

PRORAČUN PARAMETARA MEHANIKE LOMA ZA POVRŠINSKE PRSLINE PRIMENOM MODELA NIZA OPRUGA

EVALUATION OF FRACTURE MECHANICS PARAMETERS FOR SURFACE CRACKS BY APPLICATION OF LINE SPRING MODEL

Stručni rad / Professional paper

UDK / UDC 539.4.019.3

Rad primljen / Paper received: 5.7.2001.

Adresa autora / Author's address:

Mr Vujadin Aleksić, istraživač saradnik, Dr Miodrag Arsić,
naučni saradnik, Zlatan Milutinović, dipl.inž.,
GOŠA Institut, M.Rakića 35, Beograd
Prof. dr Aleksandar Sedmak,
Mašinski fakultet, 27. Marta 80, Beograd

Ključne reči

model niza opruga, površinske prsline, dagdejllov model, sila rasta prsline

Rezime

Prikazan je proračun parametara mehanike loma za površinsku prslinu primenom modela niza opruga. Korišćena je Kingova metoda za određivanja otvaranja usta i vrha prsline, na osnovu čega je određen i J integral za idealno plastične materijale. Ukazano je na neke probleme u primeni ove metoda i moguće modifikacije za njihovo prevazilaženje. Takođe je ukazano i na mogućnosti rešavanja problema kao što su zaostali naponi i geometrijske nepravilnosti, koji mogu značajno da utiču na ponašanje zavarenih spojeva

UVOD

Cilj svake naučne discipline je da njena teorijska razmatranja nađu praktičnu primenu. Mehanika loma taj cilj postiže, između ostalog, primenom raznih inženjerskih metoda u proceni integriteta i veka konstrukcija. Od ključnog značaja pri tom je određivanje SRP, koje može da bude teorijsko (analitičko), eksperimentalno ili numerički. Poslednjih godina posebna pažnja se posvećuje tzv. inženjerskom pristupu koji kombinuje različite načine određivanja SRP, uprošćavajući ih i dovodeći do nivoa brze i efikasne primene, a da se pri tom postigne dovoljna tačnost i sigurnost. Jedna od takvih metoda kojoj je uspelo da nađe primenu u elastoplastičnoj analizi parametara mehanike loma je Kingova metoda [1-5].

Na osnovu matematičkog modela metode KING napravljen je softver za određivanje SRP, čime je bitno ubrzan proces procene uticaja grešaka na integritet konstrukcija. U ovom radu su date teorijske osnove Kingove metode, uključujući neke modifikacije, predložene od strane autora [3,5], detaljno prikazan odgovarajući softver i dati primeri određivanja parametara elasto-plastične mehanike loma.

TEORIJSKE POSTAVKE KINGOVE METODE

Osnovna ideja Kingove metode je da trodimenzioni (3D) problem može da se reši kombinacijom dvodimenzionalnih (2D) problema - ravnog stanja napona (RSN) i ravnog stanja deformacije (RSD). Naime, da je prslina prolazna (po

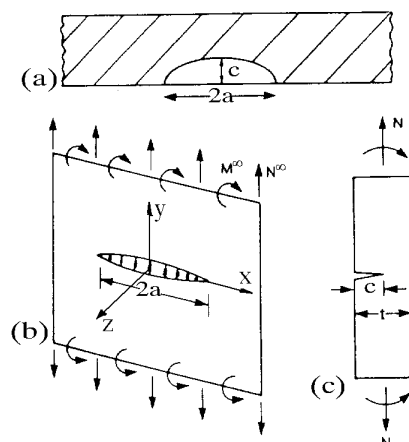
Keywords

line spring model, surface cracks, Dugdale's model, crack driving force

Summary:

Evaluation of fracture mechanics parameters for surface cracks using line spring model has been shown. King's method for crack mouth and tip displacement evaluation was applied, on basis of what the J integral for perfectly plastic materials was determined. Some problems in application of King's method are pointed out, as well as possible modifications of this method for their solution. Possibilities to solve the problems such as residual stresses and geometry imperfections, which can significantly affect welded joint behaviour, are also introduced and analysed.

celoj debljini) problem bi bio 2D (RSN), a da je dužina površinske prsline jednaka širini ploče, problem bi se sveo na RSD. S obzirom da je površinska prslina između ove dve krajnosti, odgovarajuće rešenje se dobija kombinacijom navedenih 2D rešenja, pri čemu rešenje problema RSN mora da uzme u obzir lokalne membranske sile N i momente M , zbog postojanja preostalog ligamenta dužine $(t-c)$, sl. 1.



Slika 1. Kingov model površinske prsline

Kingov model je ustvari uprošćen model niza opruga, jer se njegovo korišćenje zasniva na nizu opruga koje zame-

njuju uticaj preostalog ligamenta, sl. 1. Osnovne pretpostavke Kingovog modela niza opruga su /1/:

- površinska prslina se nalazi u beskonačnoj ravnoj zategnutoj ploči, opterećenoj udaljenim naponom σ
- stvarni front prsline zamenjen je pravougaonim, sa konstantnom dubinom prsline, $c=const$,
- opruga je elastična i idealno plastična,
- plastičnost oko vrha prolazne prsline je uzeta u obzir Dagdejlovim modelom.

Ako se sa σ označi udaljeni napon, sa $\sigma_c=N/t$ membransko opterećenje i sa $m=M/(t^2/6)$ savojno opterećenje, može da se napiše:

$$\sigma_c = \frac{2}{1-\nu^2} \frac{a}{hD} \left[C_{22} + \frac{2}{3(1-\nu)(3+\nu)} \frac{a}{h} \right] \sigma = \alpha \sigma \quad (1)$$

$$m = -\frac{2}{1-\nu^2} \frac{a}{hD} C_{12} \sigma = -\beta \sigma \quad (2)$$

$$D = \left(C_{11} + \frac{2}{1-\nu^2} \frac{a}{h} \right) \cdot \left[C_{22} + \frac{2}{3(1+\nu)(3+\nu)} \frac{a}{h} \right] - C_{12}^2 \quad (3)$$

gde su C_{11} , C_{12} i C_{22} koeficijenti koji se dobijaju rešavanjem elastičnog problema ploče sa ivičnom prslinom pri RSD. Ovi koeficijenti su u originalnom radu /1/ dati za vrednosti dubine prsline $c/t \leq 0,8$, ali je prema iskustvu iz ovog rada njihova tačnost ograničena na $c/t \leq 0,6$.

Kao kriterijum tečenja u Kingovom modelu se koristi jednostavan izraz, za koji je pokazano dobro slaganje sa eksperimentalnim podacima /2/:

$$\sigma_c = \frac{h-c}{h} \sigma_F \quad (4)$$

gde je σ_F napon ojačavanja, definisan kao poluzbir napona tečenja i zatezne čvrstoće. Iz izraza (4) sledi izraz za napon pri kome nastaje tečenje ligamenta, σ_{LY} :

$$\sigma_{LY} = \frac{1}{\alpha} \left(1 - \frac{c}{h} \right) \sigma_F \quad (5)$$

Posle tečenja, plastičnost ispred vrha prolazne prsline uzima se u obzir korišćenjem "efektivne" dužine prsline, $l_{ef}=l+4 \cdot r_y$, gde je l dužina prsline ($l=2a$), a r_y predstavlja poluprečnik plastične zone, koji se definiše kao polovina dužine trake tečenja, /1/:

$$r_y = (a_p - a) / 2 \quad (6)$$

Ovde je važno napomenuti da se u izrazima za parametre elasto-plastične mehanike loma, kao što su CTOD i J integral, koristi efektivna dužina prsline, l_{ef} , u skladu sa Irvinovim modelom plastičnosti ispred vrha prsline, a da se poluprečnik plastične zone, r_y , određuje na osnovu veličine l_p , koja obuhvata dužinu prsline i dužine trake tečenja, sa obe strane prsline, sl. 2. Usvajanje polovine dužine trake tečenja za veličinu poluprečnika plastične zone je iskustveno i može da se smatra parametrom Kingovog modela. U skladu sa tim, u ovom radu, kao i u radovima /3,5/, r_y je varirano od vrednosti definisane izrazom (6) do vrednosti jednake dužini trake tečenja,

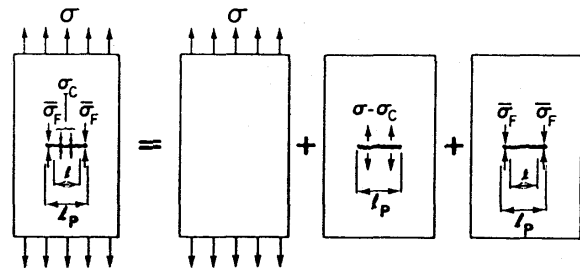
$$r_y = a_p - a$$

Primenom Dagdejlovog modela traka tečenja, sl. 2, dobija se:

$$\sin \frac{\pi a_p}{w} = \frac{\sin \frac{\pi a}{w}}{\cos \frac{\pi}{2} \frac{\sigma - \sigma_c}{\sigma_F - \sigma_c}} = \frac{\sin \frac{\pi a}{w}}{\cos \frac{\pi}{2} \left[\frac{h}{c} \frac{\sigma}{\sigma_F} - \left(\frac{h}{c} - 1 \right) \right]} \quad (7)$$

gde je w širina ploče. Ploča može da izdrži opterećenje sve dok trake tečenja ne dođu do njenih ivica, što je definisano naponom tečenja neto preseka, σ_{NSY} , koji se dobija ako se u jed. (7) zameni $a_p=w/2$:

$$\sigma_{NSY} = \sigma_F \left(1 - \frac{2a}{w} \frac{c}{h} \right) \quad (8)$$



Slika 2. Rešenje traka tečenja za ploču konačne širine

Ovde treba uočiti da Kingov model važi za ploče konačne širine. Ipak, ako se uzme da $w \rightarrow \infty$, $\sin(\pi a_p/w) \approx \pi a_p/w$ i $\sin(\pi a/w) \rightarrow \pi a/w$ dobija se približno rešenje problema beskonačne ploče:

$$a_p = \frac{a}{\cos \frac{\pi}{2} \left[\frac{h}{c} \frac{\sigma}{\sigma_F} - \left(\frac{h}{c} - 1 \right) \right]} \quad \text{i} \quad \sigma_{NSY} \cong \sigma_F \quad (9)$$

koje može da se primeni na tanke ljuske sa malom krivinom. Osim toga, za tanke cilindrične cevi sa obimskom prslinom, opterećene na savijanje, mogu da se primene modifikovani izrazi Kingovog modela, dati u radu /4/.

Na osnovu navedenih izraza i geometrijskih relacija, objašnjenih u /1/, dobijaju se sledeći izrazi za elastične i plastične komponente parametara mehanike loma:

$$CTOD = \frac{4a\sigma}{E} \left[1 + \left(\frac{2(1+\nu)}{3+\nu} \frac{h-2c}{h} \beta - \alpha \right) \right] \quad (\sigma \leq \sigma_{LY}) \quad (10)$$

$$CMOD = \frac{4a\sigma}{E} \left[1 + \left(\frac{2(1+\nu)}{3+\nu} \beta - \alpha \right) \right] \quad (\sigma \leq \sigma_{LY}) \quad (11)$$

odnosno ($\sigma_{LY} < \sigma < \sigma_{NSY}$)

$$CTOD = \frac{4(a+r_y)}{E} (\sigma - \sigma_{LY}) + CTOD_{LY} \frac{a+r_y}{a} \quad (12)$$

$$CMOD = \frac{4(a+r_y)}{E} (\sigma - \sigma_{LY}) + CMOD_{LY} \cdot \left(\frac{a+r_y}{a} \right) \quad (13)$$

Za izračunavanje J ($\sigma < \sigma_{LY}$) mogu da se koriste relacije:

$$J_c = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 = \frac{1-\nu^2}{E} h (\sigma_c F_1 + m F_2)^2 \quad (14)$$

gde su F_1 i F_2 faktori intenziteta napona, definisani u /1/ kao polinomi po bezdimenzionoj koordinati (dubina prsline/debljina ploče).

Za $\sigma_{LY} < \sigma < \sigma_{NSY}$, J_p se izračunava preko pomeranja napadne tačke opterećenja na ivici prsline

$$J_p = - \int_{\delta_{LY}}^{\delta} \frac{\partial N}{\partial c} d\delta - \int_{\theta_{LY}}^{\theta} \frac{\partial M}{\partial c} d\theta \quad (15)$$

gde za $\partial N/\partial c = -\sigma_F$, $\partial M/\partial c = 0 \Rightarrow$

$$J_p = \sigma_F (\delta - \delta_{LY}) = \frac{4\sigma_F}{E} \left[(a + r_y)\sigma - a\sigma_{LY} - \frac{h-c}{h} r_y \sigma_F \right] \quad (16)$$

Treba uočiti da se elastične komponente parametara mehanike loma određuju različitim pristupima (CMOD i CTOD geometrijski, što je u oblasti elastičnosti vrlo problematično, a J integral preko K_I). Stoga ne iznenađuje dobro ponašanje i slaganje parametara mehanike loma u plastičnoj oblasti, i 'čudno' ponašanje CTOD u elastičnoj oblasti, kao što će biti pokazano u primerima.

Konačno, problem u primeni Kingove metode je i činjenica da napon tečenja ligamenta, definisan izrazom (5), za vrednosti c/h bliske vrednosti 0,8 (koju je kao graničnu usvojio King /1/) počinje da raste (umesto da opada) i postaje veći od napona tečenja neto preseka, koji je definisan izrazom (8), što je fizički nemoguće. Kako je ovo ponašanje direkta posledica uticaja parametra α , čija vrednost zavisi od koeficijanta C_{ij} , to je jasno da granica važenja rešenja za ivičnu prslinu nije $0,8 \cdot c/h$, već je manja, i prema primerima u ovom radu iznosi $0,6 \cdot c/h$.

Zbog toga je iz formule (5), koja predstavlja kriterijum tečenja ligamenta, izbačen parametar α , pa se dobijaju rešenja koja su dovoljno tačna i na strani sigurnosti konstrukcije, a kao takva prihvatljiva i važe i za prslinu dubine do $0,8 \cdot c/h$.

PROGRAMI KING0, KING1 I KINGI /5/

Prema izloženom matematičkom modelu napravljen je algoritam prikazan na sl. 3, a na osnovu njega i formula (1-16) napravljen je softver KING0 /5/, a posle izbacivanja parametra α i program KING1 /5/, koji računaju sile razvoja prsline na osnovu mehaničkih osobina materijala i geometrije ploče i prsline. Napravljen je i program KINGI /5/ koji omogućava interpolaciju parametara mehanike loma (J, CTOD) za zadate napone, koristeći izlazne rezultate programa KING0 ili KING1. Programi KING0 i KING1 omogućavaju da se uzmu u obzir i uticaj zaostalog napona, kao i napona usled geometrijske nepravilnosti, ako se svede na zaostali napon.

UPUTSTVO ZA KORIŠĆENJE PROGRAMA

Program KING0 (KING1) služi za određivanje sila razvoja površinske prsline i obuhvata slučajevne prsline u konačnoj ($w > 0$) i beskonačnoj ploči ($w = 0$), kao i različite radijuse plastične zone (*param*). Primenjiv je na ploče konačne širine, kao i na tanke ljsuske sa zanemarljivo malom krivinom (tipičan primer su velike sfere i cilindri). U programu postoji mogućnost uključivanja uticaja zaostalog napona (*S0*), koji može da obuhvati i geometrijske napone. Program proverava ispunjavanje uslova kod *ap* (jed. 7) za $w > 0$ ($k_{SI} + s/st > 1$ i $s/st < 1$). Proverava se i uslov da udaljeni napon (*S*) ne pređe napon ojačavanja (*St*) za konačne ploče, odnosno da napon tečenja ligamenta (*Sly*) bude manji od napona tečenja neto preseka (*Snsy*) za ploče konačne širine. Sve se računa u *j* inkremenata po dubini prsline i *k* inkre-

menata po naponu, odnosno sa dubinom se ide do $0,8 \cdot t$, a sa naponom do $0,5 < ST < 1$.

PROGRAM KINGI omogućava interpolaciju parametara mehanike loma (J-integral i CTOD), po zadatim naponima što je iskorišteno da izlaz bude usklađen sa izlazom REI modela radi lakšeg upoređivanja, pa kao izlaz može da se dobije J integral u zavisnosti od *SI/Reh* i *c/h* (*SI/Reh*= 0.05; 0.10; 0.15;1.2, a *c/h*=0.05; 0.10; 0.15;0.80). U datoteku UKING.DAT upisuju se ulazni podaci:

MEHANIČKE KARAKTERISTIKE MATERIJALA:

E -modul elastičnosti	(MPa)
PK -Poonov koeficijent	
Reh-napon tečenja	(MPa)
Rm -zatezna čvrstoća	(MPa)
S0 -zaostali napon	(MPa)

GEOMETRIJA PLOČE I PRSLINE:

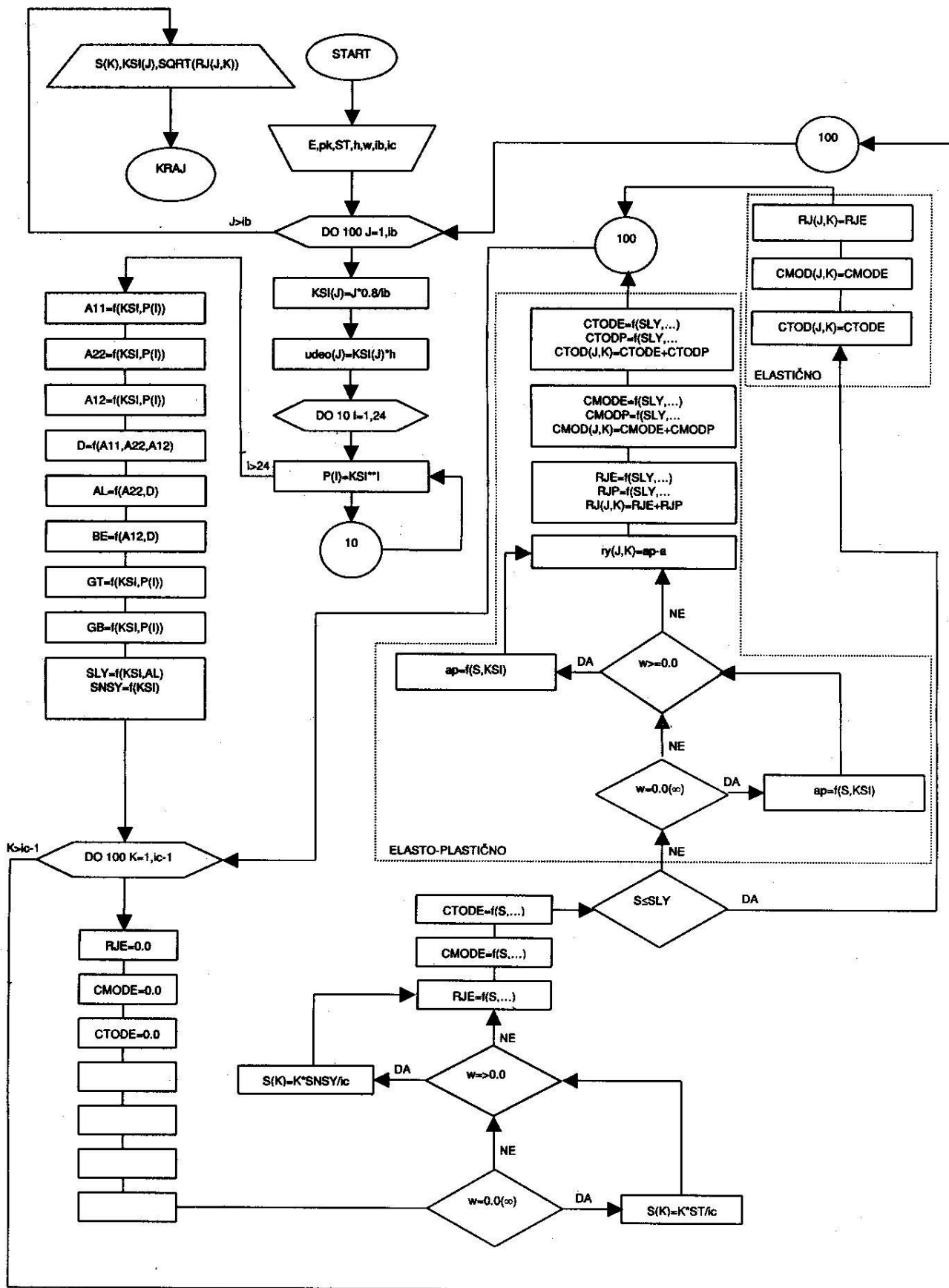
h - debljina ploče	(mm)
w - širina ploče	(mm)
(za $w=0$ radi se o beskonačnoj ploči)	
a -poludžina prsline	(mm)
radijus - radijus posude	(mm)
(ako je $R > 0$ izračunava se pritisak u posudi)	
param - veličina plastične zone	
(za $param=1$, $ry=ap-a$) (za $param=0.5$ $ry=(ap-a)/2$)	
ib -broj priraštaja po dubini prsline	
ic -broj priraštaja po naponu	

Primer UKING.DAT za ploču konačne širine:

Modul elasticnosti	(MPa)	210000.
Poonov koeficijent		0.3
Napon tecenja	(MPa)	480.
Zatezna cvrstoca	(MPa)	672.
Zaostali napon	(MPa)	117.
Debljina ploce	(mm)	20.
Sirina ploce	(mm)	80.
Poluduzina prsline	(mm)	12.
Radijus posude	(mm)	0.
Parametar plasticne zone		0.5
Broj koraka po dubini prsline		16
Broj koraka po naponu		24

Ako je ŠIRINA PLOČE 0.0 radi se o beskonačnoj ploči. Kod posuda pod pritiskom (PPP) se zadaje i odgovarajući radijus, na osnovu čega program izračunava i unutrašnji pritisak. Na taj način je omogućena primena ovog programa i na cilindrične ili sferne posude pod pritiskom.

Program čita upisane vrednosti i u dve petlje (po dubini i naponu) držeći konstantnu dubinu prsline za vrednost određenog napona (na osnovu *St* - za beskonačnu ploču ili ljsusku i *Snsy* - za ploču konačne širine) računa parametre mehanike loma *J*, *CTOD* i to za elastično i plastično područje. Pri tome se vodi računa da veličina napona pri kome nastaje tečenje ligamenta (*Sly*) ne pređe veličinu napona neto preseka (*Snsy*) za ploču konačne širine, odnosno napon ojačavanja (*St*) za beskonačne ploče ili tanke ljsuske. Za *j* iteracija po dubini i *k* iteracija po naponu (može biti manje ako nije ispunjen neki od navedenih uslova) program ispisuje izlazne rezultate u datoteci IKING.DAT i to:



Slika 3. Algoritam za izradu programa KING0 i KING1 /5/

PRVI RED: c/h; c; E; PK; St; S0; h; w; a; radijus; param
 DRUGI RED: j; A11; A12; A22; D; AL; BE; GT; GB; Sly
 TREĆI RED: k; S1; S; prit; SQRT(J); J; CTOD; CMOD; ry

Za ulazne podatke iz primera početak izlazne datoteke IKING.DAT izgleda ovako:

```
0.05 1.00 210000. 0.3 576.0 20.0 80.0 12.0 0.0 0.5 117.0
1 0.005 0.005 0.005 0.235 0.996 0.027 0.450 0.421 549.
1 140.6 23.6 0.0 0.573E+00 0.328E+00 0.728E-03 0.000E+00 0.796E-03
2 164.3 47.3 0.0 0.669E+00 0.448E+00 0.851E-03 0.000E+00 0.930E-03 itd...
```

Ovaj program pravi i datoteku PKING.DAT u koju se upisuje broj prekinute iteracije po naponu za svaku iteraciju po dubini i kasnije služi kao jedna od ulaznih datoteka za PROGRAM KINGI. Za ovaj program osim vrednosti iz pomenute datoteke, potrebni su podaci i iz datoteke TKING.DAT u koju upisujemo vrednosti napona za koje hoćemo interpolirane vrednosti parametara mehanike loma (*J*, *CTOD*) na sledeći način:

n; j; k; S11; S12; S13;.....S1n (n - ukupan broj napona za koje se traže J i CTOD; j - broj iteracija po dubini prsline; k - broj iteracija po naponu; S1k, k = 1, n-naponi za koje se traže J i CTOD).

Primer ulazne datoteke TKING.DAT:

```
10 16 24 144. 168. 192. 216. 240. 164. 288. 312. itd.
```

Izvršavanjem programa, otvara se datoteka IKING.DAT, uzima potrebne vrednosti, interpolira ih i zapisuje u izlaznu datoteku DKING.DAT sa sledećim redosledom:

n; j; k; S1k; J; CTOD (n-broj napona; j-broj iteracije po dubini (pročitano iz PKING); k-iteracija po naponu u kojoj je izvršena interpolacija za traženi napon)

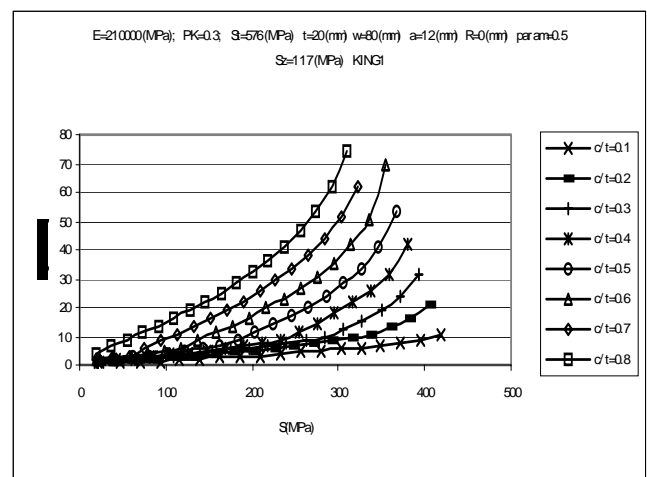
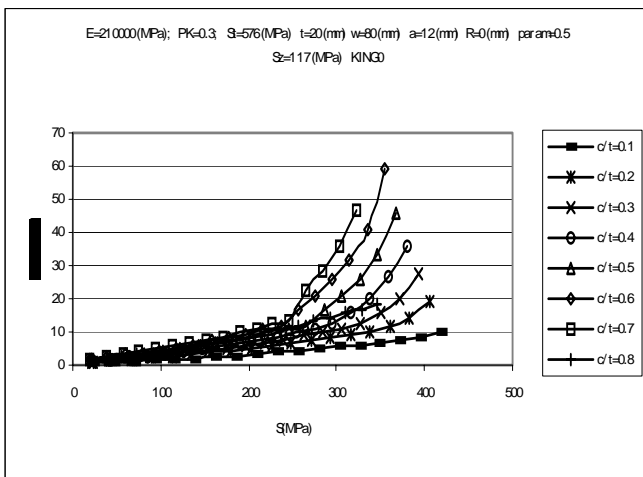
Primer početka izlazne datoteke DKING.DAT za tražene napone:

```
1 1 7 0.144E+03 0.113E+01 0.135E-02
1 2 7 0.144E+03 0.210E+01 0.456E-02
1 3 7 0.144E+03 0.285E+01 0.843E-02 itd...
1 14 8 0.144E+03 0.698E+01 0.167E-01
1 15 8 0.144E+03 0.666E+01 0.227E-01
1 16 8 0.144E+03 0.586E+01 0.319E-01 itd...
```

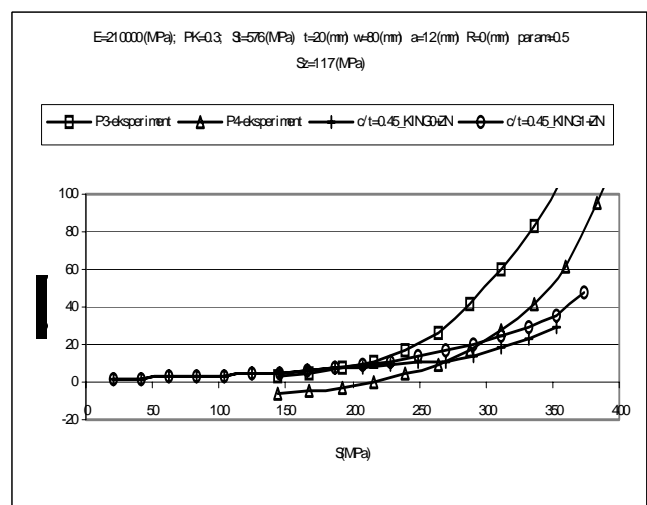
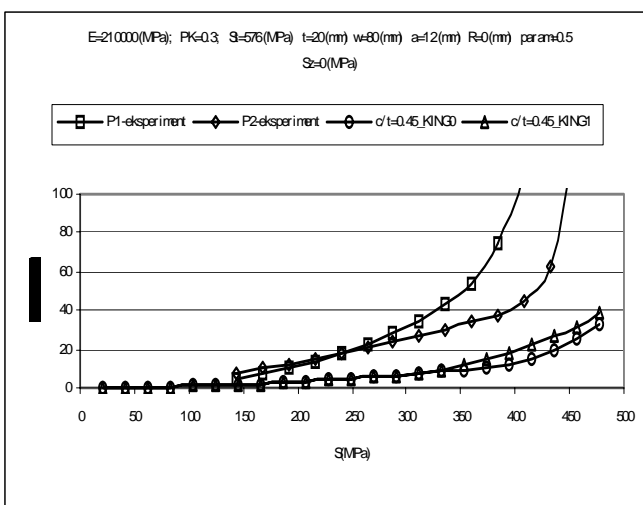
Listing programa sa uputstvom za primenu je dat u /5/.

PROVERA PROGRAMA NA PRIMERIMA

Softver za metodu KING je proveren na nekoliko primera posuda pod pritiskom i pločastih epruveta /5/. U primeru na sl. 4 (čelična ploča debljine t=20 mm i širine w=80 mm, sa središnjom prslinom dužine 2a=24 mm) vidljiva je razlika u izlaznim rezultatima programa KING0 i KING1. Radi ilustracije na sl. 5 prikazani su rezultati dobijeni programima KING i eksperimentalno za jedan od primera prsline na pločastim epruvetama P1, P2 bez zaostalih napona i geometrijskih nepravilnosti i P3, P4 sa zaostalim naponima i geometrijskim nepravilnostima svedenim na zaostale napone. Dubina prsline na svim epruvetama je 9 mm što daje c/t=d/h=0.45.



Slika 4. Ilustracija razlike u izlaznim rezultatima programa KING0 i KING1 /5/



Slika 5. Poređenje rezultata dobijenih programima KING i eksperimentalno /5/

ZAKLJUČAK

Na osnovu dobijenih rezultata može da se zaključiti:

1. Rezultati dobijeni programom KING1, sa novim kriterijumom tečenja (bez parametra α), se bolje slažu sa eksperimentalnim rezultatima u odnosu na rezultate dobijene programom KING0.
2. Oba programa imaju mogućnost tretiranja zaostalih napona u proračunu parametara ML, pa čak i geometrijskih ukoliko ih svedemo na zaostale napone.
3. Sama činjenica da su za KING metodu napravljeni programi za direktnu procenu omogućava brzu potvrdu ispravnosti ovog koncepta za buduću primenu.
4. Programi su testirani na odgovarajućim primerima, a na osnovu dobijenih vrednosti sila SRP napravljeni su odgovarajući dijagrami kao grafički prikaz procedure na osnovu kojih se mogu doneti odgovarajuće preporuke u smislu veličine dopuštene greške tipa prsline za konkretnu konstrukciju izvedenu zavarivanjem.
5. Diskusija dobijenih rezultata i zaključci ukazuju da analizirane inženjerske metode mogu naći primenu u praksi, ali još uvek na tom nivou da rezultati njihove primene moraju biti eksperimentalno potvrđeni. Za pravljenje kvalitetne procedure čiji rezultati ne bi morali imati i

eksperimentalnu potvrdu potrebno je analizirati, na sličan način kao u ovom radu, i ostale inženjerske metode kao što su: ETM i SINTAP, da bi se njihovom sintezom napravila pouzdana procedura za određivanje SRP, a samim tim i procedura za ocenu integriteta zavarene konstrukcije.

Literatura

1. R.B.King, "Elastic-plastic Analysis of Surface Flaws Using a Simplified Line-spring Model", Eng.Fracture Mech. 18, p.217-231,1983.
2. D.T.Rid, "Analiza mehanike loma i krive dopuštenih veličina greški za površinske prsline u cevovodima", III letnja škola mehanike loma, Arandelovac, 1984.
3. V.Kosta, "Određivanje sila rasta prsline zavarene konstrukcije primenom Kingovog i Ratvanijevog modela", Magistarska teza, Mašinski fakultet, Beograd, 1997.
4. R.B.King, Y.W.Cheng, D.T. Read, "J-integral Analysis of Surface Flaws in Pipeline Steel Plates", 2nd Int. Symp. Elastic-plastic Fracture Mechanics, Philadelphia, 1981.
5. V.Aleksić, "Primena inženjerskih metoda za određivanje sila rasta prsline u zavarenim spojevima sa zaostalim naponima i geometrijskim nepravilnostima" Magistarska teza, Mašinski fakultet, Beograd, 1999.