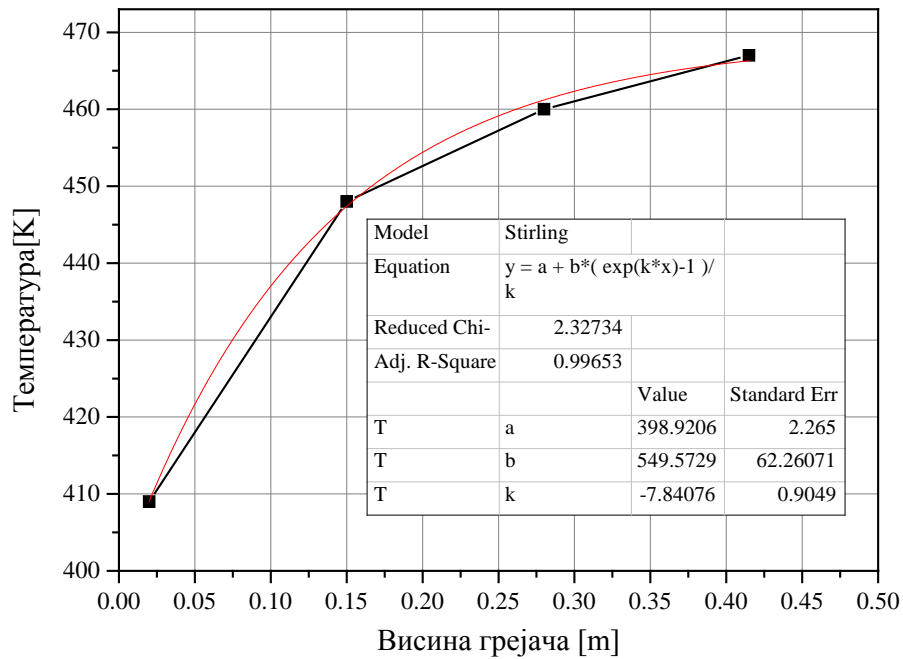
где су a_T , b_T и k_T коефицијенти који су дати табеларно у оквиру слике 25. Због специфичне геометрије склопа електричног грејача и чауре, тј. имајући у виду чињеницу да електрични грејач није исте дужине као и чаура, тј. да се предати топлотни флуks са електричног грејача на чауру не може сматрати константним (што би у случају истих дужина електричног грејача и чауре био случај), дакле због специфичне конструкције наведеног склопа претпостављено је да се топлотни флуks мења по истој зависности као и температура чауре. На основу добијене зависности температуре чауре грејача од висине, гранични услов за топлотни флуks има облик:

$$\dot{q}(z) = A_q + \frac{B_q (\exp(C_q z) - 1)}{C_q} \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (108)$$

Коефицијенти A_q , B_q и C_q у овом случају су одређени на основу познатог укупног топлотног флуksа, тј. његове средње вредности и претходно одређених константи a_T , b_T и k_T , одређених апроксимацијом зависности температуре чауре грејача од њене висине.

Пошто је укупна (измерена) и стална снага грејача износила 2400 W, средњи топлотни проток сведен на јединицу површине унутрашње површи чауре грејача износио је:

$$\dot{q} = \frac{P}{d_u \pi L} = \frac{2400}{0,054 \cdot 3,14 \cdot 0,5} \approx 28309 \text{ [W/m}^2\text{]} \quad (109)$$



Слика 25. Експериментално добијена функција температуре површи чауре грејача у зависности од висине

На основу претходно описаног поступка добијена је функционална зависност топлотног флукса од висине чауре грејача у облику:

$$\dot{q} = 21000 - 64000 \cdot (\exp(-5.322 \cdot z) - 1) / 5.322 \left[\text{W/m}^2 \right] \quad (110)$$

Једначином (110) дефинисан је гранични услов друге врсте којим је описан карактер промене топлотног флукса на граничној површи ЕН (слика 24). Примена овог граничног услова укључила је увођење сензора температуре који је руководио процесом довођења топлоте. Наиме, довођење топлоте (задати топлотни флукс) је вршено у случају када је температура на позицији сензора (локација сензора је идентична положају термопара A_1 у експерименталном истраживању) била нижа од задате вредности температуре. Уколико би вредност температуре на позицији сензора превазишла претходно задату вредност температуре, гранични услов дефинисан задатом зависношћу топлотног флукса од висине чауре грејача би се сводио на адијабатску граничну површ. Како би се процес довођења

топлоте што више приближио процесу који се дешава у реалним условима дефинисање сензора грејача је укључило и задавање одговарајуће диференце ($\pm 4^{\circ}\text{C}$) при којој се процес довођења топлоте прекидао/започињао. На овај начин је избегнуто често мењање граничног услова, тј. спроведено је приближно симулирање реалног процеса довођења топлоте. Такође, примена граничног услова на чаури грејача преко познатог (посредно измереног) топлотног флукса (који је све време довођења топлоте био сталан), не само да је укључила примену граничног услова променљивог по површини чауре грејача, него и примену нестационарног граничног услова који је остварен путем сензора температуре. Дакле, на овај начин је примењен временски и просторно променљив гранични услов довођења топлоте на граничну површ чауре електричног грејача.

Уколико се укупни домен може поделити на одговарајући број сегмената (поддомена), који се понављају са одређеним просторним кораком, онда се може посматрати само један сегмент, док се граничне површи које ограничавају издвојени сегмент описују преко тзв. периодичног (цикличног) граничног услова (*periodic boundary condition*). Овај гранични услов подразумева да су:

1. геометрија и струјно поље идентични у свим сегментима,
2. промене свих променљивих величина у правцу нормале на периодичну површ једнаке нули. (промена притиска, температуре,...).

5 НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ЈЕДНАЧИНА МОДЕЛА

Примена аналитичких метода за решавање једначина математичког модела је могућа за најједноставније проблеме, при чему се често укључују знатна упрошћења, па добијена решења исувише одступају од реалности. За разлику од аналитичких решења, како тачних тако и приближних, која важе само у специјалним случајевима, нумеричке методе су примењиве готово у свим случајевима. Методе и алгоритми за решавање ових једначина су у доброј мери развијени и имплементирани у комерцијалне компјутерске софтвере. Софтвери се базирају на нумеричким методама које се заснивају на претварању диференцијалних или интегралних једначина модела у систем алгебарских једначина. Овај процес претварања диференцијалних, односно интегралних једначина у систем алгебарских једначина се назива дискретизацијом, а добијене једначине се називају дискретизоване или дискретне једначине. Постоји неколико метода за дискретизацију једначина. Најчешће примењене методе за дискретизацију једначина су метод коначних разлика (*FDM-finite difference method*), метод коначних елемената (*FEM-finite element method*) и метод коначних запремина (*FVM-finite volume method*). Метод коначних елемената (FEM) се углавном примењује у механици чврстог тела, па се као такав неће разматрати.

Метод коначних разлика FDM се заснива на дискретизацији диференцијалних једначина математичког модела применом Тејлоровог реда. Да би се добила што већа тачност применом ове методе потребно је да мрежа модела (тзв. *mesh*) буде што финија, па се значајно усложњава прорачун јер се захтева примена јаких хардверских алата. За разлику од овог метода, метод коначних запремина (FVM) је нашао широку примену у инжењерским прорачунима, па као такав чини основу великог броја комерцијалних софтвера.

5.1 Параметри нумеричког модела

У једначинама математичког модела поред непознатих променљивих величина појављују се параметри које је неопходно одредити како би се приступило нумеричком решавању једначина модела. Ови параметри су одређени експерименталним путем и приказани су у поглављу које се односи на експериментална истраживања.

5.2 Дефинисање режима струјања

Режим струјања у случају природне конвекције одређује се на основу вредности Грасхофовог броја. Грасхофов број представља однос узгонске силе, која је последица разлике у густини флуида, и вискозне силе. Узгонска сила убрзава флуид а вискозна сила тежи да га задржи у стању мировања. У зависности од односа ових сила зависи да ли је режим струјања ламинарни, прелазни или турбулентни. На основу датих вредности термофизичких карактеристика, средње температуре површи грејача и димензија геометрије модела могуће је одредити вредност Грасхофовог броја. На основу слике 25 средња температура површи грејача износи приближно 164 °C. Карактеристична дужина јесте висина грејача, тј. домена, а која износи 0,5 m. У случају промене фазе карактеристична температура јесте температура промене фазе. Пошто се промена фазе дешава у опсегу између 40 и 60 °C, као карактеристична температура узета је температура од 50 °C, па је карактеристична густина флуида 842 kg/m³, а вредност динамичке вискозности одређена линеарном екстраполацијом на основу табеле 8 за средњу температуру промене фазе износи 0,00925 Pa·s. Сходно наведеним вредностима Грасхофов број износи:

$$\text{Gr} = \frac{\beta g (\bar{T} - T_m) L_k^3}{\left(\frac{\eta}{\rho}\right)^2} = 2,953 \cdot 10^8 \quad (111)$$

Вејан и Lage [103] су показали да је за природну конвекцију на вертикалном зиду за вредности динамичке вискозности флуида у опсегу од 0,001 до 1000 Pa·s меродавна вредност Грасхофовог броја. Критична вредност Грасхофовог броја у овом случају износи 10^9 [103] па у складу с тим струјање течне фазе ФПМ је ламинарно.

5.3 Процедура нумеричког моделирања у *FLUENT*-у

Софтверски програм *Fluent* за дискретизацију једначина математичког модела користи метод коначних запремина. Више информација о овом методу могуће је пронаћи у мноштву специјализоване литературе, нпр. [104][105][106]. За потребе нумеричког моделирања потребно је израдити геометријски модел. Израда геометријског модела у овом случају подразумева генерисање тродимензионалног модела који може бити моделиран у неком од софтвера као што су *AutoCad*, *Inventor*, *SolidWorks*, *Catia*, *Rhinoceros*, *Ansys* и сл. Након израде геометријског модела следи подела генерисаног тродимензионалног геометријског модела на жељени број коначних запремина одређеног облика тј. генерисање мреже модела или тзв. „меширање“ (*meshing*) модела. Затим, следи дефинисање почетних и граничних услова и области дефинисаности, тј. поддомена, заједно са њиховим карактеристикама.

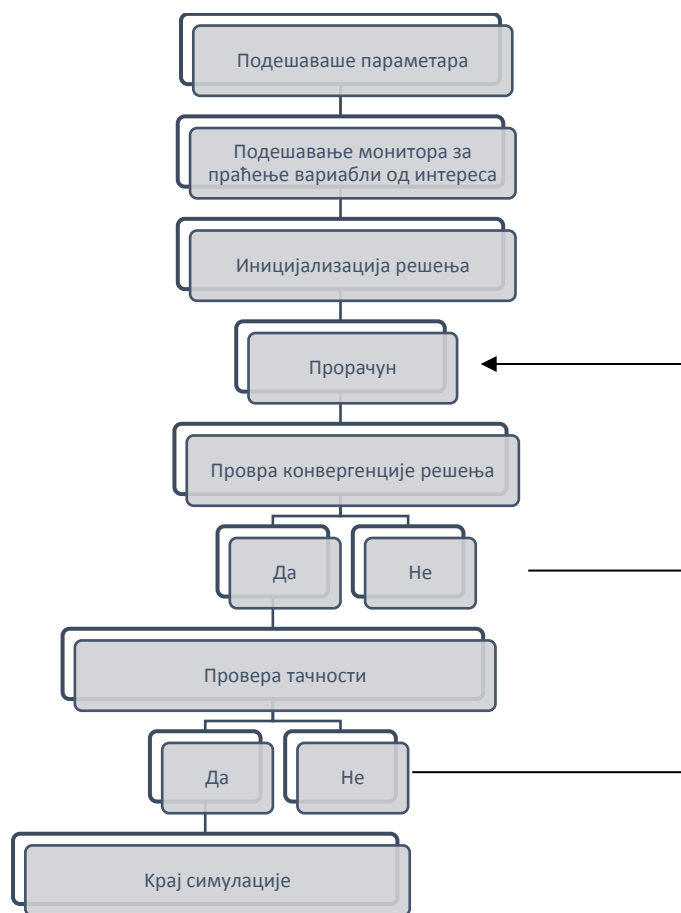
Процедура нумеричког моделирања у софтверском пакету *Fluent* се одвија по следећем редоследу:

1. Подешавање параметара за решавање једначина модела
 - а) Избор солвера.
 - б) Избор дискретизационих шема.
2. Иницијализација
3. Конвергенција

- a) избор критеријума конвергенције,
- b) подешавање критеријума конвергенције,
- c) подешавање мониторинга конвергенције.

4. Провера утицаја мреже на тачност решења

Процедура подешавања софтверског пакета *Fluent* дата је на следећој слици:

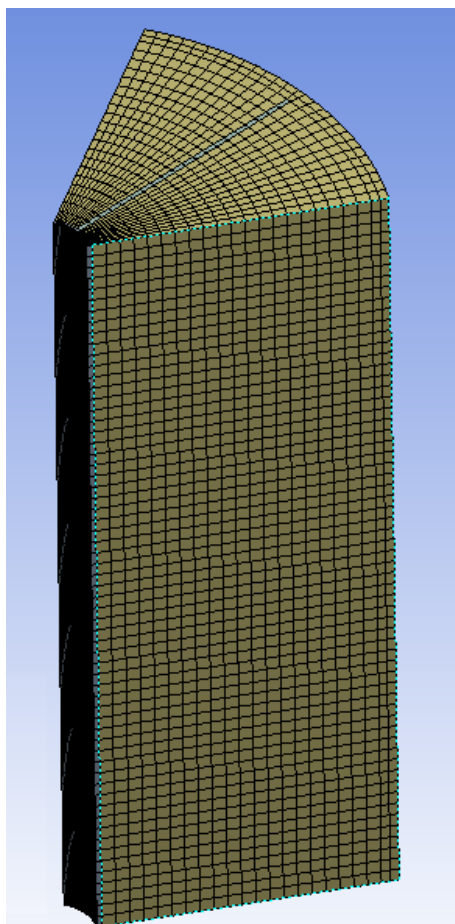


Слика 26. Процедура нумеричке симулације у *Fluent*-у[107]

5.4 Генерисање мреже

Како би се извршио поступак нумеричке симулације потребно је извршити поделу домена на коначан број контролних запремина погодног облика, тј. меширање модела. У овом случају генерисање мреже вршено је коришћењем *ICEM CFD* подпрограма софтверског пакета *Ansys*.

У свим случајевима коришћена је мрежа сачињена од коцки (хексаедара) правилног и неправилног облика. Пример генерисане мреже приказан је на слици 27.



Слика 27. Пример генерисане мреже

Пошто је посматрана само $1/6$ домена за случај (варијанта I и II), односно $1/12$ домена (варијанта III), број контролних запремина износио је приближно 40000 за све варијанте, што је обезбедило укупни број од приближно 240000 контролних запремина (варијанта I и II), односно 480000 контролних запремина (варијанта III).

5.5 Имплементација граничних услова

Подешавање граничних услова у програмски пакет *Fluent* у већини случајева се постиже избором одговарајућег граничног услова из понуђених типова граничних услова. Почетни и гранични услови за модел приказан на сликама 23 и 24 груписани су и приказани у табели 5.

Табела 5. Рекапитулација почетних и граничних услова

Домен	Почетни услови	Гранична површ	Гранични услов
Грејач	$T = 293 \text{ K}$	TOP (врх)	$\dot{q} = 0$
		ЕН	$\dot{q}_{ЕН}$
		БОТОМ (дно)	$\dot{q} = 0$
ФПМ	$T = 293 \text{ K}, \vec{v} = 0 \text{ m/s},$	TOP (врх)	$\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \approx 0, \dot{q} = 0$
		WALL (зид)	$\vec{u} = 0, \dot{q} = 0$
		БОТОМ (дно)	$\vec{u} = 0, \dot{q} = 0$
		PERIODIC	Периодичан гранични услов
Ребро	$T = 293 \text{ K}$	TOP (врх)	$\dot{q} = 0$
		БОТОМ (дно)	$\dot{q} = 0$

Гранични услов којим је дефинисано довођење топлоте кроз граничну површ чауре електричног грејача, с обзиром да се ради о просторно променљивом, односно нестандартном граничном услову, било је потребно имплементирати преко функције *USER DEFINED FUNCTIONS (UDF)*. Како би се овај гранични услов применио у софтверском пакету *Fluent*, извршено је програмирање наведеног граничног услова у програмском језику C. Писање овог подпрограма укључило је и програмирање контролног сензора (*switch off* сензора) којим је онемогућено прегревање домена. Дакле, уколико се температура на одређеном месту на грејачу (положај термопара А1 у експерименталном истраживању) повиси изнад граничне вредности, долази до гашења електричног грејача ($\dot{q}_{ЕН} = 0$), док је у осталим случајевима топлотни флуks кроз површ ЕН описан једначином (110).

5.6 Дискретизација и решавање једначина модела

Нумеричко решавање једначина математичког модела извршено је у комерцијалном *CFD* софтверском пакету *Fluent*. Овај софтвер за нумеричко решавање једначина математичког модела користи методу коначних запремина. Ова метода се заснива на подели домена на коначан број контролних запремина (поддомена), која се постиже генерисањем мреже. У центру контролних запремина налазе се чворови у којима је потребно одредити вредност непознате променљиве. Интеграљење диференцијалних једначина математичког модела (једначине континуитета, количине кретања и једначине енергије), за нестационаран случај, врши се по свакој коначној запремини и времену. На тај добија систем од 5 интегралних једначина и врши прелазак са диференцијалног на интегрални (коначни) облик једначина. Допунске две једначине представљају једначина за везу између енталпије, температуре и порозности, односно за везу између порозности и температуре (једначине 84 и 87). Апроксимацијом интегралних чланова и вредности променљивих величина у функцији од њихових вредности у чворовима, као и коришћењем почетних и граничних услова, односно изједначавањем протока кроз заједничке површи контролних запремина добија се систем дискретизованих алгебарских једначина из кога је могуће одредити вредност непознатих променљивих $(p, T, u_r, u_\phi, u_z, H, T, x_m)$ у свакој контролној запремини. Вредности променљивих величина, као и вредности извода на површима контролних запремина одређене су на основу вредности променљивих у чворовима коришћењем узводне шеме првог реда. За решавање спрегнутог система једначина за поље брзине и поље притиска коришћен је нестационарни *Semi-Implicit Pressure-Linked Equations (SIMPLE)* алгоритам [104]. Одређивање вредности притиска на површима контролне запремине извршено је коришћењем *PRESTO (Pressure Staggering Option)* дискретизационе шеме [104]. За вредност

константе порозне области A_{mush} је коришћена њена софтверски преддефинисана вредност од 10^5 а која се показала као поуздана у случају симулација промене фазе парафина [108][109]. Временски корак у поступку нумеричких симулација је одређен методом пробе конвергенције решења, а износио је 1 s. Укупно 200 итерација у сваком временском кораку одабрано је на начин да се у току сваког временског корака задовоље критеријуми конвергенције решења. Као критеријуми конвергенције решења изабране су вредности резидуала појединих једначина и то: 10^{-4} за једначину континуитета и једначину количине кретања, односно 10^{-6} за једначину енергије. Коришћени подрелаксациони фактори, као и вредности резидуала одређени су на основу препоручених вредности у литератури и приказани су у следећој табели:

Табела 6. Подрелаксациони фактори [110]

Променљива	Притисак	Запреминска сила	Количина кретања	Густина	Енергија	Удео течне фазе
Подрелакс. фактор	0,3	1	0,2	1	1	0,9

Нумеричко моделирање извршено је на персоналном рачунару са *Intel Core i-5* процесором, брзине 3.2 GHz и рам меморијом од 16 GB.

5.7 Параметри нумеричког модела

Нумеричке симулације вршене су за парафин E53, при чему су варирани материјали ребара као и вредности фактора оребрења. Вредности коришћених термофизичких карактеристика за одговарајуће поддомене дате су у табели 7.

Табела 7. Термофизичке карактеристике материјала модела

Величина	Јединица	Парафин	Бакар	Челик	Алуминијум
Густина	[kg/m ³]	842	8978	8030	2719
Специфични топлотни капацитет	[J/(kgK)]	3000	381	502,48	871
Топлотна проводљивост	[W/(mK)]	0,36 ч.ф.	387,6	16,27	202,4
		0,91 (пр.фазе)			
		0,18 т.фаза			
Динамичка вискозност	[Pa·s]	0,005	-	-	-
Температура (ликвидус)	[K]	313	-	-	-
Температура (солидус)	[K]	333	-	-	-
Топлота промене фазе	[J/kg]	155881 топљење	-	-	-

5.8 Опис нумеричких симулација

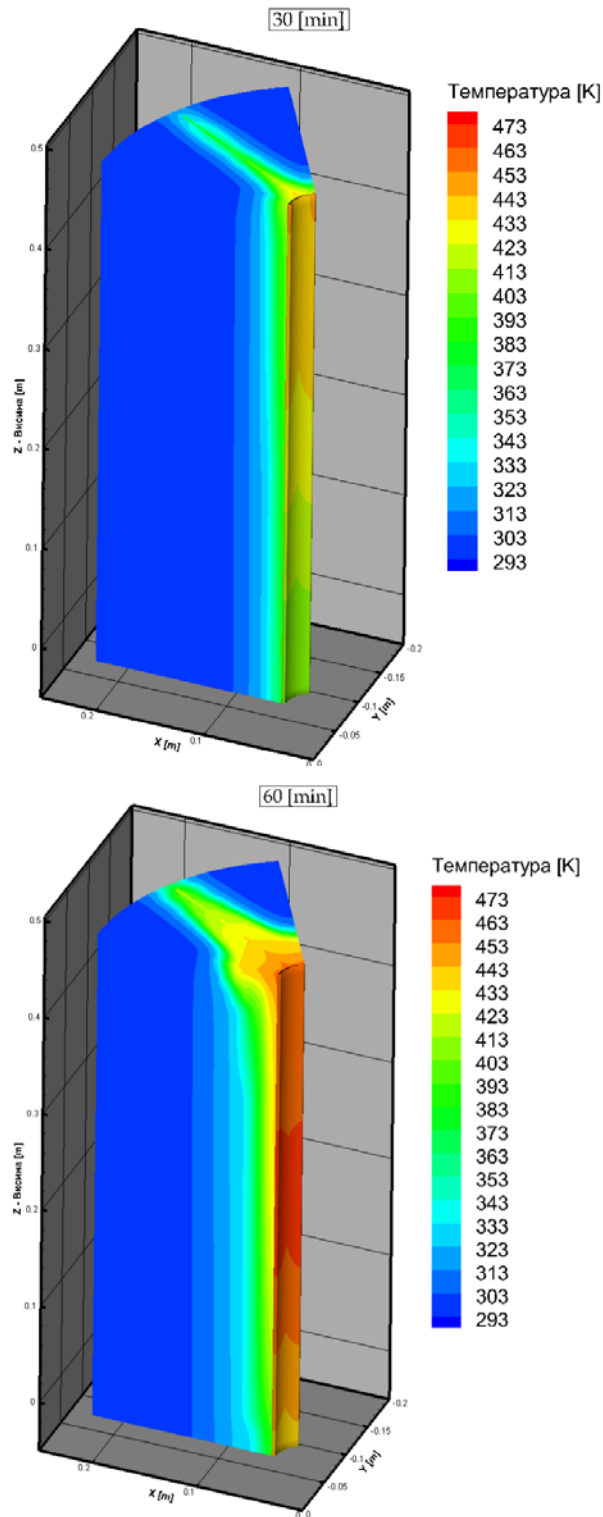
Моделирање у софтверском пакету *Fluent* урађено је у складу са процедуром датој у литератури [107][111] која се односи на топљење и очвршћавање. Нумеричке симулацију су спроведене за три различита физичка модела тј. варијанте:

1. Варијанта I – неоребрена чаура електричног грејача.
2. Варијанта II – чаура електричног грејача оребрена са 6 подужних бакарних ребара (фактор оребрења 11,3).
3. Варијанта III – чаура електричног грејача оребрена са 12 подужних бакарних ребара (фактор оребрења 21,5).

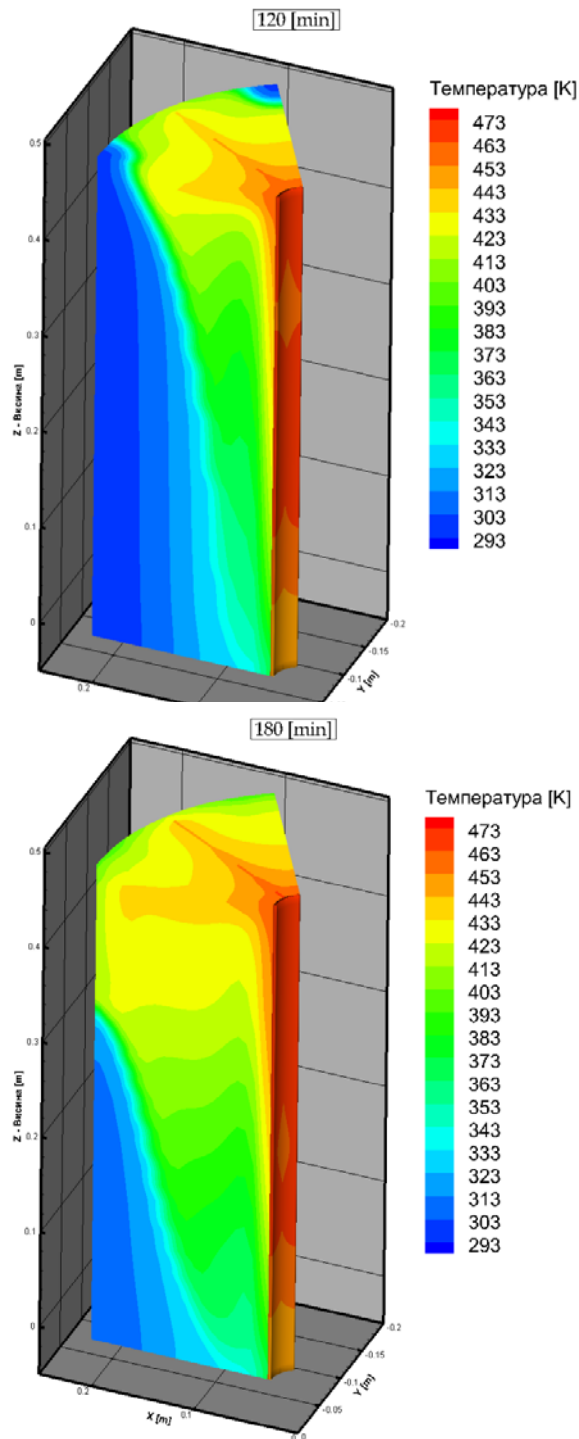
У свакој од варијаната посматран је само део домена који се периодично понавља на начин како је описано у делу који се односи на формирање мреже. У току времена праћена је температура на изабраним локацијама, као и промена запреминског удела у току времена. Током овог дела симулација материјал разматраног ребра је био бакар.

6 РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА

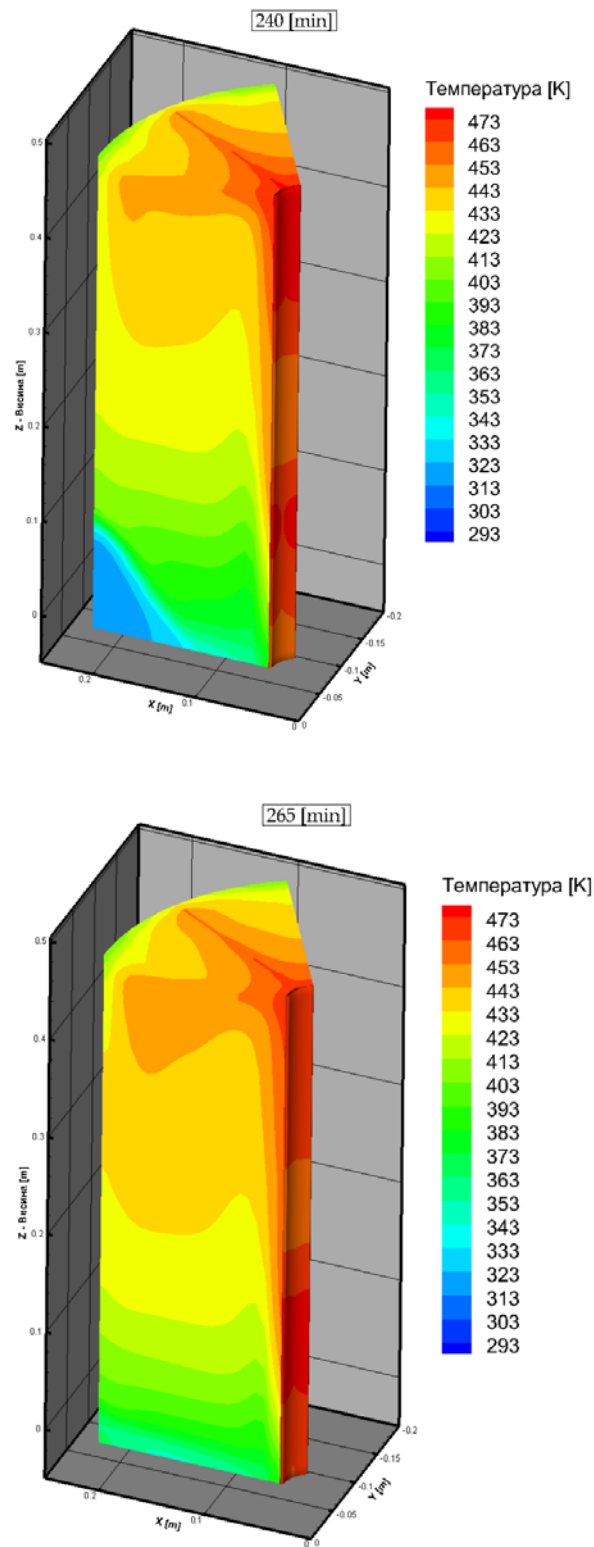
У овом поглављу је приказан део резултата добијен нумеричким симулацијама у софтверском пакету *Fluent*. На сликама 28, 29, и 30 приказано је температурно поље у акумулатору топлоте током процеса довођења топлоте помоћу електричног грејача, за случај оребрења са 6 подужних бакарних ребара претходно датих димензија. На основу добијених резултата може се закључити следеће. Са слике 28, на основу положаја изотермних површи може се закључити да је још увек доминантан начин преношења топлоте кондукцијом (температурно поље након 30 min), док се присуство конвекције може видети на доњој слици у оквиру слике 28 (температурно поље након 60 min) где се јасно уочава закривљење изотермних површи у горњем делу домена. На сликама на којима је приказано температурно поље, претходно познавајући вредност температуре промене фазе, може се видети и део, преосталог, неистошљеног ФПМ. На основу вредности температуре може се констатовати да се процес промене фазе (топљења) ФПМ у овом случају завршава након 265 min довођења топлоте, тј. након временског периода од 4,4 h. Такође, до истог закључка се може доћи праћењем промене запреминског удела течне фазе у ФПМ, а што је приказано на сликама 32, 33 и 34. На основу истих јасно се уочава положај границе фаза, као и тренутак у коме се процес топљења парафина завршава. На слици 31 приказана је промена температуре у акумулатору топлоте у равни пресека на висини $z=150\text{mm}$ током времена, тј. приказан је распоред температуре у временским тренуцима 0, 0.5, 1, 1.5, 2, и 2.5h. На основу слике се може закључити да постоји потпуна симетрија процеса топљења ФПМ у акумулатору топлоте.



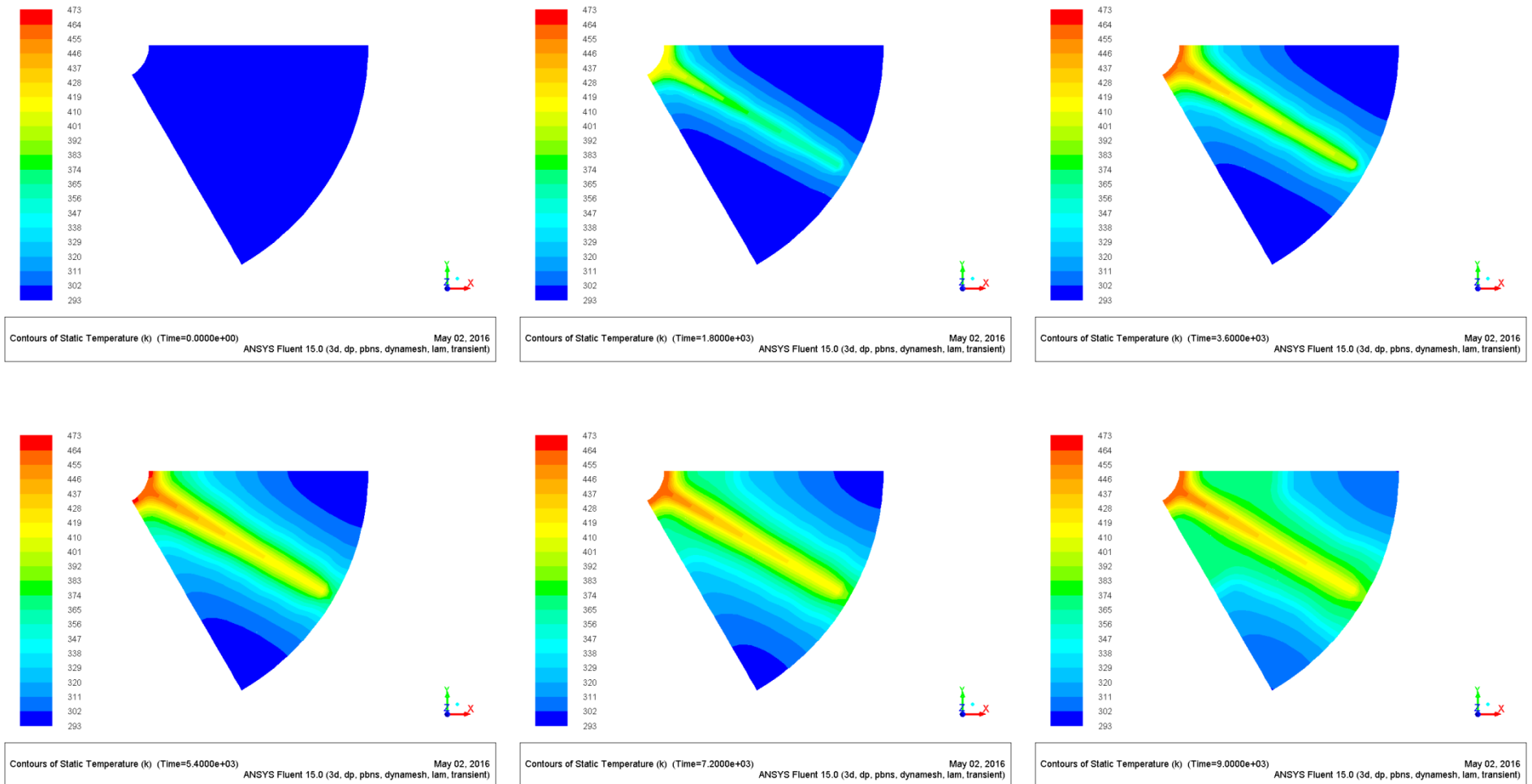
Слика 28. Температурно поље у акумулатору топлоте након 30 односно 60 min довођења топлоте (Варијанта II)

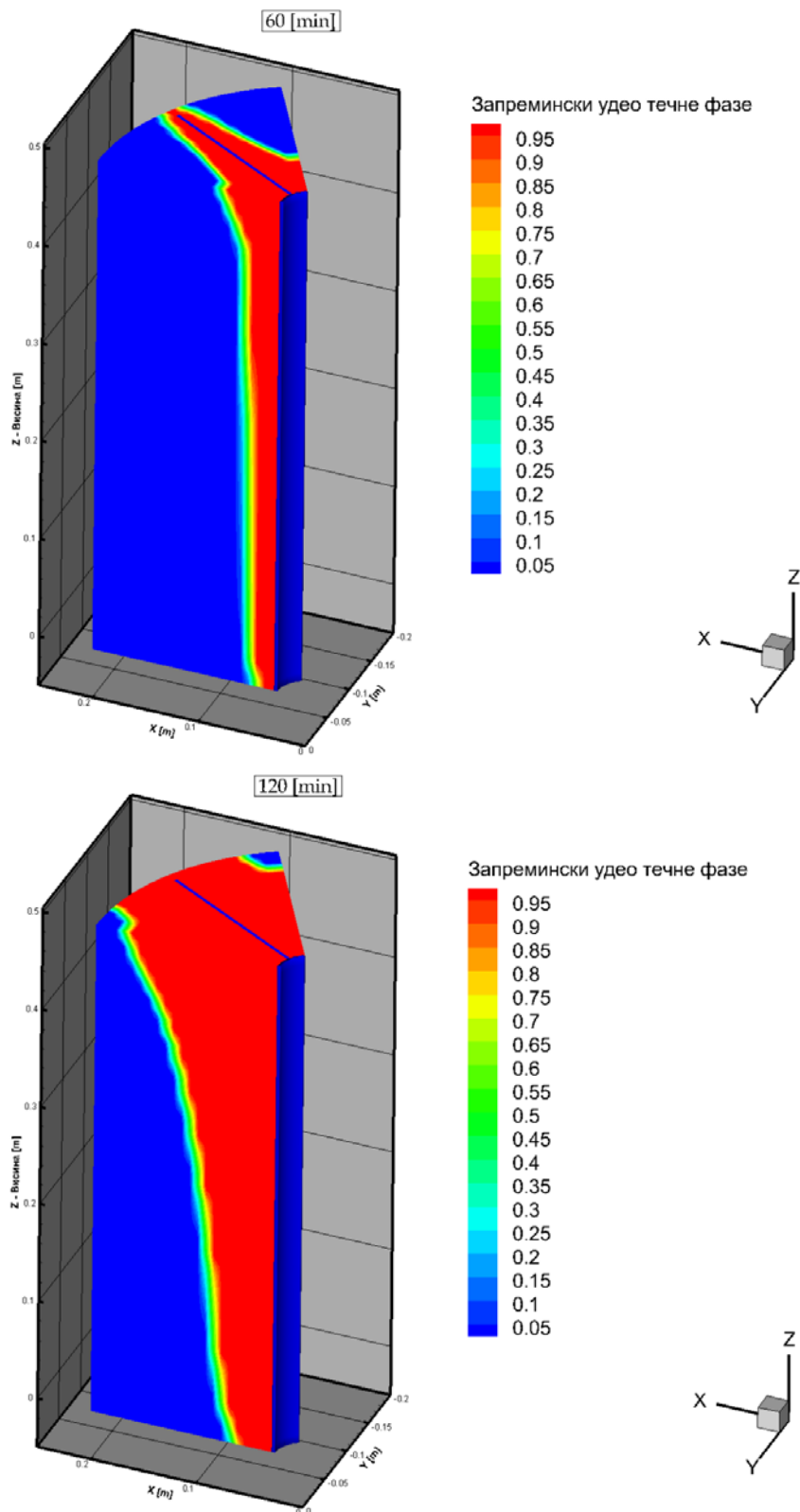


Слика 29. Температурно поље у акумулатору топлоте након 120 односно 180 min довођења топлоте (Варијанта II)

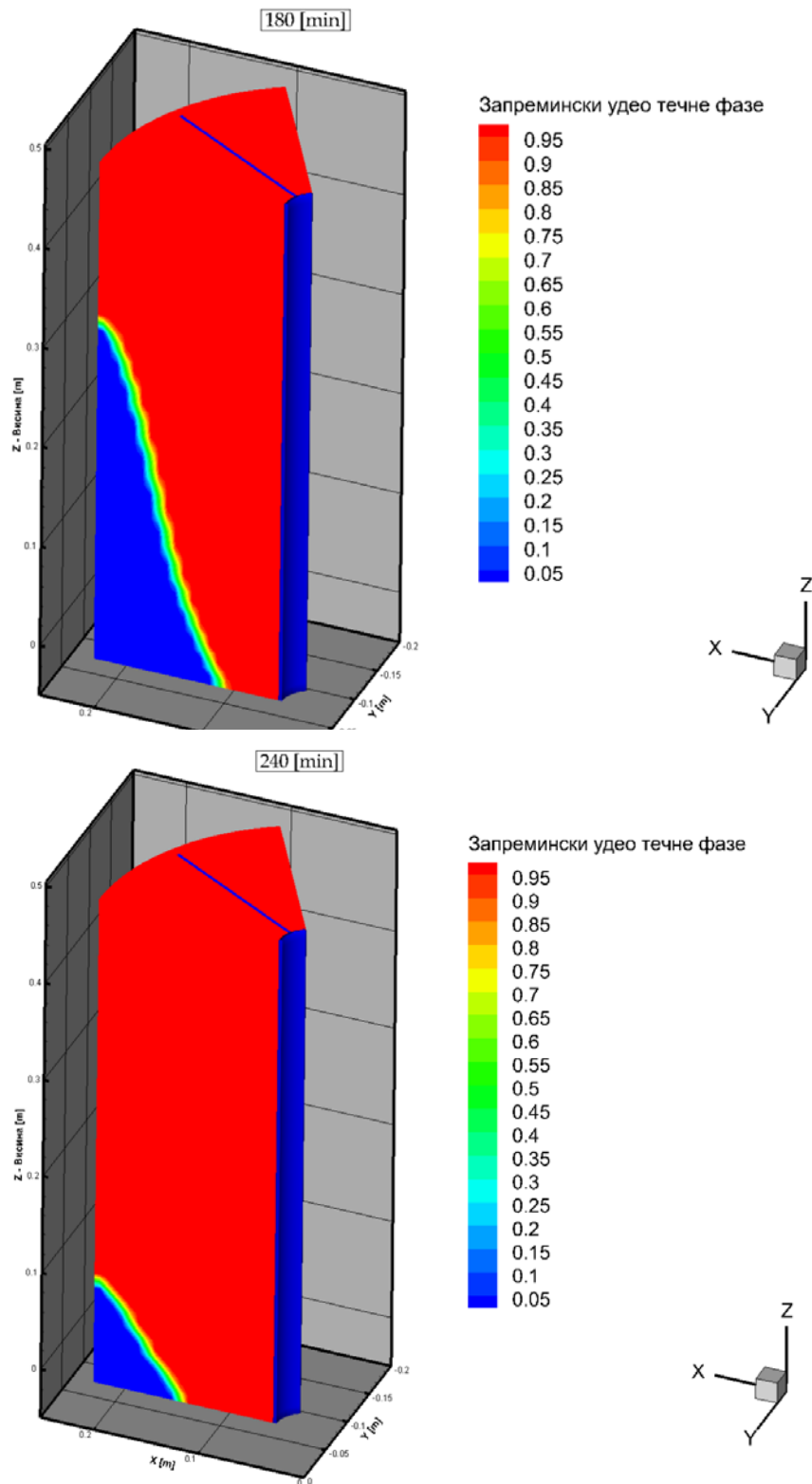


Слика 30. Температурно поље у акумулатору топлоте након 240 односно 265 min довођења топлоте (Варијанта II)

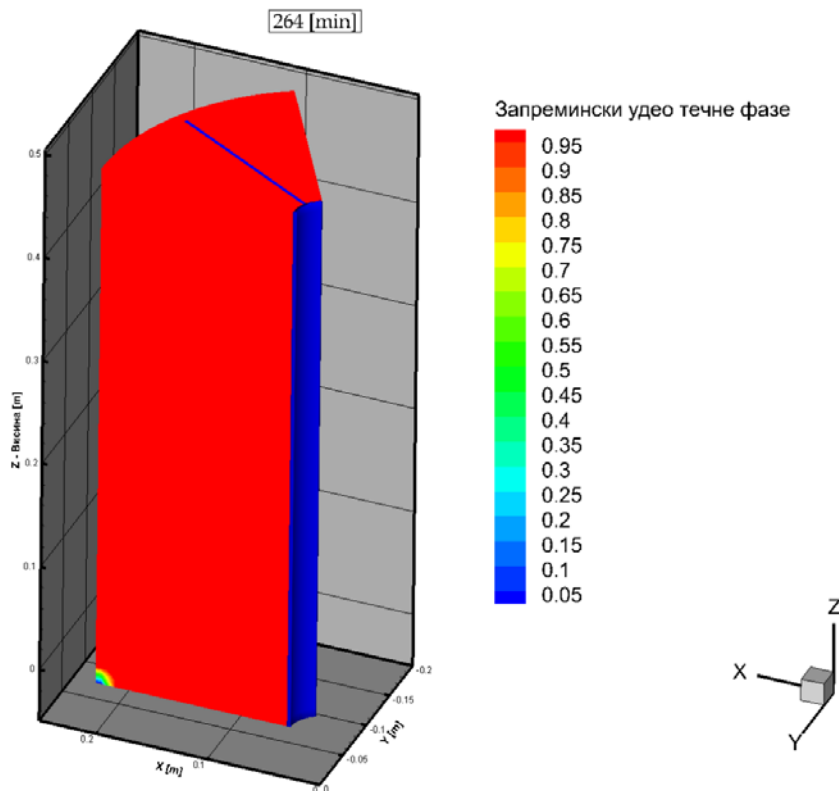
Слика 31. Промена температуре у акумулатору топлоте у равни пресека на висини $z=150\text{mm}$ током довођења топлоте (Варијанта II)



Слика 32. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 60 односно 120 min довођења топлоте (Варијанта II)



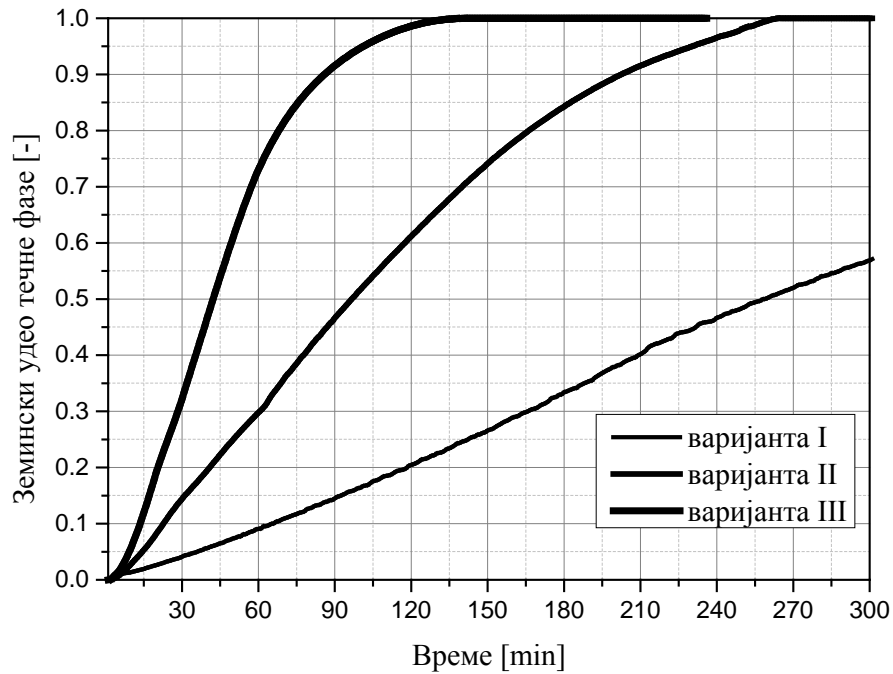
Слика 33. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 180 односно 240 min довођења топлоте (Варијанта II)



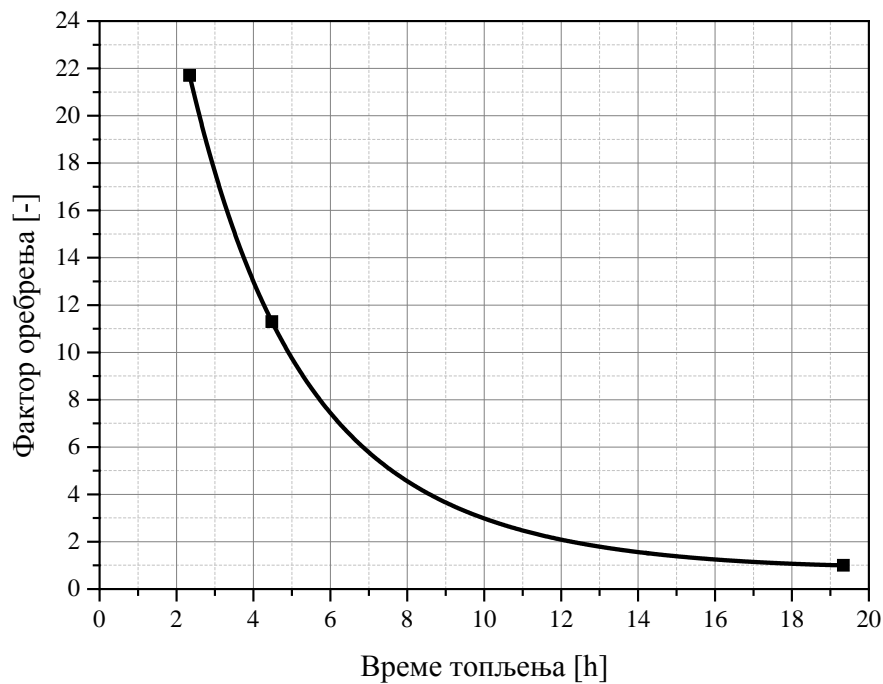
Слика 34. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 264 min довођења топлоте (Варијанта II)

На слици 34, у доњем левом углу домена ФПМ, јасно се уочава преостали део ФПМ који током наредног минута мења фазу и тиме се окончава процес промене фазе ФПМ. Праћењем запреминског удела течне фазе у току времена, током нумеричких симулација за варијанте I, II и III добијене су криве приказане на слици 34. На основу познате вредности фактора оребрења за поједине варијанте и времена завршетка процеса топљења материјала (запремински удео течне фазе једнак јединици) добијена је крива зависности времена топљења од фактора оребрења која је приказана на слици 35. На основу приказане криве може се закључити да се уградњом бакарних ребара у поређењу са неоребреним електричним грејачем време топљења може смањити у значајној мери. Оребравајући површ чауре грејача са 6 ребара (фактор оребрења 11,3), у поређењу са неоребреном чауром грејача, време топљења се смањује приближно 4,4 пута, тј. релативно смањење времена топљења износи

77,3%. С друге стране, оребравањем чауре грејача са 12 подужних ребара (фактор оребрења 21,5) време топљења се смањује 8,3 пута, тј. за 88%.



Слика 35. Запремински удео течне фазе у ФПМ током процеса довођења топлоте

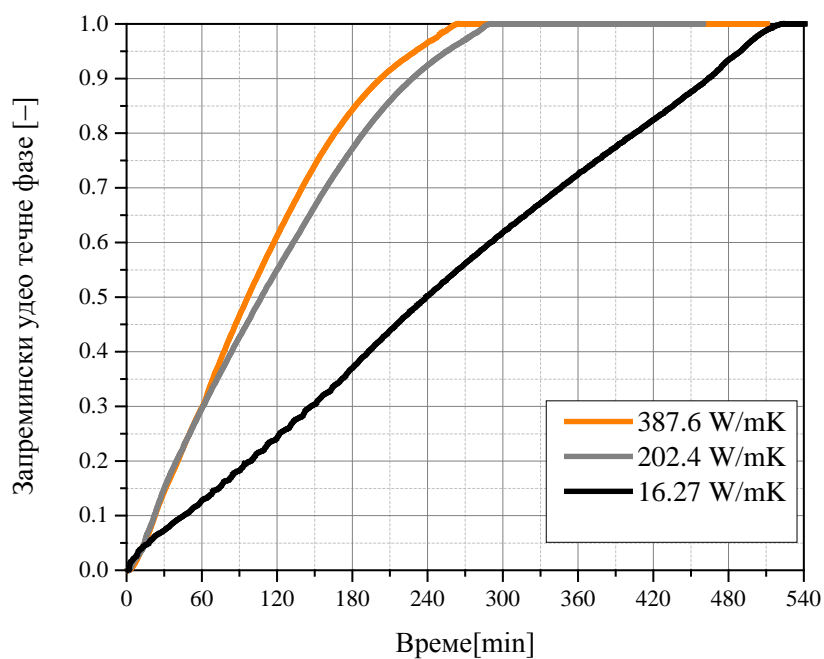


Слика 36. Утицај фактора оребрења на време топљења ФПМ за случај бакарних ребара

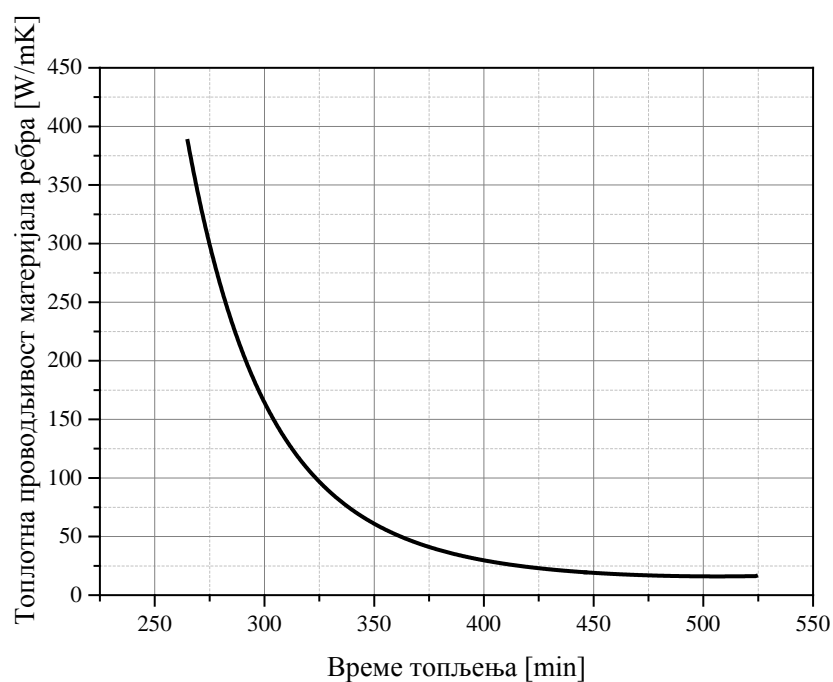
Поредећи повећање фактора оребрења за случај оребрења са 6 и 12 ребара долази се до закључка да се повећањем фактора оребрења за 90,3% време промене фазе скраћује за 1,9 тј. приближно 2 пута. Дакле, скраћивање времена промене фазе узроковано већом површином оребрења приближно је сразмерно повећању вредности фактора оребрења.

6.1 Параметарска анализа

Сprovedена параметарска анализа, добијена варијацијом неколико параметара у нумеричким симулацијама, омогућила је да се сагледа и процени утицај посматраних параметара на побољшање преношења топлоте у акумулатору топлоте. Остварено побољшање преношења топлоте праћено је на основу скраћивања времена потребног за топљење ФПМ. Да би се проверио утицај материјала ребра на време топљења ФПМ извршене су симулације за варијанту II, тј. при оребрењу са 6 подужних ребара (фактор оребрења 11,3). Као материјали ребра коришћени су бакар топлотне проводљивости $387,6 \text{ W/mK}$, затим, алуминијум топлотне проводљивости $202,4 \text{ W/mK}$ и челик топлотне проводљивости $16,27 \text{ W/mK}$. Зависност запреминског удела течне фазе од времена за варијанту II приказана је на слици 37. На основу слике се може закључити да материјал ребра има велики утицај на брзину формирања течне фазе. Релативно смањење времена топљења остварено бакарним ребрима у односу на челична ребра износи 49,4%, тј. коришћењем бакарних уместо челичних ребара могуће је смањити време топљења за приближно 50%. Такође, релативно смањење времена топљења коришћењем бакарних уместо алуминијумских ребара износи 8,6%.



Слика 37. Запремински удео течне фазе парафина при различитим материјалима ребра за варијанту II



Слика 38. Зависност времена топљења ФПМ од топлотне проводљивости материјала ребра при варијанти II

На основу резултата приказаних на слици 37 могуће је формирати криву зависности времена топљења ФПМ од топлотне проводљивости материјала ребра, која је валидна при датом фактору оребрења. На слици 38 је дата крива која је валидна за случај вредности фактора оребрења од 11,3.

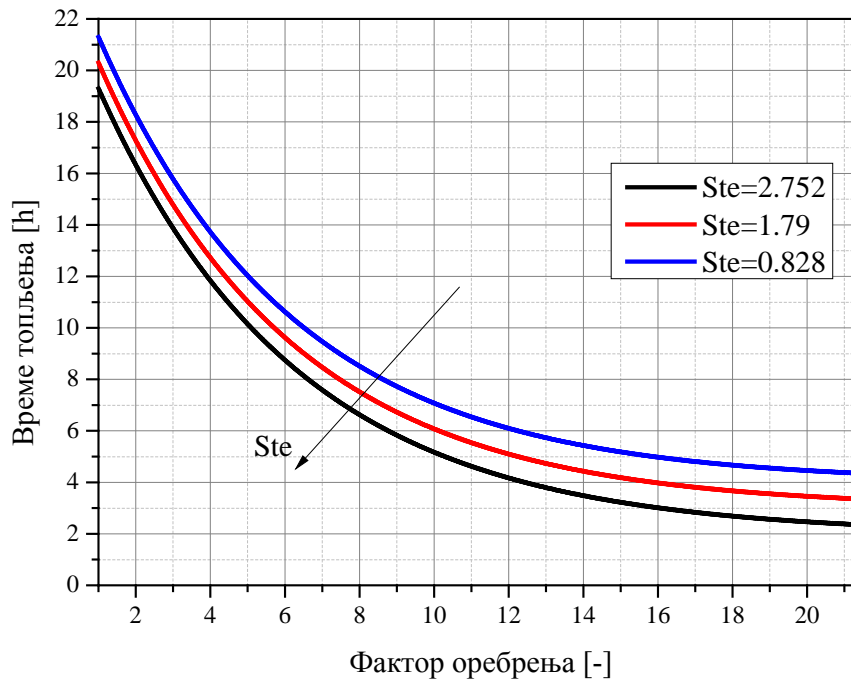
Како би се испитао утицај температуре на процес топљења ФПМ извршена је варијација температуре на коју је подешен сензор електричног грејача. Вршено је варирање температуре подешавањем три вредности температуре при којој се грејач палио, односно гасио и то: $t_{g1} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $t_{g2} = 150 \text{ }^\circ\text{C}$ и $t_{g3} = 200 \text{ }^\circ\text{C}$.

На основу ових вредности температуре може се одредити вредност Стефановог броја као бездимензионалног параметра дефинисаног помоћу израза:

$$\text{Ste} = \frac{c_p (T_g - T_m)}{r_m} \quad (112)$$

Вредности Стефановог броја за случај наведених вредности температура грејача износе: $\text{Ste}_1 = 0,828$, $\text{Ste}_2 = 1,79$ и $\text{Ste}_3 = 2,752$.

За дате вредности Стефановог броја спроведен је сет нумеричких симулација на основу којих је добијен дијаграм приказан на слици 39, који је валидан за случај бакарних ребара. На основу дијаграма може се констатовати да се са смањењем Стефановог броја време топљења ФПМ повећава. Примера ради, уколико је фактор оребрења 10, са дијаграма се може закључити, да се снижавањем температуре грејача за $50 \text{ }^\circ\text{C}$ време топљења продужава за 1 h.



Слика 39. Зависност времена топљења ФПМ од топлотне проводљивости материјала ребра при варијанти II

Важност добијеног дијаграма огледа се и у могућности практичне употребе у инжењерским прорачунима. Примера ради, уколико је временски период доступности топлотног извора 8 сати и ако је позната максимална температура топлотног извора и која износи $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($Ste=0,828$), при конструкцији са бакарним ребрима на основу дијаграма се може добити вредност потребног фактора ребрења тј. потребна површина ребрења, како би се процес топљења парафина окончао у предвиђеном временском периоду и на тај начин ускладиштила одговарајућа количина топлоте у акумулатору топлоте исте или сличне геометрије.

7 ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСТРАЖИВАЊА

Како би се одредили параметри нумеричког модела и верификовали резултати добијени на основу нумеричког модела спроведена су експериментална истраживања. Експериментални део ове дисертације обављен је у две области, фундаменталних и примењених истраживања. С обзиром на недостатак поузданих података о термофизичким карактеристикама ФПМ (парафина), прво су одређене најважније термофизичке карактеристике ФПМ, а затим је на оригиналној експерименталној инсталацији, пројектованој и изведеној за потребе ове дисертације, обављено испитивање феномена и процеса везаних за акумулацију топлоте. У овом поглављу су приказани методологија и резултати наведених испитивања.

7.1 Термофизичке карактеристике ФПМ

Термофизичке карактеристике парафина Е53 које су коришћене у једначинама математичког модела, изузев динамичке вискозности, одређене су сопственим мерењима. Мерењима су одређене:

1. Густина чврсте фазе.
2. Густина течне фазе.
3. Топлотна проводљивост.
4. Топлота промене фазе током процеса топљења.
5. Специфични топлотни капацитет чврсте фазе.
6. Специфични топлотни капацитет течне фазе.

У даљем тексту приказани су и објашњени поступци одређивања термофизичких карактеристика парафина. За сваку методу посебно је

приказана стандардна апаратура коришћена при мерењу појединих карактеристика.

7.1.1 Одређивање густине парафина

Одређивање густине парафина је извршено стандардним методама. Одређивање густине чврсте фазе парафина извршено је помоћу Морове ваге, док је густина течне фазе одређена помоћу ареометра.

Одређивање густине помоћу Морове ваге вршено је индиректно преко мерења запремине истиснуте течности, тј. применом Архимедовог закона. Тас Морове ваге оптерећен је узорком парафина и заједно са узорком потопљен у течност (слика 40), услед чега је дошло до деловања силе потиска која је тежила да избаци узорак. Да би се Морова вага поново довела у стање равнотеже на крак Морове ваге су додати тегови познате масе, све док Морова вага није поново доведена у стање равнотеже. У тренутку постизања равнотеже сила потиска постаје једнака сили коју ствара оптерећење настало као последица додавања тегова. На овај начин измерена је сила потиска, па је на основу израза за силу потиска и густине течности у коју је узорак потопљен одређена запремина узорка, тј. запремина истиснуте течности. На основу овако добијене запремине узорка и претходно измерене масе узорка одређена је густина чврсте фазе парафина. Измерена густина чврсте фазе парафина је износила $902,05 \text{ kg / m}^3$, при температури парафина од $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

С друге стране, мерење густине течне фазе парафина вршено је помоћу ареометра који је заједно са посудом напуњеном парафином постављен у пећ (слика 41). У пећи је било могуће контролисати температуру узорка. Мерење температуре узорка вршено је помоћу термопара *K* типа, повезаног на *Data logger Testo 176T4*. Спрезањем вредности густине парафина измерених помоћу ареометра и одговарајуће

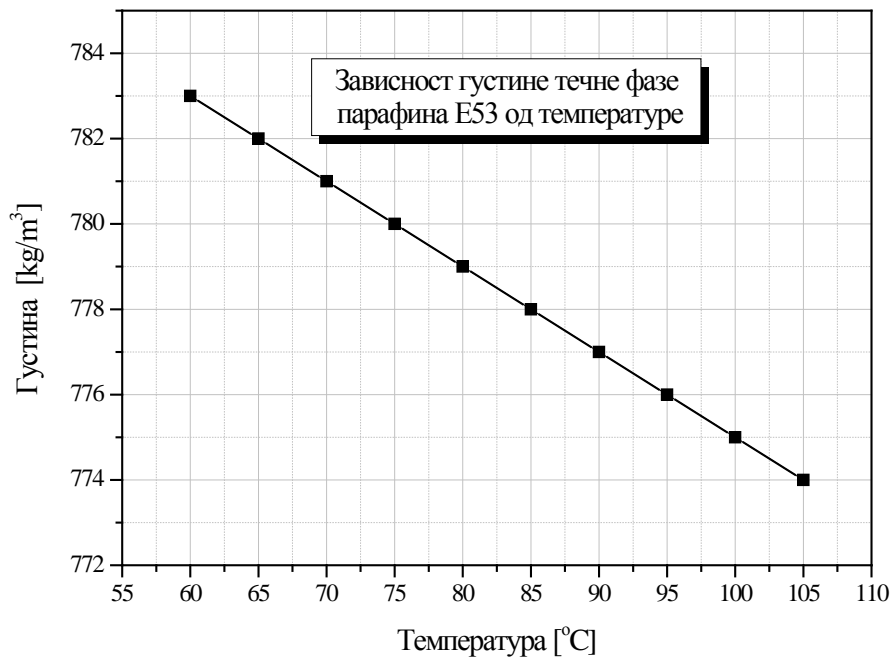
измерене температуре парафина добијена је крива зависности густине течне фазе парафина од температуре, а која је приказана на слици 42.



Слика 40. Мерење густине чврсте фазе парафина помоћу Морове ваге



Слика 41. Мерење густине течне фазе парафина



Слика 42. Зависност густине течне фазе парафина од температуре

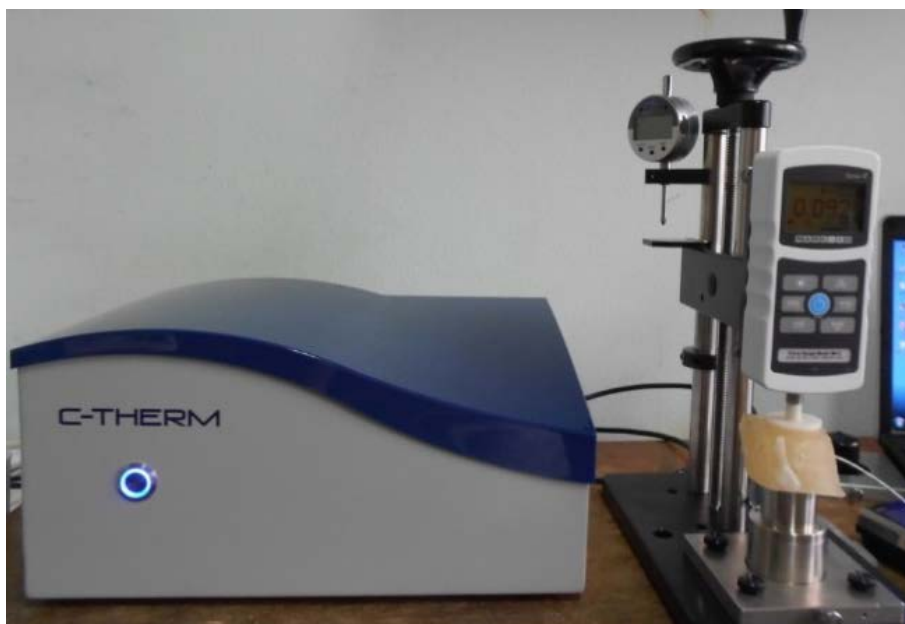
На основу измерене вредности густине течне фазе парафина при различитим вредностима температуре, на основу следећег израза може се одредити коефицијент запреминског ширења:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (113)$$

Дакле, применом претходне једначине на измерене вредности густине парафина добијена је вредност коефицијента запреминског ширења течне фазе парафина $\beta = 0,000255 \text{ K}^{-1}$.

7.1.2 Одређивање топлотне проводљивости парафина

Одређивање топлотне проводљивости парафина извршено је на наменском анализатору топлотне проводљивости (слика 43).



Слика 43. Уређај за мерење топлотне проводљивости и ефузивности материјала

Овај метод одређивања топлотне проводљивости се заснива на нестационарној методи мерења топлотне проводљивости материјала. Поред тога, исти уређај омогућава непосредно мерење ефузивности материјала, физичке величине дефинисане изразом:

$$e = \sqrt{\lambda \rho c_p} \left[\text{Ws}^{1/2} / \text{Km}^2 \right] \quad (114)$$

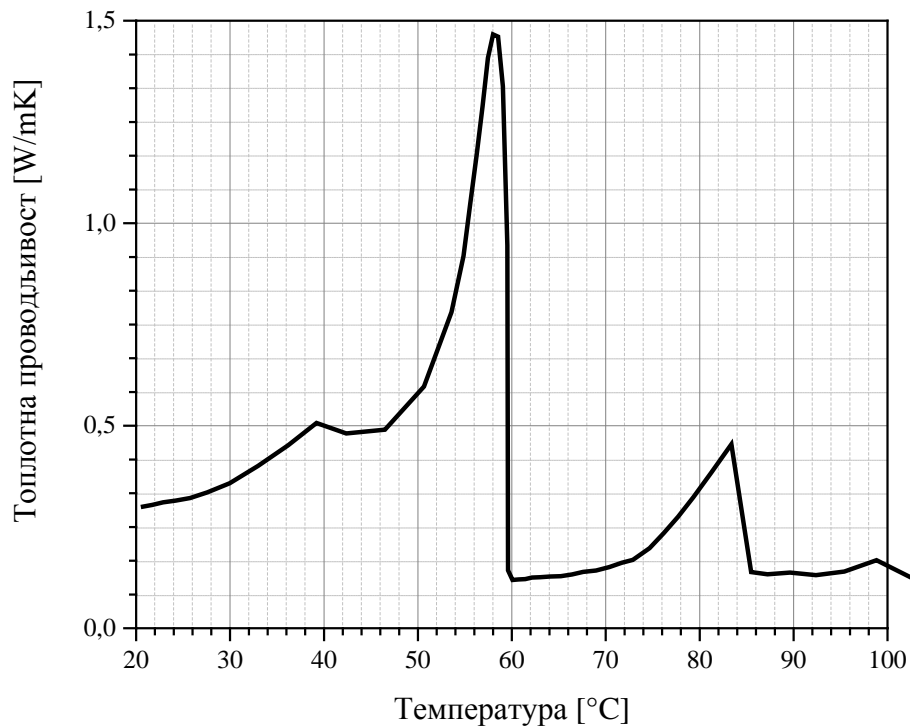
На основу претходног израза, за познате вредности ефузивности, топлотне проводљивости и густине материјала, може се индиректно одредити специфични топлотни капацитет материјала. Како би се измерила топлотна проводљивост парафина при различитим температурама узорка, узорак је постављен у пећ (слика 44). Одабрана пећ је поседовала одговарајуће управљање помоћу кога је било могуће

регулисати брзину загревања узорка, као и максимално жељену температуру загревања. За спроведено мерење топлотне проводљивости материјала одабрана је брзина загревања узорка од 5 K/min, док је максимална температура унутар пећи подешена на 200 °C. Након тога, сензор, на коме је претходно постављен узорак, постављен је у пећ, након чега је вршено континуално мерење топлотне проводљивости парафина E53. По достизању жељене температуре, сензор уређаја, заједно са растопљеним узорком изнесен је на ваздух како би се добиле вредности топлотне проводљивости материјала у току процеса одвођења топлоте од узорка. Добијена зависност топлотне проводљивости од температуре парафина E53 приказана је на слици 45 на којој се уочавају два дисконтинуитета. Ови дисконтинуитети су последица присуства парафинских фракција које имају нижу температуру топљења. Што је већи број оваквих фракција већи је и број дисконтинуитета који се јављају у току процеса промене фазе. За случај присуства једнокомпонентне материје појављивао би се само један дисконтинуитет. Са слике се може закључити да фазна трансформација започиње при температури од приближно 40 °C, док се процес промене фазе у потпуности завршава у температурном опсегу између 50 и 60 °C.

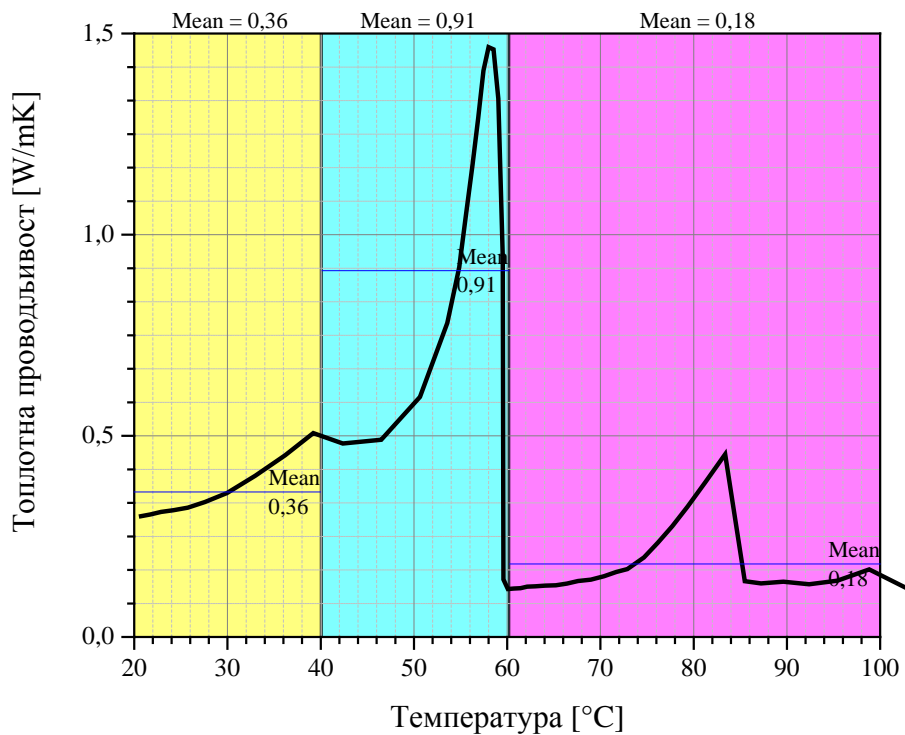


Слика 44. Мерење топлотне проводљивости парафина Е53

С обзиром на то да се у току процеса промене фазе топлотна проводљивост материјала мења и да постоји значајна варијација између вредности потребно је осредњити ове вредности у карактеристичним температурним интервалима који су повезани са фазама кроз које узорак пролази током процеса топљења. Температурни интервали су усвојени на основу процеса промене фазе и заједно са вредностима топлотне проводљивости означени на слици 46.



Слика 45. Зависност топлотне проводљивости парафина E53 од температуре



Слика 46. Осредњавање вредности топлотне проводљивости за усвојене температурне интервале

7.1.3 Одређивање топлоте промене фазе и специфичног топлотног капацитета

Одређивање специфичног топлотног капацитета као и латентне топлоте промене фазе парафина Е53 извршено је на уређају *DSC EVO 131* (слика 47).

Узорак познате масе изложен је истој брзини загревања као и референтни материјал, при чему је било потребно постићи исту температуру узорка и референтног материјала. Мерењем напона и јачине струје на грејачима, помоћу којих се врши загревање узорка и референтног материјала, одређена је доведена количина топлоте у јединици времена.

На основу првог закона термодинамике ова количина топлоте једнака је промени енталпије радне материје, тј:

$$\delta Q = dH = mc_p dT \quad (115)$$



Слика 47. Уређај за мерење топлоте промене фазе и специфичног топлотног капацитета DSC EVO 131

Количина топлоте која се у јединици времена доведе узорку или референтном материјалу једнака је топлотном флуксу предатом од стране електричних грејача како за узорак тако и за референтни материјал.

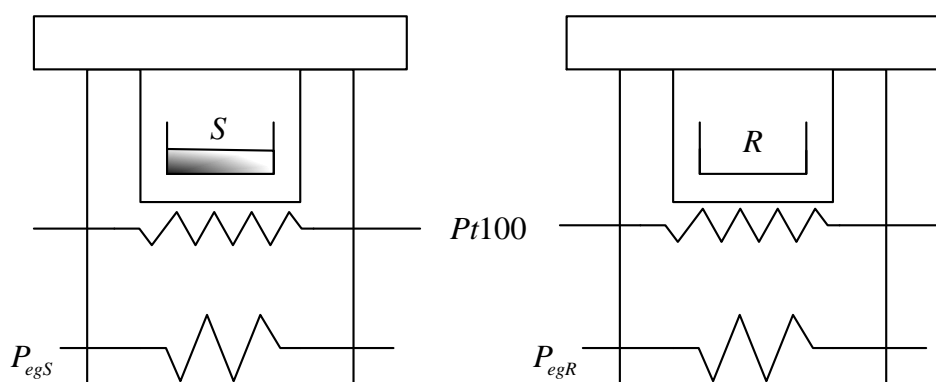
$$P_{egS} = \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_S, \quad P_{egR} = \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_R \quad (116)$$

У претходној једначини индекс S се односи на узорак, а индекс R на референтни материјал. Разлика доведених количина топлоте узорка и референтног материјала једнака је промени енталпија, односно:

$$P_{egS} - P_{egR} = \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_S - \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_R = \left(\frac{dH}{dt} \right)_S - \left(\frac{dH}{dt} \right)_R \quad (117)$$

Ова разлика доведених количина топлоте истовремено је мерена и бележена током процеса довођења топлоте узорку. Измерена вредност брзине промене енталпије у јединици времена сразмерна је брзини промене температуре тј.:

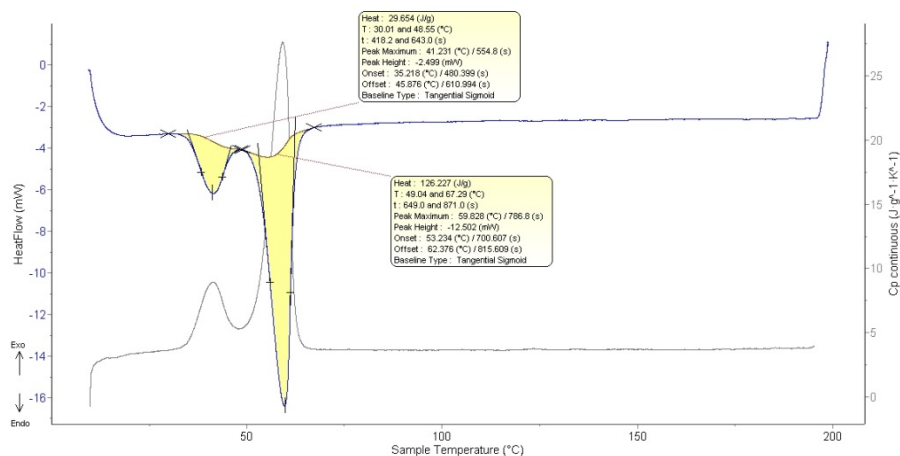
$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_S - \left(\frac{dH}{dt}\right)_R = m_S c_{ps} \frac{dT}{dt} - m_R c_{pR} \frac{dT}{dt} = (m_S c_{ps} - m_R c_{pR}) \frac{dT}{dt} \quad (118)$$



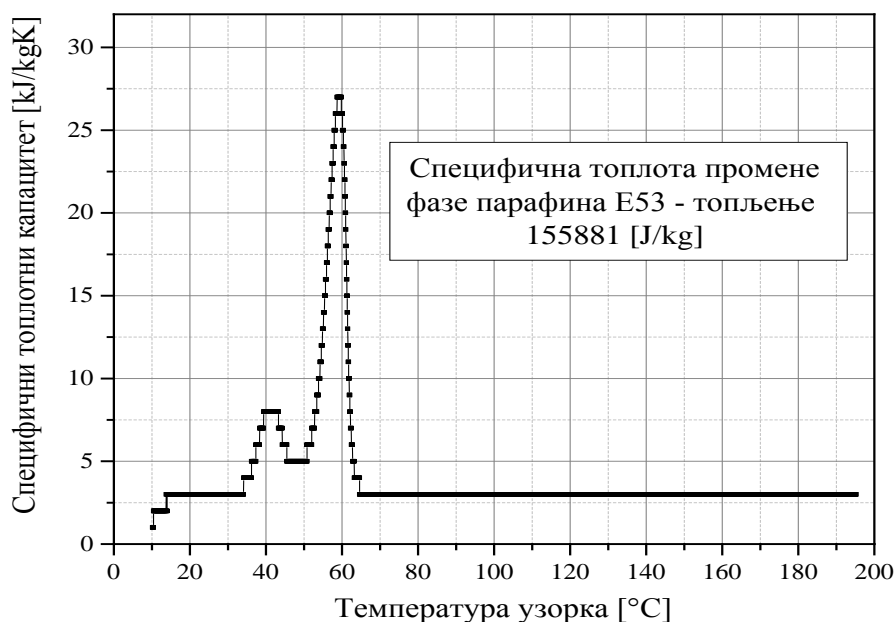
Слика 48. Мерење топлотног капацитета помоћу DSC-а

На основу једначине (118) добијена је зависност специфичног топлотног капацитета од температуре (брзина промене температуре је улазни параметар који се задаје уређају и сматра се познатим.). На слици 49 приказана је зависност топлотног капацитета парафина Е53 од температуре добијена континуалним мерењем на уређају DSC EVO 131. Иницијална маса узорка износила је 7,2 g, док је брзина загревања износила 5 K/min. На основу слике 49 може се закључити да процес промене фазе парафина Е53 започиње при температури од приближно 40 °C, а да се завршава на температури од приближно 60 °C. На слици се, на кривој топлотног протока који је апсорбовао узорак (горња крива на слици 49), примећују два дисконтинуитета, тј. две максималне вредности. Површине изнад ових дисконтинуитета одговарају количини топлоте која се у јединици времена доводи узорку током процеса топљења узорка.

На слици 49 може се запазити да изван температурног опсега у коме се одвија промена фазе (топљење), вредност топлотног протока, која је доведена узорку, је стална, што је последица сталне вредности специфичног топлотног капацитета (доња крива на слици 49).



Слика 49. Снимак мерења специфичног топлотног капацитета и специфичне топлоте промене фазе парафина E53 на уређају DSC EVO 131 у току процеса довођења топлоте



Слика 50. Зависност специфичног топлотног капацитета парафина E53 од температуре и топлоте промене фазе при процесу топљења

На основу слике 50 може се закључити да је специфични топлотни капацитет парафина E53 за чврсту и течну фазу приближно исти, сталан и да износи 3 kJ/kgK . С друге стране, топлота промене фазе у случају топљења парафина E53 износи $155,881 \text{ kJ/kg}$.

7.1.4 Динамичка вискозност парафина

Парафини се одликују малим вредностима динамичке вискозности, која се за течну фазу мења приближно по линеарном закону и креће се у опсегу од $0,004 - 0,007 \text{ Pas}$. Вредност коришћене динамичке вискозности парафина је одређена на основу података датих у литератури [112] и приказаних у следећој табели:

Табела 8. Динамичка вискозност парафина [112]

Температура топљења	54°C	
Густина на 70°C	772,9 kg/m ³	
Динамичка вискозност [Pas]	0,00707	(70°C)
	0,00598	(80°C)
	0,00507	(90°C)
	0,00438	(100°C)

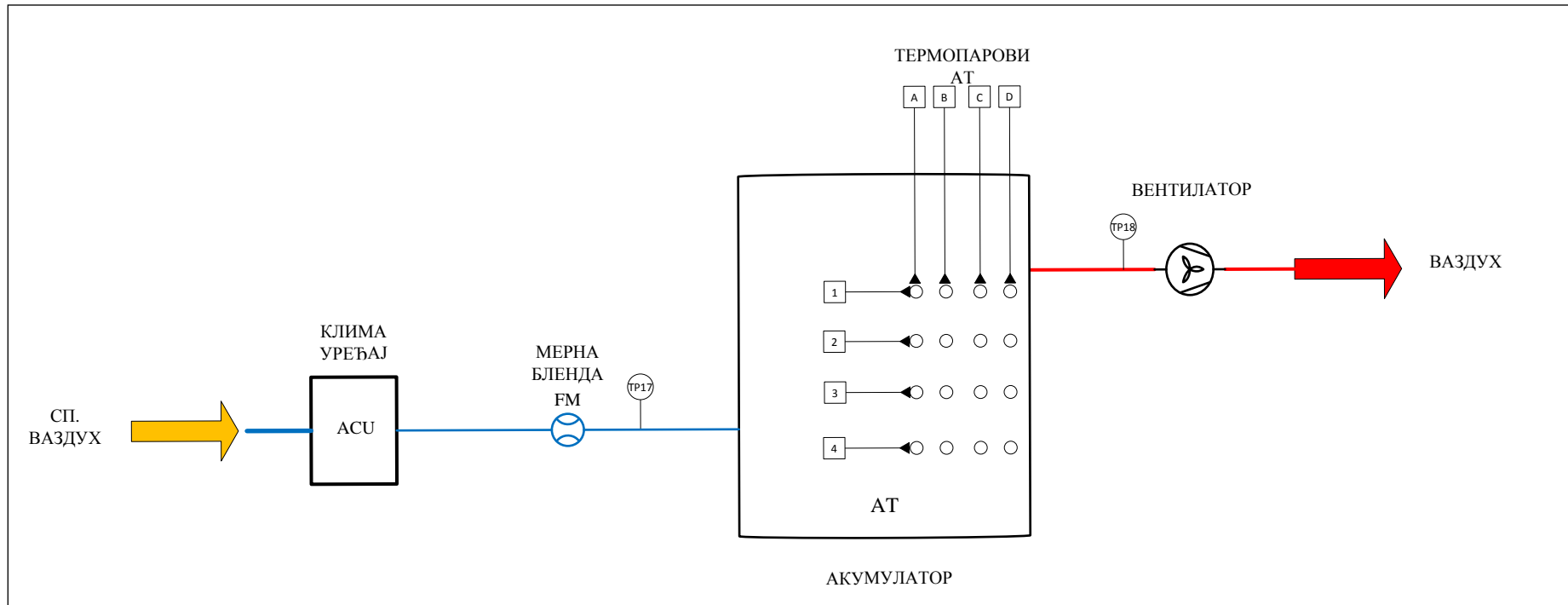
Осим тога, парафини у чврстом стању могу да издрже мање вредности напона смицања, док се у течној фази понашају приближно као њутновски флуиди [113], тј. веза између напона смицања и брзине деформисања је линеарна. За потребе нумеричког моделирања вредност вискозности је преузета из рада [112]. Због мале варијације вискозности са температуром узета је стална вредност вискозности од $0,005 \text{ Pas}$. Усвојена вредност динамичке вискозности флуида изабрана је на основу слагања осталих одређених термофизичких карактеристика са термофизичким карактеристикама датим у литератури [112].

7.2 Опис експерименталне инсталације акумулатора топлоте

Експериментална инсталација за испитивање термомеханичких процеса у акумулатору топлоте је конципирана и реализована на начин

да обезбеди могућност испитивања термофизичких процеса који се одвијају у ФПМ, тј. да пружи реалну слику одвијања процеса у реалном акумулатору топлоте. Осим тога, инсталација за испитивање акумулације топлоте помоћу ФПМ је осмишљена са циљем да се на изведеној инсталацији може испитивати широк спектар ФПМ, односно радних материја које се као испуне користе у акумулаторима топлоте. Блок шема експерименталне инсталације приказана је на слици 51.

Експериментална инсталација се састоји од клима уређаја (АСУ) у коме је вршена припрема ваздуха одређене температуре (20 °C), који је коришћен за потребе одвођења топлоте од радне материје акумулатора топлоте (у овом случају ФПМ) и за потребе одржавања сталне температуре ваздуха у просторији у којој је експериментална инсталација била смештена. Део ваздуха, који се користи за одвођење топлоте од ФПМ, струјао је кроз хоризонталну цев на којој се налазила мерна бленда (пригушница) помоћу које је мерен запремински проток ваздуха.



Слика 51. Блок шема експерименталне инсталације

Мерна бленда је претходно баждарена помоћу уређаја за мерење запреминског протока гаса, а пад притиска на њој је мерен помоћу диференцијалног манометра *Alnor AXD 560*. Иза мерне бленде постављен је термопар TP17, помоћу кога је мерена температура ваздуха на улазу у акумулатор топлоте.



Слика 52. Акумулатор топлоте

На излазу ваздуха из акумулатора топлоте, помоћу термопара TP18, вршено је мерење температуре ваздуха. Струјање ваздуха кроз експерименталну инсталацију омогућено је вентилатором чији број обртаја је регулисан фреквентним регулатором. Оваква позиција вентилатора је изабрана на начин да се избегне његов утицај на

топлоте од ФПМ. Улаз ваздуха је са доње стране акумулатора топлоте, док је излаз ваздуха из инсталације при врху акумулатора топлоте.

Довођење топлоте ФПМ вршено је помоћу трофазног електричног грејача снаге 2,4 kW. Контрола снаге електричног грејача вршена је помоћу регулатора снаге, док је испоручена електрична енергија мерена помоћу електричног бројила. Како би се избегао директан контакт између парафина и електричног грејача, грејач је постављен у челичну чауру (слика 54.), чиме је формиран склоп чауре и електричног грејача, тј. систем за довођење топлоте ФПМ.



Слика 54. Модел и изведено стање склопа чауре и грејача

Међупростор између електричног грејача и челичне чауре испуњен је кварцним песком који може да издржи високе температуре, а који с друге стране поседује задовољавајућу топлотну проводљивост ($\lambda = 13,6 \text{ W/(mK)}$) [114]. Кварцни песак је такође имао улогу заштите електричног грејача од

прегревања, као и улогу топлотног моста између грејача и зида чауре. Дно чауре је затворено челичном куглом која је имала улогу затварача, тј. улогу запорног тела на месту пражњења инсталације. За врх чауре је заварена прирубница са четири отвора. Приликом монтаже чауре на акумулатор топлоте између прирубнице чауре и горње плоче акумулатора топлоте постављене су четири опруге које су служиле за компензацију термичких напрезања, која настају при повишеним температурама конструкционих елемената акумулатора топлоте. Осим тога, опруге су имале улогу да у току процеса пражњења акумулатора топлоте, тј. током замене ФПМ, који током овог процеса мора да буде у течној фази, својим механичким дејством на прирубницу чауре, подигну комплетан склоп чаура-грејач и на тај начин створе слободни пресек за испуштање растопљеног ФПМ.

Како током процеса довођења топлоте ФПМ може доћи до стварања парне фазе ФПМ (лако испарљиве фракције ФПМ), на плочи централног цилиндра остављена су два кружна отвора, која су служила за елиминацију насталих пара имала и улогу ревизионих отвора.

Између средишњег цилиндра (позиција 3 на слици 53) и спољашњег цилиндра (позиција 4 на слици 53) налазио се међупростор, који је, с циљем постизања што боље топлотне изолације акумулатора топлоте, испуњен минералном вуном. Такође, изолационе плоче од минералне вуне постављене су и са горње и доње стране акумулатора топлоте.

Како би се добила што потпунија слика о побољшању преношења топлоте у акумулатору топлоте који је испуњен ФПМ, а које се постиже оребравањем површи за размену топлоте, изабрана је најнеповољнија, централна позиција склопа чауре и грејача помоћу кога је вршено довођење топлоте ФПМ. Дакле, систем за довођење топлоте ФПМ се састојао од уређаја за мерење и контролу снаге и склопа чауре и електричног грејача.

У циљу верификације добијених нумеричких резултата израђене су три варијанте чауре:

1. неоребрена чаура,
2. чаура оребрена са 6 подужних бакарних ребара,
3. чаура оребрена са 12 подужних бакарних ребара.

Подужна ребра у оба случаја оребравања израђена су од бакарних плоча. Димензије ребара су исте у оба случаја оребравања (варијанта 2 и 3) и износе: $L \times H_r \times \delta = 500 \times 160 \times 3 \text{ mm}$, где је L -дужина ребра, H_r -висина ребра, а δ је дебљина ребра, при чему је спољашњи пречник чауре $d = 60 \text{ mm}$.

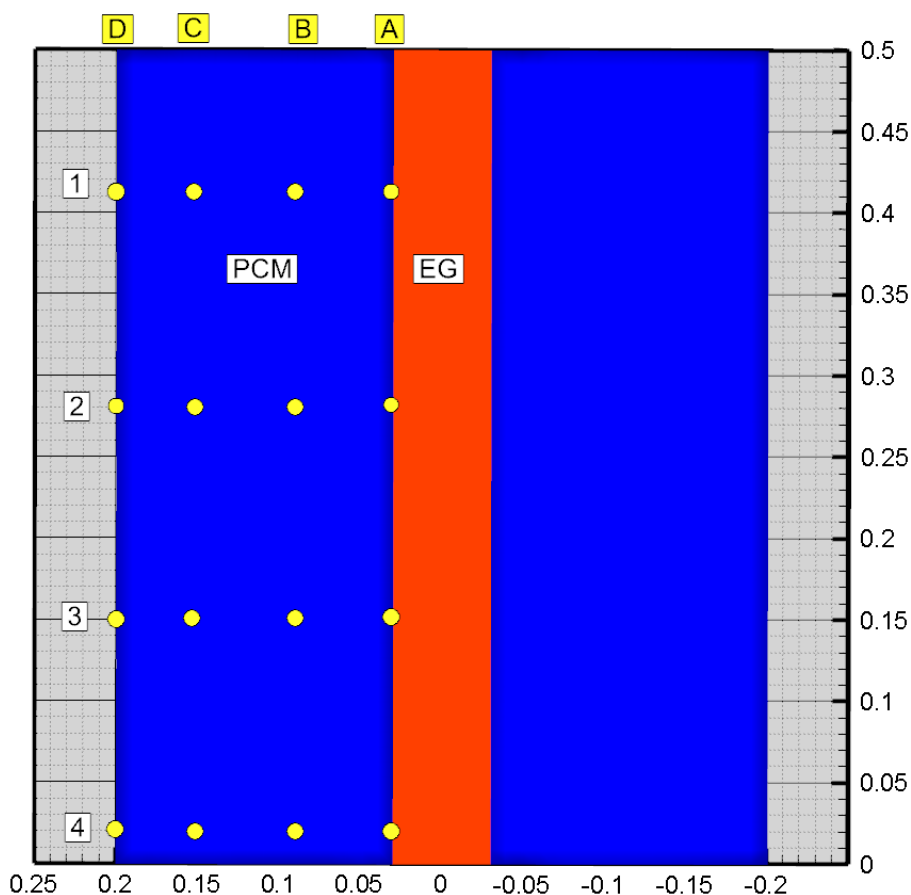


Слика 55. Изглед склопа електричног грејача и чауре са 6 подужних бакарних ребара

Пример изведеног склопа чауре оребрене са 6 подужних правих бакарних ребара и електричног грејача приказан је на слици 55. Као што је дато у делу који се односи на физички модел акумулатора топлоте, за случај неоребрене чауре, фактор оребрења износи $\gamma = 1$, у случају оребрења чауре са 6 подужних бакарних ребара димензија $500 \times 160 \times 3$ mm фактор оребрења износи $\gamma = 11,3$, односно $\gamma = 21,5$ за 12 подужних ребара.

7.3 Мерење температуре

Мерење температуре ФПМ је обављено помоћу 16 термопарова типа К, постављених у једну радијалну раван, тако да су четири дуж осе и четири у радијалном правцу (слика 56).



Слика 56. Положај термопарова у акумулатору топлоте

Координате термопарова у односу на усвојени координатни систем, чија је вертикална z оса везана за осу електричног грејача, дате су у табели 9. Четири термопара су се налазила на самом електричном грејачу, тј. зиду чауре електричног грејача (термопарови A_1, A_2, A_3, A_4). Термопарови D_1, D_2, D_3, D_4 постављени су на челични зид међуцилиндра. Помоћу преосталих 8 термопарова (термопарови $B_1 - B_4$ и $C_1 - C_4$), смештених на носачу термопарова (слика 57.), током времена је вршено континуално бележење измерених вредности температуре у парафину. Поред мерења температуре парафина, у току процеса одвођења топлоте из акумулације вршено је и мерење температуре ваздуха на улазу, односно на излазу из акумулатора топлоте.

Табела 9. Положај термопарова

Термопар	r [mm]	z [mm]	Опис положаја термопара
A1	30	415	На зиду чауре електричног грејача
A2	30	280	На зиду чауре електричног грејача
A3	30	150	На зиду чауре електричног грејача
A4	30	20	На зиду чауре електричног грејача
B1	90	415	у ФПМ
B2	90	280	у ФПМ
B3	90	150	у ФПМ
B4	90	20	у ФПМ
C1	150	415	у ФПМ
C2	150	280	у ФПМ
C3	150	150	у ФПМ
C4	150	20	у ФПМ
D1	200	415	На зиду посуде акумулатора топлоте у којој се налази ФПМ
D2	200	280	На зиду посуде акумулатора топлоте у којој се налази ФПМ
D3	200	150	На зиду посуде акумулатора топлоте у којој се налази ФПМ
D4	200	20	На зиду посуде акумулатора топлоте у којој се налази ФПМ

Подаци о вредностима температура бележени су на сваких 60 s, што је било довољно за регистровање промена температуре унутар

акумулатора топлоте. Бележење измерених вредности температуре вршено је помоћу аквизиционог система *KEITHLEY*, приказаног на слици 58.



Слика 57. Носач термопарова

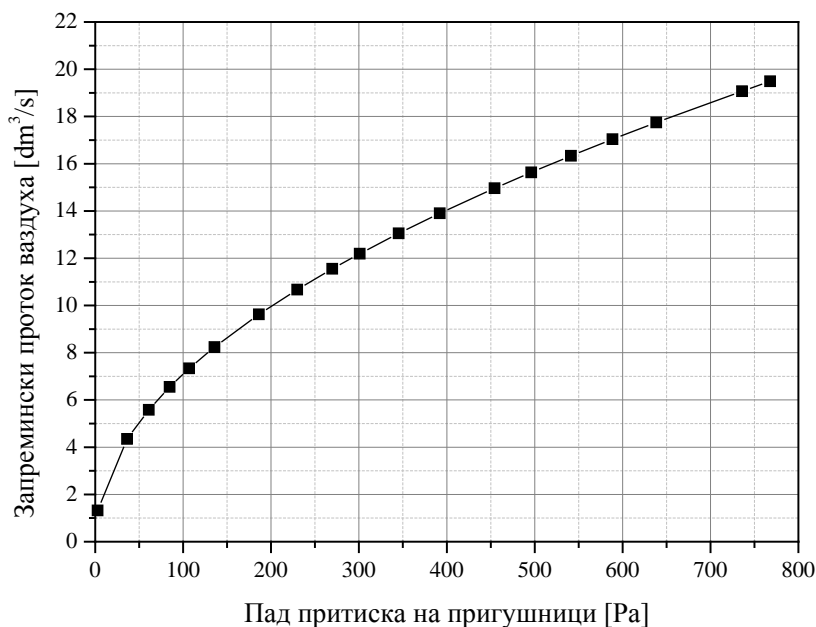


Слика 58. Аквизициони систем KEITHLEY

Ради лакше оријентације и праћења процеса мерења температуре у акумулатору топлоте, термопарови су означени са четири словне ознаке (A, B, C, D) и четири нумеричке ознаке, а на основу њиховог положаја у односу на осу електричног грејача. Свака од група термопарова (A, B, C или D) имала је по 4 термопара (1, 2, 3, 4). Редни број термопара дефинисао је његов положај по висини акумулатора топлоте. Примера ради, термопар A_1 се налазио на зиду електричног грејача и заузимао је највишу позицију (посматрано у односу дно акумулатора топлоте), док се термопар A_4 налазио на зиду електричног грејача, али на најнижој позицији у акумулатору топлоте. Као што је претходно наведено, групе термопарова B и C коришћене су за прикупљање вредности температуре у ФПМ, док се група термопарова D налазила на зиду цилиндра испуњеног ФПМ. Преостала два термопара E1 и E2 су коришћена за мерење температуре ваздуха на улазу (TP 17) и излазу из акумулатора топлоте (TP 18). Стална температура ваздуха на улазу у инсталацију (TP 17), као што је претходно наведено, одржавана је помоћу клима уређаја (ACU). Вишак ваздуха из ACU, током процеса одвођења топлоте, коришћен је одржавање сталне температуре у просторији у којој је смештен акумулатор топлоте.

7.4 Мерење запреминског протока ваздуха

Мерење запреминског протока ваздуха, који је коришћен за процес одвођења топлоте из акумулатора топлоте, тј. од ФПМ, вршено је помоћу пригушнице, тј. мерне бленде израђене од нерђајућег челика у складу са стандардима SRPS EN ISO 5167-1:2012 и SRPS EN ISO 5167-2:2012. Како би се извршило мерење запреминског протока ваздуха помоћу пригушнице претходно је извршено баждарење мерне бленде. Баждарење мерне бленде спроведено је помоћу референтног уређаја за мерење запремине протеклог гаса-гасног сата. Након истека одређеног временског интервала са гасног сата је очитавана запремина ваздуха која је протекла кроз гасни сат у измереном временском периоду. На основу тога је добијен запремински проток ваздуха коме одговара измерени, тј. одређени пад притиска. Пад притиска флуида је мерен помоћу диференцијалног манометра. Поступак мерења је понављан за више вредности запреминског протока. Добијена крива зависности запреминског протока од пада притиска на мерној бленди је приказана на слици 59.



Слика 59. Зависност пада притиска ваздуха на мерној бленди од запреминског протока ваздуха

7.5 Мерна несигурност

Одређивање мерне несигурности је спроведено према упутству за одређивање мерне несигурности (ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>) на основу сета спроведених мерења, података о еталонирању и/или података доступних из техничке документације коришћене мерне опреме.

Мерна несигурност мерења температуре парафина и ваздуха

Мерење температуре парафина, односно ваздуха извршено је помоћу аквизиционог система *KEITHLEY* (модел 2700) и термопарова типа К. На основу спецификације произвођача за мерну несигурност аквизиционог система *KEITHLEY* усвојено је ± 1 °C, док на основу стандарда DIN EN 60584-2 мерна несигурност термопара К типа за мерни опсег од -40 °C до $+375$ °C износи $\pm 1,5$ °C. У складу са тим, стандардна несигурност мерења температуре парафина, односно ваздуха износи $1,8$ °C, па проширена мерна несигурност примењеног мерног ланца, са фактором покривања 95%, износи $3,6$ °C.

Мерна несигурност одређивања топлотне проводљивости парафина

Мерење топлотне проводљивости парафина је извршено помоћу ТСi уређаја за мерење топлотне проводљивости материјала. Према спецификацији произвођача проширена мерна несигурност уређаја износи ± 5 % од измерене вредности.

Мерна несигурност одређивања густине чврсте фазе парафина

Одређивање густине чврсте фазе парафина извршено је стандардном методом помоћу Морове ваге. Имајући у виду вредност убрзања Земљине теже $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ и да је допринос несигурности одређивања густине течности (густина дестиловане воде у коју се узорак

потапа узета је из стандардних табела [114]) занемарљив, на мерну несигурност одређивања густине чврсте фазе утичу мерна несигурност одређивања масе узорка на ваги, мерна несигурност одређивања температуре узорка и мерна несигурност масе тегова Морове ваге. Мерна несигурност одређивања масе узорка на ваги *Mettler* износила је $1 \cdot 10^{-4}$ g, измерена маса узорка износила је око 20 g, процењена стандардна несигурност средње вредности мерења масе узорка је $7,92 \cdot 10^{-4}$, па је мерна несигурност одређивања масе узорка парафина $4 \cdot 10^{-3}$ % мерене вредности.

Мерна несигурност мерења температуре састоји се од мерне несигурности термопара *K* типа (мерна несигурност одређена у претходном делу) и мерне несигурности коришћеног аквизиционог уређаја *Testo 176T4*. Мерна несигурност *Testo 176T4* уређаја, према спецификацији произвођача, износи $\pm 0,3$ °C. У складу са наведеним, мерна несигурност одређивања температуре узорка износи $\pm 1,53$ °C, односно за измерену вредност температуре узорка од 25 °C, процењена стандардна несигурност одређивања средње вредности температуре узорка је била 0,1 °C, па је мерна несигурност мерења температуре узорка 6,13 % од мерене вредности.

Имајући у виду да су тегови Морове ваге израђени од нерђајућег челика процењена је несигурност одређивања масе тегова као 1% од мерене вредности.

У складу са наведеним, мерна несигурност одређивања густине чврсте фазе парафина износи 6,21 % од мерене вредности, тј. проширена мерна несигурност одређивања густине чврсте фазе парафина износи 12,4% од мерене вредности.

Мерна несигурност одређивања густине течне фазе парафина

Одређивање густине течне фазе парафина вршено је помоћу ареометра мерног опсега од $760-820 \text{ kg/m}^3$, са резолуцијом мерења од 1 kg/m^3 и процењеном тачношћу мерења пола вредности најмањег подеока скале (фактор резолуције 0,5). У складу са тим, на мерну несигурност одређивања густине течне фазе утичу мерна несигурност мерења густине помоћу ареометра и мерна несигурност мерења температуре. Мерна несигурност мерења густине помоћу ареометра за дату резолуцију уређаја и фактор резолуције 0,5, као и правоугаону расподелу износи $0,3 \text{ kg}$ на целом мерном опсегу, па за средњу вредност измерене густине од 783 kg/m^3 , мерна несигурност мерења густине течне фазе износи $0,04\%$ мерене вредности. Током одређивања густине течне фазе парафина, помоћу термопара К типа и аквизиционог уређаја *Testo 176T4*, вршено је мерење температуре. Мерна несигурност овог мерног ланца је одређена у претходном делу и износи $1,53 \text{ }^\circ\text{C}$, односно за средњу вредност измерене температуре од $60 \text{ }^\circ\text{C}$, мерна несигурност износи $2,55\%$ мерене вредности. Несигурност одређивања густине течне фазе зависи од несигурности одређивања температуре. На основу измерених вредности густине течне фазе парафина за различите вредности температуре, коефицијент осетљивости износи $0,2 \text{ (kg/m}^3\text{)}/(^\circ\text{C})$, па је комбинована несигурност одређивања густине течне фазе парафина $0,606 \text{ kg/m}^3$. У складу са наведеним, комбинована мерна несигурност одређивања густине течне фазе износи $0,08\%$ мерене вредности, док је проширена мерна несигурност $0,16\%$ мерене вредности.

Мерна несигурност одређивања специфичног топлотног капацитета и топлоте промене фазе

Према спецификацији произвођача мерна несигурност одређивања специфичног топлотног капацитета и топлоте промене фазе износи ± 2 % на пуном мерном опсегу.

Мерна несигурност одређивања протока ваздуха гасним сатом

Под претпоставком да је густина ваздуха константна и да износи $1,15 \text{ kg/m}^3$ и да је допринос мерној несигурности услед несигурности мерења времена занемарљив, доприноси мерној несигурности одређивања протока су мерна несигурност одређивања температуре ваздуха, мерна несигурност одређивања пада притиска на мерној бленди и мерна несигурности мерења на гасном сату.

Мерна несигурност одређивања температуре ваздуха је одређена у претходном делу и износи $1,82 \text{ }^\circ\text{C}$. Средња вредност мерене температуре ваздуха на улазу у инсталацију је $20 \text{ }^\circ\text{C}$, процењена стандардна девијација одређивања средње вредности температуре $0,29 \text{ }^\circ\text{C}$, па је комбинована мерна несигурност одређивања температуре $1,82 \text{ }^\circ\text{C}$, тј. износи $9,1$ % мерене вредности.

Мерна несигурност одређивања пада притиска на мерној бленди за *Alnor AXD 560*, према спецификацији произвођача износи $0,025\%$ на пуном мерном опсегу од 4000 Pa , а за средњу вредност измереног пада притиска на мерној бленди од 750 Pa , процењена стандардна девијација одређивања средње вредности пада притиска је $2,74 \text{ Pa}$, па је комбинована мерна несигурност одређивања пада притиска $2,92 \text{ Pa}$, односно мерна несигурност одређивања пада притиска износи $0,39$ % мерене вредности.

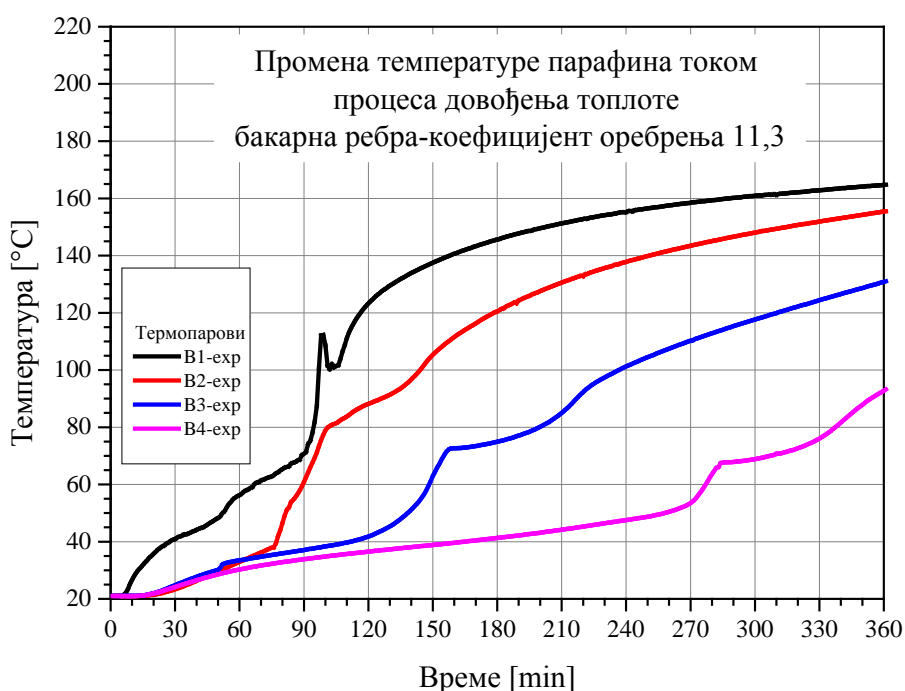
Мерна несигурност мерења протока помоћу гасног сата састоји се од мерне несигурности читавања и мерне несигурности уређаја, која је доступна на основу податка о еталонирању. Резолуција читавања коришћеног гасног сата износи $1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$ са фактором резолуције 1. У складу са тим, за правоугаону расподелу, мерна несигурност читавања протока на гасном сату износи $5,774 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{h}$, односно $8,019 \cdot 10^{-4} \%$ мерене вредности.

На основу податка о еталонирању мерна несигурност самог уређаја износи 1%, па је мерна несигурност гасног сата 1% мерене вредности.

У складу са наведеним, мерна несигурност одређивања протока ваздуха гасним сатом износи 9,16% мерене вредности.

7.6 Анализа експерименталних резултата

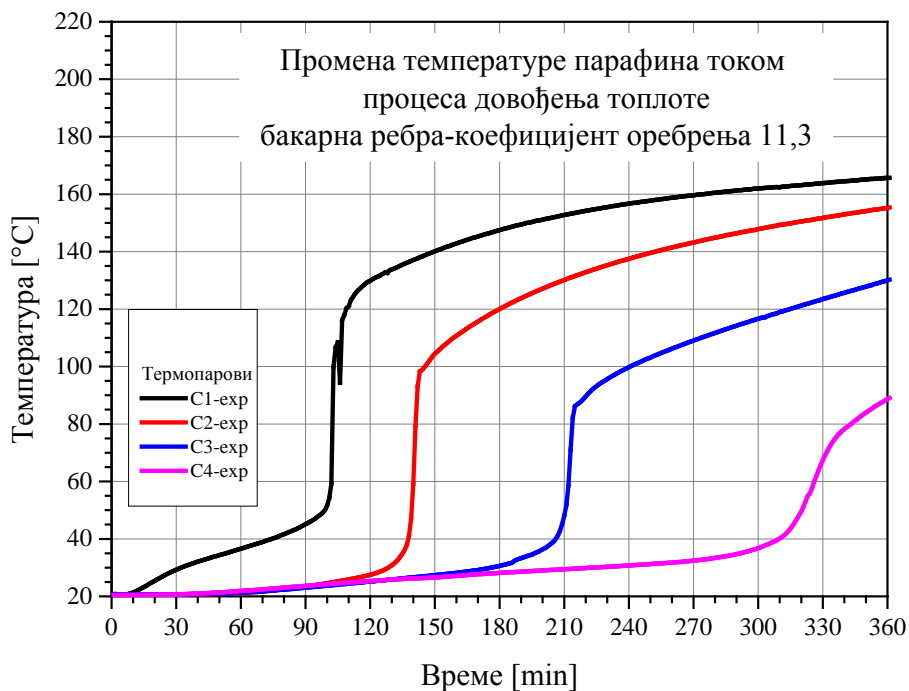
Као што је претходно наведено у делу који се односи на опис експерименталне инсталације, довођење топлоте ФПМ вршено је помоћу електричног грејача. Мерење температурског поља у ФПМ извршено је помоћу групе термопарова B_1, B_2, B_3, B_4 и C_1, C_2, C_3, C_4 . Промена температуре парафина у току времена током процеса довођења топлоте за варијанту II (фактор оребрења 11,3) приказана је на слици 60 и слици 61.



Слика 60. Промена температуре парафина током процеса довођења топлоте на позицији термопарова Б (варијанта II)

На основу слике 60 се може закључити да постоји нагли скок на свим позицијама термопарова. Овај скок настаје током процеса завршетка промене фазе на датој локацији термопара. На основу висине температурског скока може се закључити да што је процес довођења топлоте до тренутка промене фазе краћи то је температурни скок већи. Примера ради, овај температурни скок на позицији термопара B_4 је мањи него температурни скок на позицији термопара B_3 (исто важи и за термопарове B_2 и B_1). До истог закључка може се доћи посматрањем

промене температуре парафина на позицијама термопарова C_1, C_2, C_3, C_4 у току времена која је приказана на слици 61. И овде се може запазити да је температурни скок најмањи на позицији термопара у којој је процес довођења топлоте до тренутка промене фазе најдуже трајао.



Слика 61. Промена температуре парафина током процеса довођења топлоте на позицији термопарова Ц (варијанта II)

Такође се може запазити да је температурна стратификација у акумулатору топлоте изражена након 6 сати непрекидног довођења топлоте и до $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ (разлика температура на позицији термопарова B_3 и B_4 , односно термопарова C_3 и C_4).

С друге стране, одвођење топлоте од ФПМ је спроведено помоћу ваздуха који је у свим случајевима имао сталну температуру на улазу у акумулатор топлоте. Посматрана су три режима струјања која су дефинисана падовима притиска на мерној бленди од 75 Pa, 150 Pa и 300 Pa, тј. режими струјања којима на основу криве приказане на слици 59. одговарају запремински протоци ваздуха:

- I. Режим – пад притиска на мерној бленди 75 Pa – запремински проток ваздуха 5,58 dm³/s
- II. Режим – пад притиска на мерној бленди 150 Pa – запремински проток ваздуха 8,24 dm³/s
- III. Режим – пад притиска на мерној бленди 300 Pa – запремински проток ваздуха 11,55 dm³/s.

У случају одвођења топлоте ваздух је струјао кроз прстенасти пресек између централног и средишњег цилиндра акумулатора топлоте, где је површина овог пресека износила:

$$A = \frac{(0,44^2 - 0,4^2)\pi}{4} = 0,026 \text{ m}^2 \quad (119)$$

Имајући у виду да се радило о малим брзинама струјања ваздуха претпостављено је да је ваздух нестишљив, па је брзина струјања ваздуха добијена из израза за запремински проток ваздуха.

- I. $w_I = 0,215 \text{ m/s}$
- II. $w_{II} = 0,317 \text{ m/s}$
- III. $w_{III} = 0,444 \text{ m/s}$

За прстенасти попречни пресек хидраулички пречник је одређен као:

$$d_h = (d_s - d_u) = 440 - 400 = 40 \text{ mm} \quad (120)$$

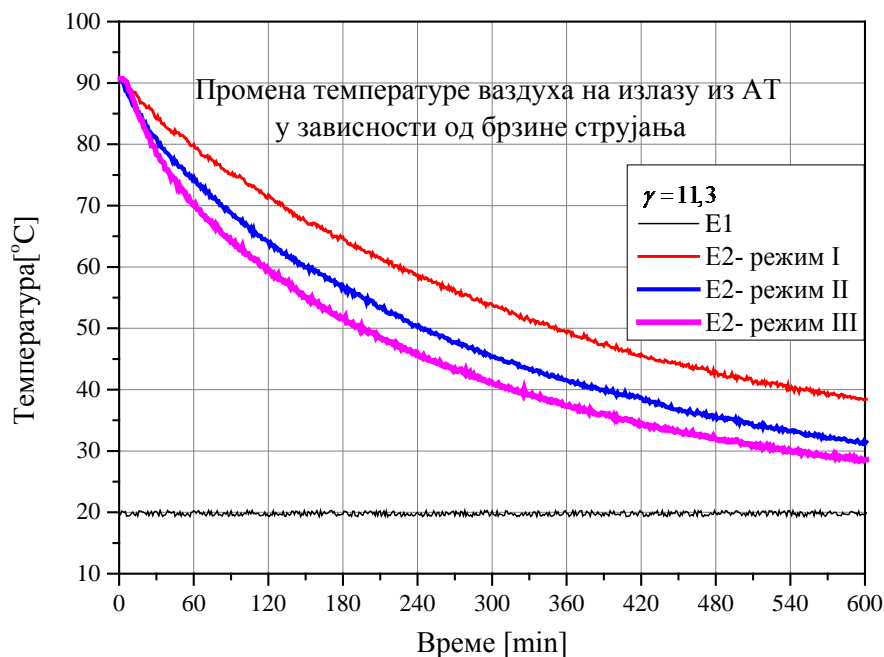
Температура ваздуха (припремљеног помоћу клима уређаја) на улазу у инсталацију током свих режима је износила 20 °C. Рејнолдсов број, при кинематској вискозности ваздуха $\nu = 15,08 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ [114], одређен за температуру ваздуха на улазу у инсталацију износи:

- I. Режим $Re_I \approx 570$

II. Режим $Re_{II} \approx 841$

III. Режим $Re_{III} \approx 1178$

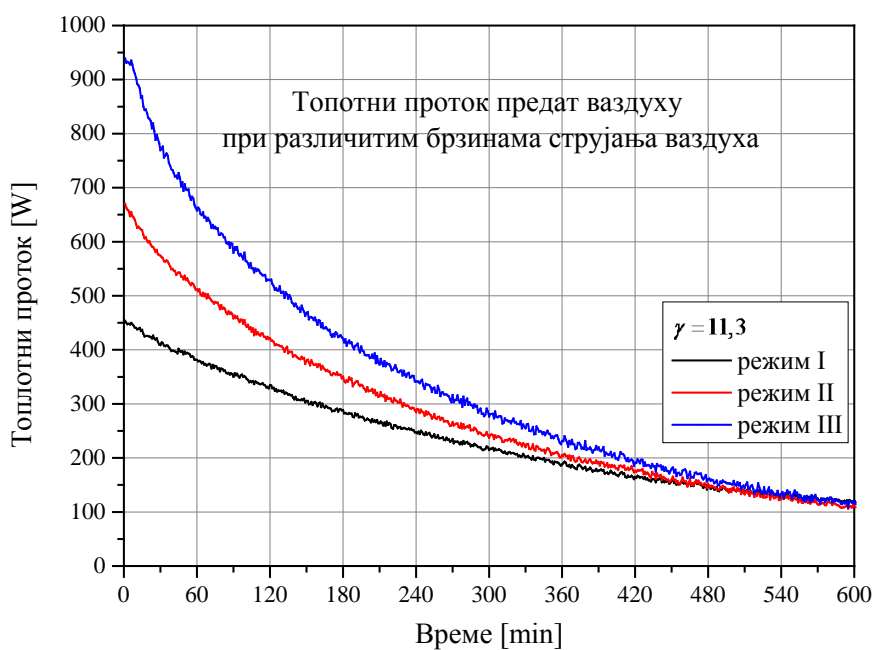
Промена температуре ваздуха у току времена на излазу из акумулатора топлоте приказана је на слици 62.



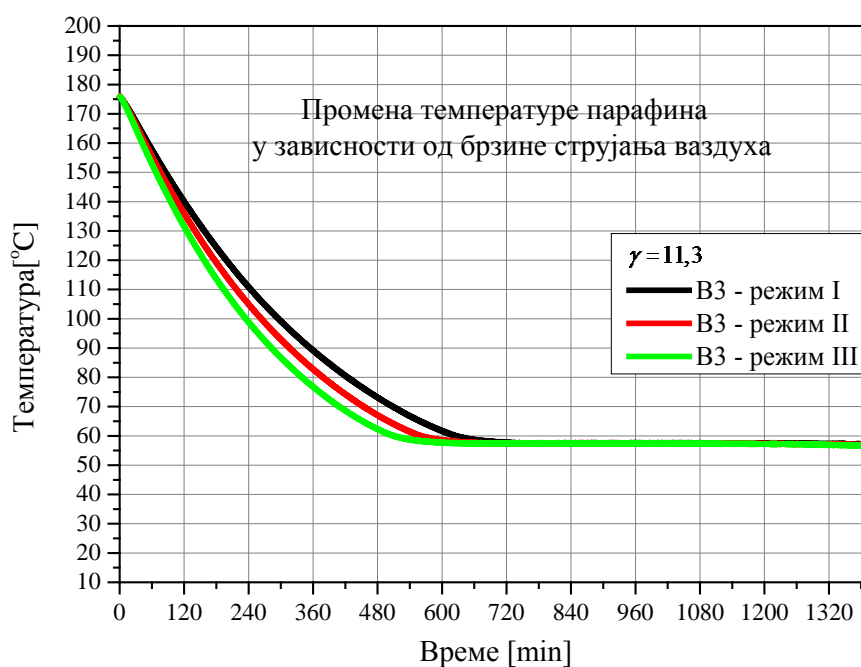
Слика 62. Промена температуре ваздуха на излазу из акумулатора топлоте за варијанту у току времена II

Термопар којим је мерена температура ваздуха на улазу у акумулатор топлоте означен је ознаком E1, док је ознаком E2 означен термопар који је мерио температуру ваздуха на излазу. Посматрана су три наведена режима струјања. Примера ради, уколико се претпостави да је минимална температура (корисна температура) ваздуха на излазу из акумулатора топлоте $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, онда се на основу слике 62 може закључити да режим струјања којем одговара највећа вредност Рејнолдсовог броја (режим III) доводи до достизања наведене температуре након 310 min . При режиму струјања II ова температура се достиже након 390 min , док се при најмањој брзини струјања ова температура достиже након 555 min . Као што је и

очекивано, већа брзина струјања доводи до већег топлотног флукса на ваздух, па је и брзина одвођења топлоте од ФПМ већа. На основу измерене вредности температуре ваздуха на улазу и излазу из акумулатора топлоте одређена је брзина промене топлотног флукса који ФПМ преда ваздуху у току процеса одвођења топлоте из акумулатора топлоте, што је приказано на слици 63.



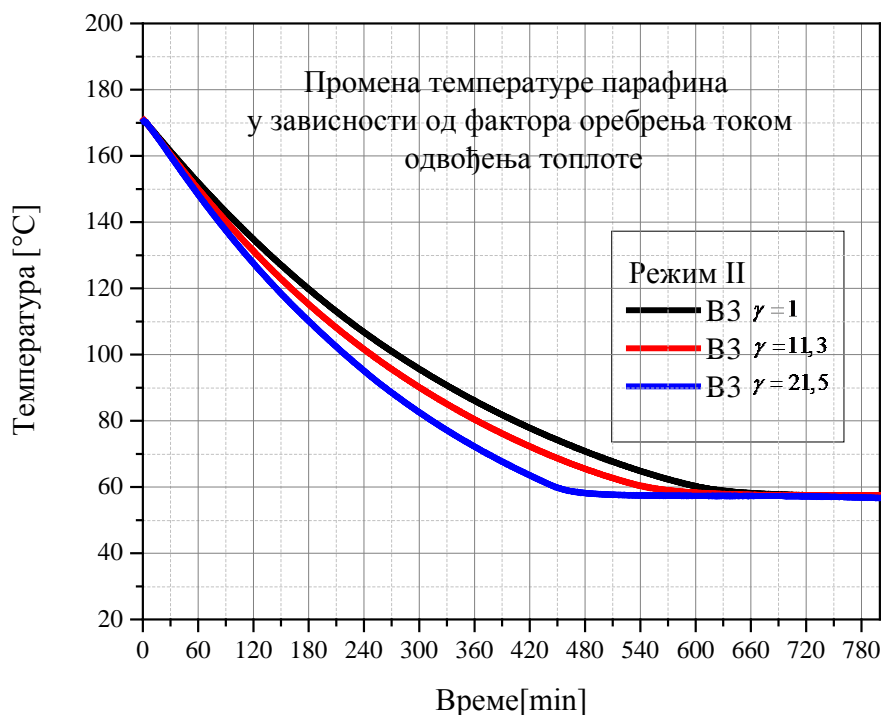
Слика 63. Промена топлотног протока са ФПМ на ваздух у току за варијанту II



Слика 64. Промена температуре ФПМ током процеса хлађења при различитим режимима струјања ваздуха за хлађење-конструкциона варијанта II

Такође се, на основу слике 64. може јасно уочити температура промене фазе, која се у овом случају одржава дужи временски период на вредности од 57 °C. Осим тога, уочава се да при режиму струјања II процес промене фазе (очвршћавање) почиње након 600 min хлађења, а да се завршава након 1320 min, а што се закључује на основу поновног започињања пада температуре парафина.

Утицај фактора оребрења на брзину хлађења ФПМ при истом режиму струјања ваздуха (режим II) може се сагледати посматрањем кривих приказаних на слици 65.



Слика 65. Промена температуре парафина током времена у зависности од фактора оребрења при одвођењу топлоте струјањем ваздуха у режиму II

На основу брзине достизања температуре промене фазе може се закључити да се повећањем фактора оребрења за 90,3% брзина хлађења парафина повећава за 30,4%. Поредићи овај податак са оствареним побољшањем у случају довођења топлоте, долази се до закључка да је, при датој конструкцији акумулатора топлоте, побољшање преношења топлоте остварено при процесу довођења топлоте између 3 и 4 пута веће него при одвођењу топлоте. Физичко објашњење овог закључка лежи у чињеници да процес хлађења акумулације започиње са већег пречника (са веће површине), па је и допринос оребрења у побољшању преношења топлоте мањи, док при довођењу топлоте процес довођења топлоте почиње са мањег пречника, па је и допринос оребрења у побољшању преношења топлоте већи.

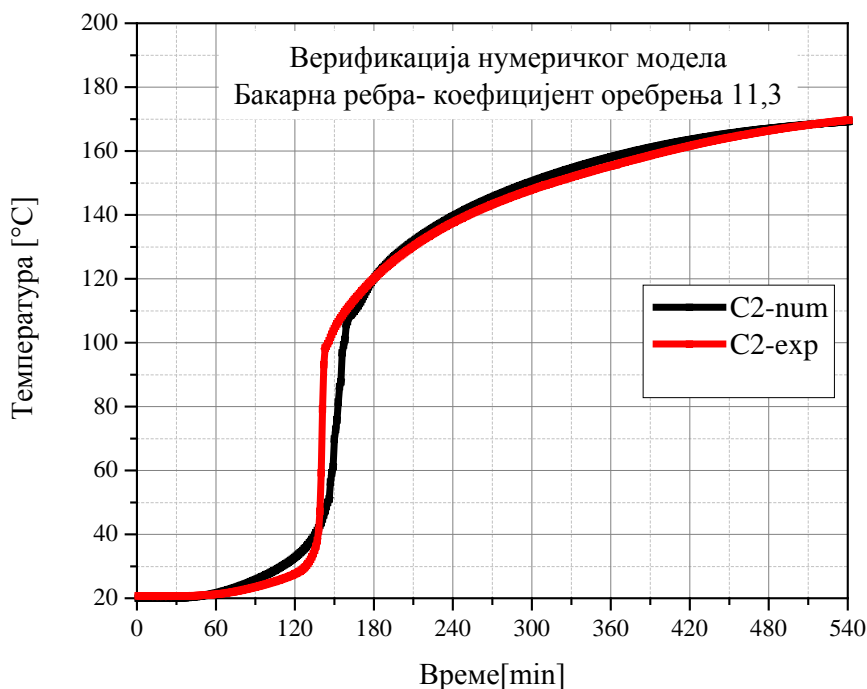
8 ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА

У циљу верификације резултата добијених нумеричким моделирањем процеса у акумулатору топлоте извршено је поређење ових резултата и резултата мерења добијених сопственим експериментима.

8.1 Поређење резултата модела и резултата мерења добијених сопственим експериментима

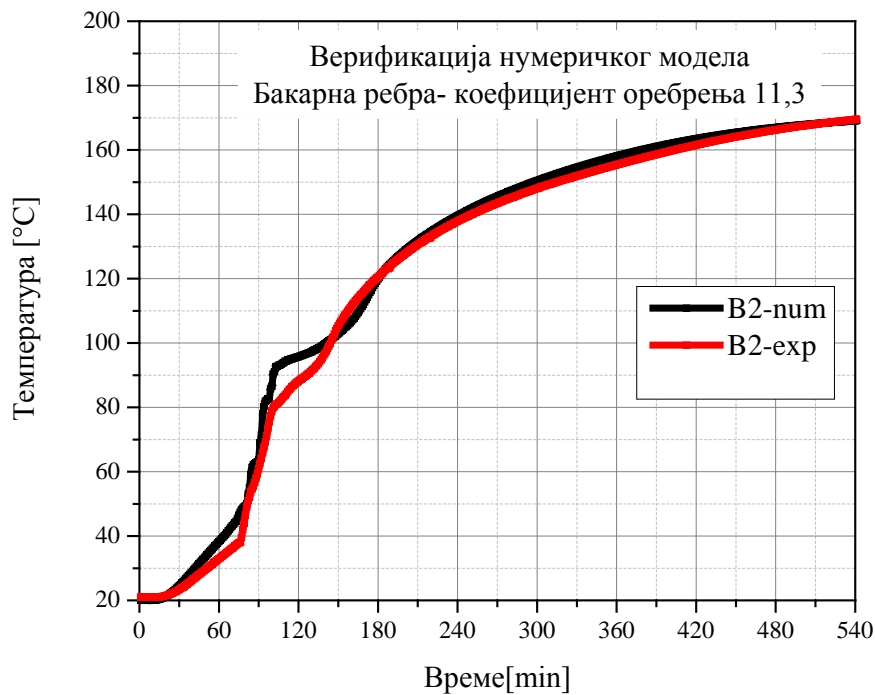
Како би се показало да су резултати добијени нумеричким моделирањем валидни, неопходно је извршити њихово поређење са резултатима добијеним сопственим експерименталним истраживањем или подацима доступним у литератури. Имајући у виду да се ради о акумулатору топлоте који је испуњен парафином одређених карактеристика, као и да се ради о специфичној геометрији самог акумулатора топлоте у коме се довођење топлоте постиже путем електричног грејача, верификација нумеричких резултата је спроведена експерименталним путем на сопственој апаратури. За верификацију резултата добијених нумеричким моделирањем одабрани су резултати мерења термопаровима постављеним у централном делу акумулатора топлоте, како би се избегао утицај присуства граничне површи на резултат мерења. На сликама 66, 67, 68 и 69 приказано је поређење нумерички и експериментално добијене промене температуре парафина у току времена на позицијама термопарова *B2*, *B3*, *C2* и *C3*. На основу слике 66 и слике 67 може се закључити да постоји задовољавајуће слагање резултата сопственог нумеричког модела и резултата добијених сопственим мерењем. Осим слагања вредности температуре може се запазити и задовољавајуће слагање карактера промене температуре. За разлику од претходно наведених слика на сликама 68 и 69 може се уочити одговарајуће одступање вредности температура на позицији термопарова *B3* и *C3*. Са довољном сигурношћу се може тврдити да је уочено одступање резултата последица уведених претпоставки приликом решавања

једначина математичког модела, а које су се односиле на апроксимацију вредности термофизичких величина. Ово се првенствено односи на Бусинескову апроксимацију којом је узета у обзир узгонска сила, али је занемарена разлика у густини флуида која директно дефинише температурну стратификацију у ФПМ.

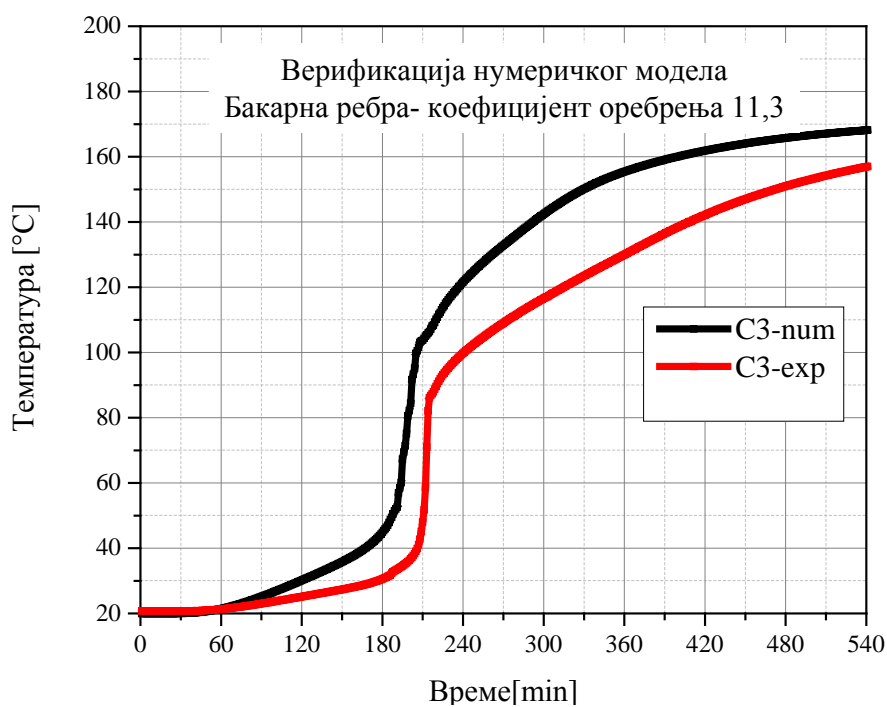


Слика 66. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С2

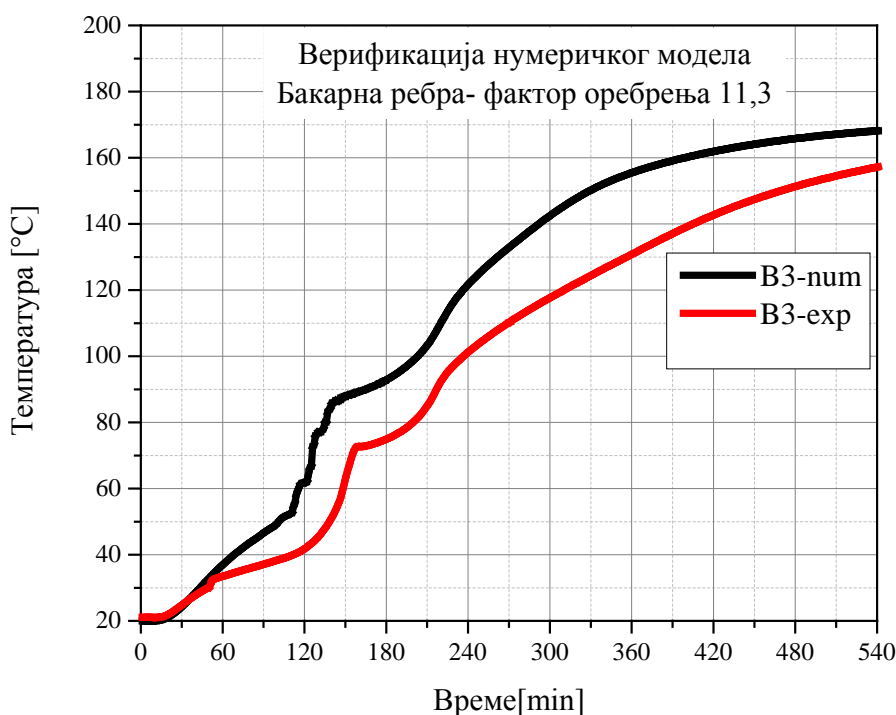
Осим тога немогуће је потпуно топлотно изоловати акумулатор топлоте, па је увек присутан топлотни проток од ФПМ ка околини, што збирно доводи до довођења мање количине топлоте ФПМ-у у јединици времена. Такође, спој између ребра и чауре грејача није идеалан, тј. присутни су контактни отпори који доводе до смањења топлотног протока ка ФПМ.



Слика 67. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара В2



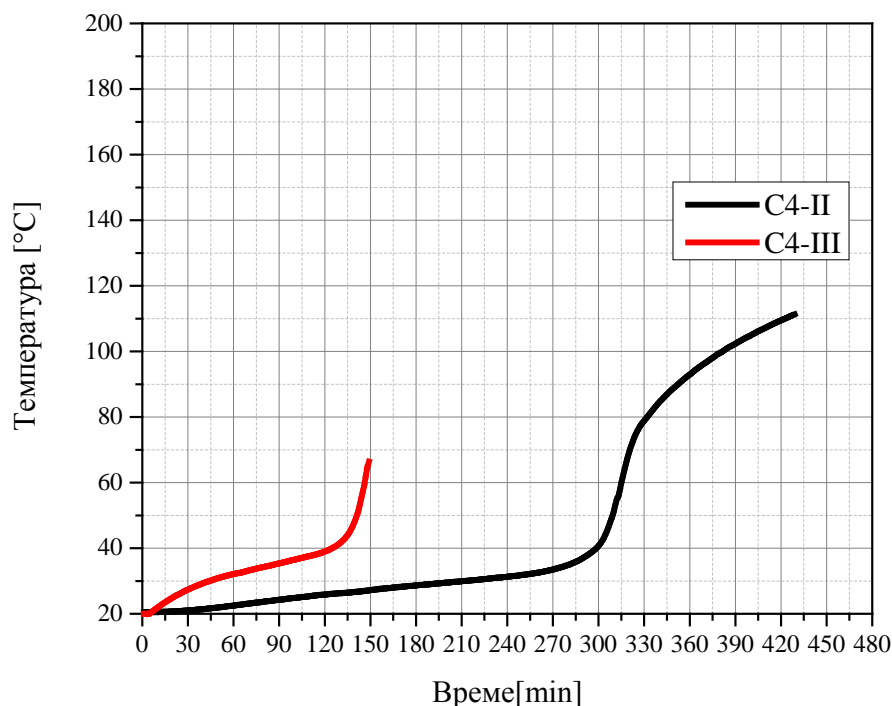
Слика 68. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С3



Слика 69. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара В3

Осим верификације добијених кривих за промену температуре на различитим позицијама термопарова могуће је извршити и експерименталну верификацију криве приказане на слици 36, која представља криву зависности времена топљења ФПМ од фактора оребрења. Наиме, пратећи промене температуре на позицији термопарова С4 у случају варијанте I, II, и III и знајући чињеницу да се ради о термопару којим ће бити регистрована промена фазе на најнижој тачки у акумулатору топлоте, тј. позиција на којој ће најкасније доћи до завршетка промене фазе парафина, може се проверити валидност криве приказане на слици 36. На основу праћења температурског профила добијеног мерењем температуре помоћу термопара С4 приказаног на слици 70, могуће је закључити да се промена фазе на локацији термопара С4, а на основу скока температуре, завршава приближно након 150 min за случај оребрења са 12 бакарних ребара (варијанта III), односно 330 min за случај оребрења са 6 бакарних ребара (варијанта II). Поређењем ових закључака

и криве приказане на слици 36 може се констатовати веома добро слагање са нумерички добијеном кривом зависности фактор оребрења-време топљења. Такође, карактер кривих добијених поступком нумеричког моделирања и кривих добијених експерименталним истраживањем је потпуно сагласан и конзистентан.



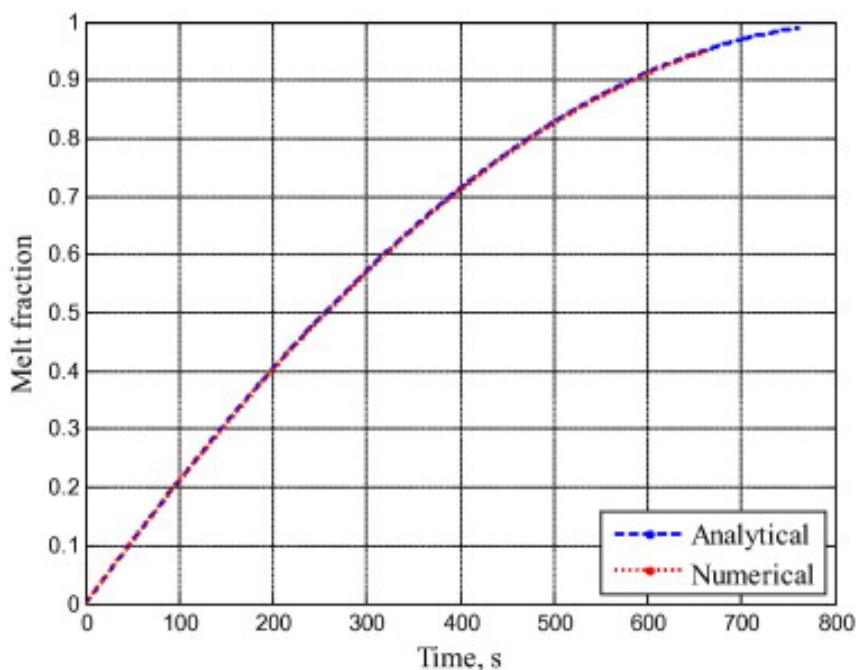
Слика 70. Експериментално добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С4 при варијантама II и III

8.2 Поређење сопствених нумеричких резултата и резултата других аутора

Примењени приступ у анализи оствареног побољшања преношења топлоте је јединствен како у погледу конструкције акумулатора топлоте, тако и у погледу праћења оствареног побољшања преношења топлоте у акумулатору топлоте испуњеног ФПМ (праћење оствареног побољшања у функцији фактора оребрења). Поред тога, у литератури се може наћи мали број радова у којима се примењује тзв. унутрашње генерисање топлоте (*Internal Heat Generation (IHG)*) [115]. Такође, највећи број радова се

односи на мање запремине ФПМ него што је то случај у овом истраживању. Различитост која се огледа у геометрији акумулатора топлоте, материјалима испуне и оребрења, као и граничном услову који дефинише процес довођења топлоте, доводи до тога да је квантитативно поређење сопствених резултата и резултата других аутора веома условно и сложено. У складу са тим, поређење добијених резултата је могуће спровести једино на квалитативном нивоу посматрајући и поредећи поједине карактеристичне величине. У даљем излагању су приказани неки од карактеристичних радова.

У раду [116] је спроведена анализа топљења ФПМ у хоризонтално постављеном коаксијалном цилиндру. Иако се ова дисертација односи на вертикални тип акумулатора топлоте, било је интересно да се пореде решења са становишта физике процеса топљења. У наведеном раду унутрашњи пречник цилиндра је износио 12 mm, док је спољашњи пречник износио 44 mm.

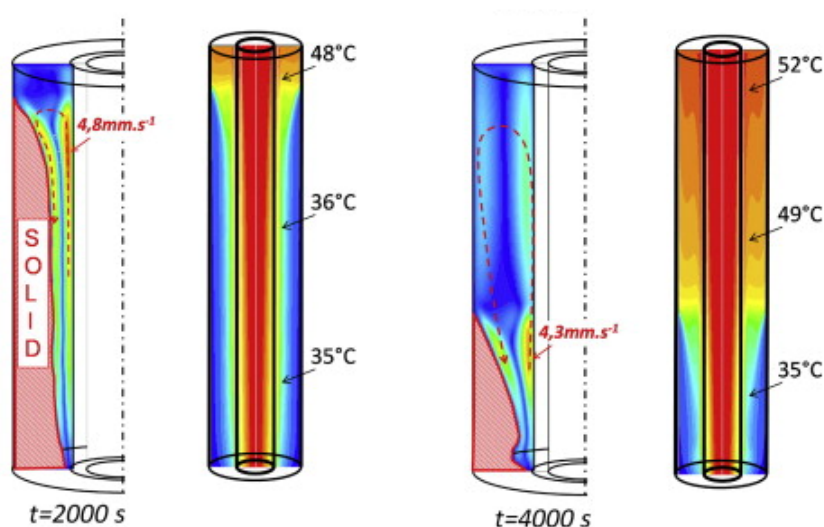


Слика 71. Поређење нумеричких и експерименталних резултата у раду [116]

Унутрашњи цилиндар је био оребрен са 3 подужна ребра димензија 180x15.5x3 mm. Температура промене фазе радног медијума је износила 36,7 °С. Температура НТФ-а на улазу у унутрашњи цилиндар износила је 56,7 °С. Као резултат спроведеног нумеричког моделирања и експерименталног истраживања добијена је зависност запреминског удела течне фазе радног медијума од времена приказана на слици 71.

У раду [117] је спроведена анализа топљења ФПМ око вертикално постављеног коаксијалног цилиндра. Унутрашњи пречник цилиндра износио је 15 mm, док је спољашњи пречник износио 44 mm. Радни медијум је био парафин RT35, топлоте промене фазе 157 kJ/kg и температуре топљења 35 °С.

На слици 72 је приказан добијени температурни профил у радном медијуму након 2000, односно 4000 s.



Слика 72. Резултати нумеричког моделирања промене фазе парафина у вертикалном цилиндру дати у раду [117]

Поређећи сопствене нумеричке резултате приказане на слици 35 и резултат приказан на слици 71, може се уочити да добијене зависности

имају сагласан карактер. Такође, поредећи сопствене резултате за температурни профил, који су приказани сликама 28, 29, и 30, са резултатом датим на слици 72, може се уочити да постоји сличан температурни профил и да се процес промене фазе одвија готово на подударан начин.

9 ЗАКЉУЧАК

Акумулатори топлоте представљају важан елемент у премошћавању временске неусклађености између потреба за енергијом и њене доступности. Они такође доприносе повећању енергетске ефикасности енергетских система на начин да обезбеђују могућност коришћења уређаја мање снаге, који дужи временски период раде у номиналним (пројектним) условима рада. Акумулатори топлоте са ФПМ као испуном, за разлику од класичних акумулатора топлоте, пружају могућност складиштења топлоте при приближно константној температури ФПМ и имају већу густину складиштења енергије. Истраживања су показала да је основни недостатак примене ФПМ мала топлотна проводљивост ФПМ, што доводи до отежаног преношења топлоте кроз ФПМ. Директна последица наведеног проблема је предуго трајање процеса промене фазе, дуже од периода времена у коме је доступан топлотни извор. На основу критичког прегледа литературе утврђено је да постоји неколико начина за превазилажење наведеног проблема мале топлотне проводљивости ФПМ. Као најпоузданији начин за побољшање преношења топлоте кроз ФПМ показала се уградња металних ребара помоћу којих се постиже повећање површине за размену топлоте и врши усмеравање топлотног протока ка удаљеним зонама ФПМ. Запажено је да су се досадашња истраживања, везана за овај метод побољшања преношења топлоте у ФПМ, односила на истраживање утицаја појединачних геометријских параметара на побољшање преношења топлоте кроз ФПМ и да није урађена анализа спрегнутог утицаја свих геометријских параметара на брзину промене фазе. На бази тога дефинисани су и основни циљеви спроведеног истраживања. Од посебног значаја је то што је у овој дисертацији уведен и коришћен свеобухватни геометријски фактор (фактор оребрења), који узима у обзир све димензије оребрења. На основу фактора оребрења је посматран утицај оребрења на време промене фазе ФПМ. Дефинисан је физички модел, описан одговарајућим математичким моделом који се

састоји од једначина закона о одржања масе, количине кретања и енергије. Као допунске једначине математичког модела коришћене су једначине помоћу којих је дефинисана веза између енталпије и температуре, односно између температуре и порозности (псеудо-порозности) двофазне области ФПМ. Решавање једначина математичког модела, уз увођење неопходних претпоставки и поједностављења, извршено је нумеричким поступком. Дискретизација једначина математичког модела извршена је методом коначних запремина. За решавање спрегнутог система једначина за поље брзине и поље притиска коришћен је нестационарни *Semi-Implicit Pressure-Linked Equations (SIMPLE)* алгоритам. Помоћу развијеног нумеричког модела у софтверском пакету *Fluent* извршено је моделирање процеса промене фазе у акумулатору топлоте за три варијанте геометрије површи за размену топлоте и то: геометрија без ребара, геометрија са шест и са дванаест подужних ребара.

Параметри нумеричког модела одређени су стандардним мерењима, тј. експериментално су одређене следеће термофизичке карактеристике ФПМ (парафина Е53): густина (чврсте и течне фазе), специфични топлотни капацитет (чврсте и течне фазе) и топлота промене фазе (топлота топљења ФПМ). Поред тога, експериментално је одређен гранични услов на површи чауре електричног грејача који је дефинисан преко граничног услова друге врсте тј. у овом случају преко зависности топлотног флукса од висине чауре електричног грејача. Због потребе коришћења овог граничног услова, у софтверском пакету *Fluent*, у програмском језику *C*, написан је подпрограм који је путем *UDF* функције имплементиран и коришћен у софтверском пакету *Fluent*.

У циљу верификације нумеричког модела и резултата нумеричких симулација процеса промене фазе у акумулатору топлоте са ФПМ као испуном осмишљена су сопствена експериментална истраживања. У том циљу је конструисана и изведена експериментална инсталација за

испитивање термомеханичких процеса у акумулаторима топлоте са ФПМ. Експериментална инсталација је конструисана на начин да се омогући истовремени процес довођења и одвођења топлоте и обезбеди мерење потребних величина у циљу добијања потпуне, тј. аутентичне слике процеса промене фазе у акумулатору топлоте. Поређењем резултата добијених нумеричким поступком и експериментално добијених резултата утврђено је да на већини позиција термопарова постоји задовољавајуће слагање резултата. Уочена одступања вредности температуре на појединим позицијама последица су увођења претпоставке везане за константну густину флуида, а која утиче и на температурну стратификацију у акумулатору топлоте. Поред тога постоји потпуно слагање нумерички и експериментално добијеног карактера промене температуре у току времена.

У дисертацији су приказани резултати побољшања преношења топлоте у вертикално постављеном акумулатору топлоте са ФПМ као испуном добијени нумеричким и експерименталним истраживањем, а које је постигнуто оребравањем површи за размену топлоте. Као критеријум побољшања преношења топлоте, у току процеса довођења топлоте, коришћено је време промене фазе, док је током одвођења топлоте критеријум била брзина достизања температуре промене фазе (температуре очвршћавања).

У циљу сагледавања утицаја појединих параметара нумеричког модела на процес промене фазе урађена је параметарска анализа нумеричког модела, као и анализа дела резултата добијених експерименталним истраживањем. Параметарском анализом нумеричких и експерименталних резултата утврђено је да материјал ребра има велики утицај на брзину топљења. Релативно смањење времена топљења остварено бакарним ребрима у односу на челична ребра износи 49,4%, тј. коришћењем бакарних уместо челичних ребара могуће је смањити време

топљења за приближно 50%. Коришћењем бакарних ребара, у поређењу са алуминијумским ребрима, релативно смањење времена топљења ФПМ износи 8,6%.

Како би се вршило поређење различитих варијантних решења као бездимензионални фактор је уведен фактор оребрења. Утврђено је да се уградњом бакарних ребара, у поређењу са неоребреним електричним грејачем, време топљења ФПМ може смањити у значајној мери. Уколико се фактор оребрења повећа 11,3 пута време топљења се смањује приближно 4,43 пута. Уколико се, у односу на неоребрени грејач (фактор оребрења једнак јединици), фактор оребрења повећа 21,5 пута долази до смањења времена топљења 8,3 пута. Уколико се фактор оребрења, у односу на оребрени грејач, повећа за 90,3% време промене фазе се скраћује 1,9 пута, тј. приближно 2 пута. Дакле, скраћивање времена промене фазе узроковано повећањем површине за размену топлоте приближно је сразмерно повећању вредности фактора оребрења. Ово има велики практични значај јер се за познато време доступности топлотног извора (директно сунчево зрачење, неискоришћена топлота у технолошким процесима и сл.), као и познату температуру топлотног извора може одредити потребна површина за размену топлоте са стране ФПМ.

Осим наведеног, нумеричке симулације су спроведене и варирањем вредности максималне температуре на електричном грејачу за случај оребрења са подужним бакарним ребрима при фактору оребрења од 11,3. Као резултат овог истраживања закључено је да смањење вредности Стефановог броја има значајан утицај на повећање времена топљења ФПМ.

Поређењем експерименталних резултата добијених током процеса одвођења топлоте од ФПМ утврђено је да брзина струјања грејаног флуида има велики утицај на брзину одвођења топлоте. Закључено је да се

повећањем фактора оребрења за 90,3% брзина хлађења ФПМ повећава за 30,4%, што је више од три пута мање него у случају довођења топлоте.

Научни допринос докторске дисертације се огледа у оригиналном приступу праћења побољшања преношења топлоте кроз ФПМ које се постиже оребравањем површи за размену топлоте помоћу металних ребара. Поред тога, научни допринос представља развијени нумерички модел помоћу којег је могуће испитивати примену других ФПМ, примену друге геометрије и материјала оребрења, других температурних опсега и вршити оптимизацију геометрије и рада акумулатора топлоте. Добијени резултати поред научног доприноса, имају и практични значај у погледу одређивања потребне површине за размену топлоте у акумулаторима топлоте са ФПМ. Експериментална инсталација која је изграђена у оквиру докторске дисертације и која је део резултата рада на дисертацији омогућава испитивање акумулације топлоте у готово свим тренутно познатим ФПМ, али и материјалима који не мењају фазу а се користе за акумулацију топлоте при вишим температурама.

У складу са наведеним, како би се употпунила слика истраживања у разматраној области, али и извршило поређење резултата мерења добијених сопственим експериментима за процес одвођења топлоте од ФПМ, као даљи ток рада у предметној области отвара се могућност допуне развијеног нумеричког модела на процес одвођења топлоте од ФПМ. На основу развијеног нумеричког модела биће могуће спровести оптимизацију геометрије оребрења, како би се добила оптимална дебљина, висина, дужина, као и облик ребара..

ЛИСТА СЛИКА

Слика 1. Покривање дела топлотног оптерећења помоћу акумулатора топлоте	7
Слика 2. Пример коришћења акумулатора топлоте у КГХ системима [10]	8
Слика 3. Примена акумулатора топлоте у соларним системима за производњу електричне енергије [2]	9
Слика 4. Предност коришћења акумулације топлоте у АТПФ у односу на АТПФ при температури промене фазе ФПМ од 60°C	14
Слика 5. Подела ФПМ [24]	20
Слика 6. Зависност енталпија-температура током топљења и очвршћавања за органски и неоргански ФПМ [25]	21
Слика 7. Расподела температуре за једнобласни проблем топљења а) и очвршћавања б) [34]	29
Слика 8. Двообласни проблем топљења а) и очвршћавања б) [34]	30
Слика 9. Очвршћавање вишекомпонентног ФПМ [34]	31
Слика 10. Граница фаза током процеса топљења(очвршћавања)	32
Слика 11. Бездимензионални температурни профил у датом тренутку времена за случај двофазног проблема [34]	36
Слика 12. Почетни и гранични услови за решавање топљења материјала цилиндричне геометрије [38]	41
Слика 13. Дубина температурног пенетрационог слоја [34]	44
Слика 14. Зависност енталпије од температуре за случај промене фазе при константној(а) и променљивој(б) температури [38]	51
Слика 15. Зависност еквивалентног специфичног топлотног капацитета од температуре [38]	53

Слика 16. Експериментална инсталација соларног колектора и акумулатора топлоте [69]	58
Слика 17. Повећање топлотне проводљивости парафина у зависности од масеног удела ЕГ а) чист парафин, б) парафин са 10% ЕГ [69]	60
Слика 19. Зависност топлотне проводљивости мешавине ФПМ-а и ЕГ од масеног удела ЕГ [69]	61
Слика 19. Бакарна кошуљица испуњена парафином [78]	62
Слика 20. Хоризонтално постављена цев са попречним кружним ребрима [88]	65
Слика 21. Побољшање преношења топлоте профилисаним бакарним лимовима [89]	65
Слика 22. Геометријски модел акумулатора топлоте са 6 подужних ребара (уздужни пресек)	70
Слика 23. Почетни услови	83
Слика 24. Граничне површи физичког модела	84
Слика 25. Експериментално добијена функција температуре површи чауре грејача у зависности од висине	88
Слика 26. Процедура нумеричке симулације у Fluent-у[107]	93
Слика 27. Пример генерисане мреже	94
Слика 28. Температурно поље у акумулатору топлоте након 30 односно 60 min довођења топлоте (Варијанта II)	100
Слика 29. Температурно поље у акумулатору топлоте након 120 односно 180 min довођења топлоте (Варијанта II)	101
Слика 30. Температурно поље у акумулатору топлоте након 240 односно 265 min довођења топлоте (Варијанта II)	102
Слика 31. Промена температуре у акумулатору топлоте у равни пресека на висини $z=150\text{mm}$ током довођења топлоте (Варијанта II)	103

Слика 32. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 60 односно 120 min довођења топлоте (Варијанта II)	104
Слика 33. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 180 односно 240 min довођења топлоте (Варијанта II)	105
Слика 34. Запремински удео течне фазе у ФПМ након 264 min довођења топлоте (Варијанта II)	106
Слика 35. Запремински удео течне фазе у ФПМ током процеса довођења топлоте	107
Слика 36. Утицај фактора оребрења на време топљења ФПМ за случај бакарних ребара	107
Слика 37. Запремински удео течне фазе парафина при различитим материјалима ребра за варијанту II	109
Слика 38. Зависност времена топљења ФПМ од топлотне проводљивости материјала ребра при варијанти II	109
Слика 39. Зависност времена топљења ФПМ од топлотне проводљивости материјала ребра при варијанти II	111
Слика 40. Мерење густине чврсте фазе парафина помоћу Морове ваге	114
Слика 41. Мерење густине течне фазе парафина	114
Слика 42. Зависност густине течне фазе парафина од температуре	115
Слика 43. Уређај за мерење топлотне проводљивости и ефузивности материјала	116
Слика 44. Мерење топлотне проводљивости парафина E53	118
Слика 45. Зависност топлотне проводљивости парафина E53 од температуре	119
Слика 46. Осредњавање вредности топлотне проводљивости за усвојене температурне интервале	119
Слика 47. Уређај за мерење топлоте промене фазе и специфичног топлотног капацитета DSC EVO 131	121

Слика 48. Мерење топлотног капацитета помоћу DSC-а	122
Слика 49. Снимак мерења специфичног топлотног капацитета и специфичне топлоте промене фазе парафина E53 на уређају DSC EVO 131 у току процеса довођења топлоте	123
Слика 50. Зависност специфичног топлотног капацитета парафина E53 од температуре и топлоте промене фазе при процесу топљења	123
Слика 51. Блок шема експерименталне инсталације	126
Слика 52. Акумулатор топлоте	127
Слика 53. Склопни цртеж акумулатора топлоте	128
Слика 54. Модел и изведено стање склопа чауре и грејача	129
Слика 55. Изглед склопа електричног грејача и чауре са 6 подужних бакарних ребара	131
Слика 56. Положај термопарова у акумулатору топлоте	132
Слика 57. Носач термопарова	134
Слика 58. Аквизициони систем KEITHLEY	135
Слика 59. Зависност пада притиска ваздуха на мерној бленди од запреминског протока ваздуха	136
Слика 60. Промена температуре парафина током процеса довођења топлоте на позицији термопарова Б (варијанта II)	142
Слика 61. Промена температуре парафина током процеса довођења топлоте на позицији термопарова Ц (варијанта II)	143
Слика 62. Промена температуре ваздуха на излазу из акумулатора топлоте за варијанту у току времена II	145
Слика 63. Промена топлотног протока са ФПМ на ваздух у току за варијанту II	146

Слика 64. Промена температуре ФПМ током процеса хлађења при различитим режимима струјања ваздуха за хлађење-конструкциона варијанта II	147
Слика 65. Промена температуре парафина током времена у зависности од фактора оребрења при одвођењу топлоте струјањем ваздуха у режиму II	148
Слика 66. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С2	150
Слика 67. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара В2	151
Слика 68. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С3	151
Слика 69. Поређење експериментално и нумерички добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара В3	152
Слика 70. Експериментално добијене промене температуре парафина током времена на локацији термопара С4 при варијантама II и III	153
Слика 71. Поређење нумеричких и експерименталних резултата у раду [116]	154
Слика 72. Резултати нумеричког моделирања промене фазе парафина у вертикалном цилиндру дати у раду [117]	155

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ezan, M.A., Ozdogan, M., Gunerhan, H., Ereğ, A., et al., Energetic and exergetic analysis and assessment of a thermal energy storage (TES) unit for building applications. *Energy and Buildings* 2010, 42, 1896–1901.
- [2] Cabeza, L.F., 3.07 - Thermal Energy Storage, Elsevier, Oxford 2012.
- [3] Pandiyarajan, V., Chinna Pandian, M., Malan, E., Velraj, R., et al., Experimental investigation on heat recovery from diesel engine exhaust using finned shell and tube heat exchanger and thermal storage system. *Applied Energy* 2011, 88, 77–87.
- [4] Mahmud, A., Sopian, K., Alghoul, M.A., Sohif, M., et al., Using a paraffin wax-aluminum compound as a thermal storage material in a solar air heater. *Journal of Engineering and Applied Sciences* 2009, 4, 74–77.
- [5] Kosi, F.F., Zivkovic, B., Komatina, M.S., Antonijevic, D., et al., Handbook of Research on Advances and Applications in Refrigeration Systems and Technologies, IGI Global, 2015.
- [6] Oró, E., Miró, L., Farid, M.M., Cabeza, L.F., Improving thermal performance of freezers using phase change materials. *International Journal of Refrigeration* 2012, 35, 984–991.
- [7] Tan, H., Li, C., Li, Y., Simulation research on PCM freezing process to recover and store the cold energy of cryogenic gas. *International Journal of Thermal Sciences* 2011, 50, 2220–2227.
- [8] Azzouz, K., Leducq, D., Gobin, D., Performance enhancement of a household refrigerator by addition of latent heat storage. *International Journal of Refrigeration* 2008, 31, 892–901.
- [9] Azzouz, K., Leducq, D., Gobin, D., Enhancing the performance of household refrigerators with latent heat storage: An experimental investigation. *International Journal of Refrigeration* 2009, 32, 1634–1644.
- [10] <http://www.calmac.com/lower-cooling-costs>. n.d.
- [11] Dincer, I., Thermal Energy Storage Systems and Applications, Second Edition, 2008.
- [12] Dincer, I., On thermal energy storage systems and applications in buildings. *Energy and Buildings* 2002, 34, 377–388.

-
- [13] Al-Abidi, A.A., Bin Mat, S., Sopian, K., Sulaiman, M.Y., et al., Review of thermal energy storage for air conditioning systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2012, 16, 5802–5819.
- [14] Agyenim, F., Hewitt, N., Eames, P., Smyth, M., A review of materials, heat transfer and phase change problem formulation for latent heat thermal energy storage systems (LHTESS). *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2010, 14, 615–628.
- [15] Hasnain, S.M., Review on sustainable thermal energy storage technologies, Part I: heat storage materials and techniques. *Energy Conversion and Management* 1998, 39, 1127–1138.
- [16] Zalba, B., Marín, J.M., Cabeza, L.F., Mehling, H., Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications. *Applied Thermal Engineering* 2003, 23, 251–283.
- [17] Sharma, A., Tyagi, V. V, Chen, C.R., Buddhi, D., Review on thermal energy storage with phase change materials and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2009, 13, 318–345.
- [18] H.P. Garg; S.C. Mullick; A.K. Bhargava, Solar Thermal Energy Storage, D. Reidel Publishing CO., Dordrecht, Holland 1985.
- [19] D.V. Hale; M.J. Hoover; M.J. O'Neill, Phase Change Materials Hand Book, NASA, Marshal Space Flight Center. Alabama 1971.
- [20] Abhat, A., Low temperature latent heat thermal energy storage: Heat storage materials. *Solar Energy* 1983, 30, 313–332.
- [21] A review on phase change energy storage: materials and applications: Farid, M. M. et al. *Energy Conversion and Management*, 2004, 45, (9–10), 1597–1615. *Fuel and Energy Abstracts* 2004, 45, 412.
- [22] Osterman, E., Tyagi, V. V, Butala, V., Rahim, N.A., et al., Review of PCM based cooling technologies for buildings. *Energy and Buildings* 2012, 49, 37–49.
- [23] Cabeza, L.F., Castell, A., Barreneche, C., de Gracia, A., et al., Materials used as PCM in thermal energy storage in buildings: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2011, 15, 1675–1695.
- [24] Sharma, S.D., Sagara, K., Latent Heat Storage Materials and Systems: A Review. *International Journal of Green Energy* 2005, 2, 1–56.

-
- [25] Lázaro, A., Günther, E., Mehling, H., Hiebler, S., et al., Verification of a T-history installation to measure enthalpy versus temperature curves of phase change materials. *Measurement Science and Technology* 2006, 17, 2168–2174.
- [26] Himran, S., Suwano, A., Mansoori, G., Characterization of Alkanes and Paraffin Waxes for Application as Phase Change Energy Storage Medium. *Energy Sources* 1994, 16, 117–128.
- [27] Cho, K., Choi, S.H., Thermal characteristics of paraffin in a spherical capsule during freezing and melting processes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2000, 43, 3183–3196.
- [28] Enibe, S.O., Performance of a natural circulation solar air heating system with phase change material energy storage. *Renewable Energy* 2002, 27, 69–86.
- [29] He, B., Setterwall, F., Technical grade paraffin waxes as phase change materials for cool thermal storage and cool storage systems capital cost estimation. *Energy Conversion and Management* 2002, 43, 1709–1723.
- [30] Sari, A., Form-stable paraffin/high density polyethylene composites as solid-liquid phase change material for thermal energy storage: preparation and thermal properties. *Energy Conversion and Management* 2004, 45, 2033–2042.
- [31] Trp, A., An experimental and numerical investigation of heat transfer during technical grade paraffin melting and solidification in a shell-and-tube latent thermal energy storage unit. *Solar Energy* 2005, 79, 648–660.
- [32] Akgün, M., Aydın, O., Kaygusuz, K., Experimental study on melting/solidification characteristics of a paraffin as PCM. *Energy Conversion and Management* 2007, 48, 669–678.
- [33] Zalba, B., Marin, J.M., Cabeza, L.F., Mehling, H., Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications. *Applied Thermal Engineering* 2003, 23, 251–283.
- [34] Faghri, A., Zhang, Y., 6 - Melting and Solidification- Transport Phenomena in Multiphase Systems, in: Academic Press, Boston 2006, pp. 421–530.
- [35] Stefan, J., Ueber die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere. *Annalen Der Physik* 1891, 278, 269–286.

-
- [36] Neumann, F., Die partiellen Differential-gleichungen der mathematischen Physik, 2nd ed., 1912.
- [37] Paterson, S., Propagation of a Boundary of Fusion. *Proceedings of the Glasgow Mathematical Association* 1953, 1, 42.
- [38] Argyropoulos, H.H. and S.A., Mathematical modelling of solidification and melting: a review. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 1996, 4, 371.
- [39] Zhang, Y., Chen, Z., Wang, Q., Analytical solution of melting in a subcooled semi-infinite solid with boundary conditions of the second kind. *Journal of Thermal Science* n.d., 2, 111–115.
- [40] Hannoun, N., Alexiades, V., Mai, T.Z., Resolving the Controversy Over Tin and Gallium Melting in a Rectangular Cavity Heated From the Side. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals* 2003, 44, 253–276.
- [41] Shamsundar, N., Sparrow, E.M., Analysis of Multidimensional Conduction Phase Change Via the Enthalpy Model. *Journal of Heat Transfer* 1975, 97, 333–340.
- [42] AD Brent, VR Voller, K.R., Enthalpy–porosity technique for melting convection-diffusion phase change: application to the melting of a pure metal. *Numerical Heat Transfer* 1988, 13, 297–318.
- [43] Voller, V.R., Prakash, C., A fixed grid numerical modelling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1987, 30, 1709–1719.
- [44] Bonacina, C., Comini, G., Fasano, A., Primicerio, M., Numerical solution of phase-change problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1973, 16, 1825–1832.
- [45] Cao, Y., Faghri, A., A Numerical Analysis of Phase-Change Problems Including Natural Convection. *Journal of Heat Transfer* 1990, 112, 812.
- [46] Cao, Y., Faghri, A., A numerical analysis of Stefan problems for generalized multi-dimensional phase-change structures using the enthalpy transforming model. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1989, 32, 1289–1298.
- [47] Voller, V.R., Swenson, J.B., Paola, C., An analytical solution for a Stefan problem with variable latent heat. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2004, 47, 5387–5390.

-
- [48] Costa, M., Buddhi, D., Oliva, A., Numerical simulation of a latent heat thermal energy storage system with enhanced heat conduction. *Energy Conversion and Management* 1998, 39, 319–330.
- [49] Zukowski, M., Mathematical modeling and numerical simulation of a short term thermal energy storage system using phase change material for heating applications. *Energy Conversion and Management* 2007, 48, 155–165.
- [50] Lacroix, M., Numerical simulation of a shell-and-tube latent heat thermal energy storage unit. *Solar Energy* 1993, 50, 357–367.
- [51] Esen, M., Durmuş, A., Durmuş, A., Geometric design of solar-aided latent heat store depending on various parameters and phase change materials. *Solar Energy* 1998, 62, 19–28.
- [52] Velraj, R., Seeniraj, R.V., Hafner, B., Faber, C., et al., Experimental analysis and numerical modelling of inward solidification on a finned vertical tube for a latent heat storage unit. *Solar Energy* 1997, 60, 281–290.
- [53] Ismail, K.A., Alves, C.L., Modesto, M.S., Numerical and experimental study on the solidification of PCM around a vertical axially finned isothermal cylinder. *Applied Thermal Engineering* 2001, 21, 53–77.
- [54] T.A Tabassum, Numerical Study of a Double Pipe Latent Heat Thermal Energy Storage System. *Montréal (Canada) McGill University* 2010.
- [55] Ghoneim, A.A., Comparison of theoretical models of phase-change and sensible heat storage for air and water-based solar heating systems. *Solar Energy* 1989, 42, 209–220.
- [56] Adine, H.A., El Qarnia, H., Numerical analysis of the thermal behaviour of a shell-and-tube heat storage unit using phase change materials. *Applied Mathematical Modelling* 2009, 33, 2132–2144.
- [57] Gong, Z.-X., Mujumdar, A.S., Cyclic heat transfer in a novel storage unit of multiple phase change materials. *Applied Thermal Engineering* 1996, 16, 807–815.
- [58] Fang, M., Chen, G., Effects of different multiple PCMs on the performance of a latent thermal energy storage system. *Applied Thermal Engineering* 2007, 27, 994–1000.
- [59] Ismail, K.A.R., Henríquez, J.R., da Silva, T.M., A parametric study on ice formation inside a spherical capsule. *International Journal of Thermal*

- Sciences* 2003, 42, 881–887.
- [60] Ismail, K.A.R., Moraes, R.I.R., A numerical and experimental investigation of different containers and PCM options for cold storage modular units for domestic applications. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2009, 52, 4195–4202.
- [61] Mat, S., Al-Abidi, A. a., Sopian, K., Sulaiman, M.Y., et al., Enhance heat transfer for PCM melting in triplex tube with internal–external fins. *Energy Conversion and Management* 2013, 74, 223–236.
- [62] Xiao, X., Zhang, P., Li, M., Experimental and numerical study of heat transfer performance of nitrate/expanded graphite composite PCM for solar energy storage. *Energy Conversion and Management* 2015, 105, 272–284.
- [63] Constantin, L., Dragomir-Stanciu, D., Crismaru, I.V., Optimization of Heat Exchange in a Heat Accumulator with Latent Heat Storage. *Procedia Technology* 2015, 19, 737–741.
- [64] Xiao, X., Zhang, P., Numerical and experimental study of heat transfer characteristics of a shell-tube latent heat storage system: Part I – Charging process. *Energy* 2015, 79, 337–350.
- [65] Tay, N.H.S., Belusko, M., Bruno, F., Experimental investigation of tubes in a phase change thermal energy storage system. *Applied Energy* 2012, 90, 288–297.
- [66] Trp, A., An experimental and numerical investigation of heat transfer during technical grade paraffin melting and solidification in a shell-and-tube latent thermal energy storage unit. *Solar Energy* 2005, 79, 648–660.
- [67] Shokouhmand, H., Kamkari, B., Experimental investigation on melting heat transfer characteristics of lauric acid in a rectangular thermal storage unit. *Experimental Thermal and Fluid Science* 2013, 50, 201–212.
- [68] Kenisarin, M., Mahkamov, K., Solar energy storage using phase change materials. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2007, 11, 1913–1965.
- [69] Mettawee, E.-B.S., Assassa, G.M.R., Thermal conductivity enhancement in a latent heat storage system. *Solar Energy* 2007, 81, 839–845.
- [70] Stritih, U., An experimental study of enhanced heat transfer in rectangular PCM thermal storage. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2004, 47, 2841–2847.

-
- [71] Jin, Y., Wan, Q., Ding, Y., PCMs Heat Transfer Performance Enhancement with Expanded Graphite and its Thermal Stability. *Procedia Engineering* 2015, 102, 1877–1884.
- [72] Jeong, S.-G., Chung, O., Yu, S., Kim, S., et al., Improvement of the thermal properties of Bio-based PCM using exfoliated graphite nanoplatelets. *Solar Energy Materials and Solar Cells* 2013, 117, 87–92.
- [73] Nakaso, K., Teshima, H., Yoshimura, A., Nogami, S., et al., Extension of heat transfer area using carbon fiber cloths in latent heat thermal energy storage tanks. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 2008, 47, 879–885.
- [74] Fukai, J., Kanou, M., Kodama, Y., Miyatake, O., Thermal conductivity enhancement of energy storage media using carbon fibers. 2000, *c*, 1543–1556.
- [75] Sarı, A., Karaipekli, A., Thermal conductivity and latent heat thermal energy storage characteristics of paraffin/expanded graphite composite as phase change material. *Applied Thermal Engineering* 2007, 27, 1271–1277.
- [76] Mesalhy, O., Lafdi, K., Elgafy, A., Bowman, K., Numerical study for enhancing the thermal conductivity of phase change material (PCM) storage using high thermal conductivity porous matrix. *Energy Conversion and Management* 2005, 46, 847–867.
- [77] Mesalhy, O., Lafdi, K., Elgafy, A., Carbon foam matrices saturated with PCM for thermal protection purposes. *Carbon* 2006, 44, 2080–2088.
- [78] Zhao, C.Y., Lu, W., Tian, Y., Heat transfer enhancement for thermal energy storage using metal foams embedded within phase change materials (PCMs). *Solar Energy* 2010, 84, 1402–1412.
- [79] Li, W.Q., Qu, Z.G., He, Y.L., Tao, W.Q., Experimental and numerical studies on melting phase change heat transfer in open-cell metallic foams filled with paraffin. *Applied Thermal Engineering* 2012, 37, 1–9.
- [80] Bauer, C.A., Wirtz, R.A., Thermal characteristics of a compact, passive thermal energy storage device. *American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication) HTD* 2000, 366, 283–289.
- [81] Chi, P., Xie, Y., Yu, J., Yang, X., Experiment and analysis for cold charging process of new energy storage device. *Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao/Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics* 2011, 37, 1070–1075.

-
- [82] Sheng, Q., Xing, Y., Wang, Z., Preparation and performance analysis of metal foam composite phase change material. *Huagong Xuebao/CIESC Journal* 2013, 64, 3565–3570.
- [83] Zhang, T., Yu, J., Experiment of solid-liquid phase change in copper foam. *Beijing Hangkong Hangtian Daxue Xuebao/Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics* 2007, 33, 1021–1024.
- [84] Xiao, X., Zhang, P., Li, M., Preparation and thermal characterization of paraffin/metal foam composite phase change material. *Applied Energy* n.d.
- [85] Shiina, Y., Reduction of temperature changes in heat transfer fluid by the use of latent heat storage technology. *Transactions of the Atomic Energy Society of Japan* 2006, 5, 190–199.
- [86] Evliya, H., Heat transfer enhancement of fatty acids when used as PCMs in thermal energy storage. 2008, 135–143.
- [87] Agyenim, F., Eames, P., Smyth, M., A comparison of heat transfer enhancement in a medium temperature thermal energy storage heat exchanger using fins. *Solar Energy* 2009, 83, 1509–1520.
- [88] Erek, A., Lken, Z., Acar, M.A., Experimental and numerical investigation of thermal energy storage with a finned tube. *International Journal of Energy Research* 2005, 29, 283–301.
- [89] Languri, E.M., Aigbotsua, C.O., Alvarado, J.L., Latent thermal energy storage system using phase change material in corrugated enclosures. *Applied Thermal Engineering* 2013, 50, 1008–1014.
- [90] Prasad, L., Muthukumar, P., Design and optimization of lab-scale sensible heat storage prototype for solar thermal power plant application. *Solar Energy* 2013, 97, 217–229.
- [91] Al-Abidi, A.A., Mat, S., Sopian, K., Sulaiman, M.Y., et al., Experimental study of melting and solidification of PCM in a triplex tube heat exchanger with fins. *Energy and Buildings* 2014, 68, 33–41.
- [92] Rathod, M.K., Banerjee, J., Thermal performance enhancement of shell and tube Latent Heat Storage Unit using longitudinal fins. *Applied Thermal Engineering* 2015, 75, 1084–1092.
- [93] Mehling, H., Cabeza, L.F., Hippeli, S., Hiebler, S., PCM-module to improve hot water heat stores with stratification. *Renewable Energy* 2003,

- 28, 699–711.
- [94] El Omari, K., Kousksou, T., Le Guer, Y., Impact of shape of container on natural convection and melting inside enclosures used for passive cooling of electronic devices. *Applied Thermal Engineering* 2011, 31, 3022–3035.
- [95] Cheng, W.T., Huang, E.N., Chuo, M.H., Du, S.W., Transient natural convective heat transfer in porous medium with solidification of binary mixture. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 2012, 39, 1132–1137.
- [96] Bédécarrats, J.P.P., Castaing-Lasvignottes, J., Strub, F., Dumas, J.P.P., Study of a phase change energy storage using spherical capsules. Part II: Numerical modelling. *Energy Conversion and Management* 2009, 50, 2537–2546.
- [97] A Computational modeling framework for the analysis of metallurgical solidification process and phenomena. *Technical Report in Conf for Solidification Processing* 1987.
- [98] A fixed-grid numerical modeling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems. *Int J Heat Mass Transfer* 1987, 30, 1709.
- [99] Nield, D.A., Bejan, A., *Convection in Porous Media*, 2006.
- [100] Huang, H., Ayoub, J.A., Applicability of the Forchheimer Equation for Non-Darcy Flow in Porous Media. n.d.
- [101] Lai, B., Miskimins, J.L., Wu, Y.-S., Non-Darcy Porous-Media Flow According to the Barree and Conway Model: Laboratory and Numerical-Modeling Studies. n.d.
- [102] Mallick, P.K., *Composites Engineering Handbook*, Taylor & Francis, 1997.
- [103] Bejan, A., Lage, J.L., The Prandtl Number Effect on the Transition in Natural Convection Along a Vertical Surface. *Journal of Heat Transfer* 1990, 112, 787.
- [104] Patankar, S., *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw-Hill Book Company, 1980.
- [105] Andersson et al., B., *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, publisherNameCambridge University Press, 2011.

-
- [106] Versteeg, H.K., Malalasekera, W., An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Pearson Education Limited, 2007.
- [107] Ansys, 2009, Fluent 12.0, Theory Guide, 2009.
- [108] Ye, W.-B., Zhu, D.-S., Wang, N., Numerical simulation on phase-change thermal storage/release in a plate-fin unit. *Applied Thermal Engineering* 2011, 31, 3871–3884.
- [109] Mat, S., Al-Abidi, A.A., Sopian, K., Sulaiman, M.Y., et al., Enhance heat transfer for PCM melting in triplex tube with internal-external fins. *Energy Conversion and Management* 2013, 74, 223–236.
- [110] Darzi, A.R., Farhadi, M., Sedighi, K., Numerical study of melting inside concentric and eccentric horizontal annulus. *Applied Mathematical Modelling* 2012, 36, 4080–4086.
- [111] ANSYS, 2009, Fluent 12.0, User's Guide, 2009.
- [112] Asadchii, O.G., Bogdanov, N.F., Viscosity properties of paraffin waxes compounded with polyolefins. *Chemistry and Technology of Fuels and Oils* 1977, 13, 631–634.
- [113] Butuc, G., Morrison, D., Hydrocarbons in Pigmented Products, in: *Surfactants in Personal Care Products and Decorative Cosmetics, Third Edition*, CRC Press, 2006, pp. 341–355.
- [114] Козић, Ђ., Васиљевић, Б., Бекавац, В., Приручник за термодинамику, XV, Машински факултет у Београду, Београд 2008.
- [115] Shrivastava, A., Williams, B., Siahpush, A.S., Savage, B., et al., Numerical and experimental investigation of melting with internal heat generation within cylindrical enclosures. *Applied Thermal Engineering* 2014, 67, 587–596.
- [116] Rozenfeld, T., Kozak, Y., Hayat, R., Ziskind, G., Close-contact melting in a horizontal cylindrical enclosure with longitudinal plate fins: Demonstration, modeling and application to thermal storage. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2015, 86, 465–477.
- [117] Longeon, M., Soupart, A., Fourmigué, J.-F., Bruch, A., et al., Experimental and numerical study of annular PCM storage in the presence of natural convection. *Applied Energy* 2013, 112, 175–184.

Биографија аутора

Општи подаци

Име и презиме	Неџад Рудоња
Датум и место рођења	7.1.1982. Пријепоље, Србија
Садашња позиција:	Асистент на Катедри за термомеханику Машинског факултета Универзитета у Београду

Образовање

2007.	Студент Докторских студија на Машинском факултету Универзитета у Београду
2001-2007.	Дипломске академске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду
1997-2001.	Техничка школа у Пријепољу, Пријепоље, Србија
1989-1997.	Основна школа Свети Сава, Пријепоље

Награде

2001.	Ученик генерације Техничке школе у Пријепољу
2004.	Награда Регионалне привредне коморе Ужице за остварени успех у току студија

Педагошка активност

На Катедри за термомеханику Машинског факултета Универзитета у Београду учествује у извођењу наставе из предмета *Термодинамика Б*, *Термодинамика М*, *Преношење топлоте и супстанције*

Истраживачки рад и стручни рад

- Аутор и коаутор преко 18 научних и стручних радова, од којих четири рада на SCI листи.
- Учествовао у реализацији 7 домаћих и четири међународна научно-истраживачка пројекта.
- Коаутор 3 техничка решења и једног патента.
- Пројектант, стручни сарадник и консултант на већем броју главних машинских, технолошко-машинских и идејних пројеката у земљи и иностранству из области климатизације, грејања и хлађења простора комфорног и индустријског типа

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Нецаг Рудожа
број индекса Δ1107

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Побољшање преноса енергије у акумулатору
воолтове са фазно променљивим напонима као извором

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 8.3.2016.

Рудожа Нецаг

Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Неваг Рудоња
Број индекса 11107
Студијски програм Термомеханика
Наслов рада Побољшање термичке повољности у акумулатору повољности са фазно променљивим материјалима као изолација
Ментор проф. др Мирко Кочић

Потписани/а Неваг Рудоња

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 8.3.2016.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Побољшане брзине обраде у акумулатору подлоге са
фазно променљивим инверзијом као изотопом

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 8.3.2016.

Потпис докторанда



1. Ауторство - Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.