

Univerzitet u Istočnom Sarajevu  
Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje

**TREĆA MATEMATIČKA KONFERENCIJA  
REPUBLIKE SRPSKE**

Trebinje, 7. i 8. juni 2013. godine

**KNJIGA REZIMEA**

Trebinje, 2013.

## **POČASNI ODBOR KONFERENCIJE**

1. Prof. dr Mitar Novaković, rektor Univerziteta u Istočnom Sarajevu
2. Prof. dr Jasmin Komić, ministar nauke i tehnologije Republike Srpske
3. Akademik Dragoljub Mirjanić, sekretar ANURS
4. Prof. dr Stevan Trbojević, prorektor za istraživanje, nauku i razvoj UIS-a
5. Prof. dr Radoslav Grujić, prorektor za nastavu i studentska pitanja UIS-a
6. Prof. dr Dejan Bokonić, prorektor za međunarodnu i međuuniverzitetsku saradnju i osiguranje kvaliteta UIS-a
7. Prof. dr Rade Ivanković, dekan, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
8. Prof. dr Milanka Babić, dekan, Filozofski fakultet Pale
9. Mr Vinko Bogdan, pomoćnik ministra nauke i tehnologije Republike Srpske
10. Prof. dr Predrag Stanišić, dekan, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
11. Prof. dr Miodrag Mateljević, dekan, Matematički fakultet Beograd
12. Prof. dr Alija Mandak, dekan, Učiteljski fakultet Leposavić

## **NAUČNI ODBOR KONFERENCIJE**

1. Akademik Stevan Pilipović, Prirodno-matematički fakultet Novi Sad
2. Akademik Svjetlana Terzić, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
3. Akademik Milojica Jaćimović, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
4. Akademik Mirjana Vuković, Prirodno-matematički fakultet Sarajevo
5. Prof. dr Aleksandar Pečencov, Lomonosov Moscow state University
6. Prof. dr Dušan Pagon, Univerzitet u Mariboru

7. Prof. dr Žarko Mijajlović, Matematički fakultet Beograd
8. Prof. dr Zoran Kadelburg, Matematički fakultet Beograd
9. Prof. dr Aleksandar Lipkovski, Matematički fakultet Beograd
10. Prof. dr Žarko Pavićević, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
11. Prof. dr Slobodan Vujošević, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
12. Prof. dr Ljubiša Kočinac, Prirodno-matematički fakultet Niš
13. Prof. dr Milenko Pikula, Filozofski fakultet Pale
14. Prof. dr Vidan Govedarica, Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo
15. Prof. dr Miloš Tomić, Tehnološki fakultet Zvornik
16. Prof. dr Milan Janić, Prirodno-matematički fakultet Banja Luka
17. Mr Biljana Vojvodić, Ministarstvo nauke i tehnologije u Vladi Republike Srpske
18. Prof. dr Zorica Stanimirović, Matematički fakultet Beograd
19. Prof. dr Hranislav Milošević, Prirodno-matematički fakultet u Kosovskoj Mitrovici
20. Prof. dr Žana Kovijanić Vukićević, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
21. Prof. dr Dragić Banković, Prirodno-matematički fakultet Kragujevac
22. Prof. dr Radoje Šćepanović, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
23. Prof. dr Vladimir Jovanović, Prirodno-matematički fakultet Banja Luka
24. Doc. dr Dušan Jokanović, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje

**ORGANIZACIONI ODBOR KONFERENCIJE**

1. Prof. dr Rade Ivanković, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, predsjednik
2. Prof. dr Radoje Šćepanović, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
3. Prof. dr Milenko Pikula, Filozofski fakultet Pale
4. Doc. dr Obrad Spaić, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
5. Doc. dr Ilinka Unković, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
6. Prof. dr Milorad Banjanin, Filozofski fakultet Pale
7. Prof. dr Nebojša Elez, Filozofski fakultet Pale
8. Prof. dr Huse Fatkić, Elektrotehnički fakultet Sarajevo
9. Prof. dr Vidan Govedarica, Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo
10. Prof. dr Šefket Arslanagić, Prirodno-matematički fakultet Sarajevo
11. Doc. dr Dušan Jokanović, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
12. Doc. dr Vladimir Božović, Prirodno-matematički fakultet Podgorica
13. Mr Đorđe Baralić, Srpska akademija nauka i umjetnosti
14. Mr Sanja Spužević, Fakultet prirodoslovno-matematičkih i odgojnih znanosti Sveučilišta u Mostaru
15. Mr Jana Marić, Fakultet prirodoslovno-matematičkih i odgojnih znanosti Sveučilišta u Mostaru
16. Mr Darko Drakulić, Filozofski fakultet Pale
17. Mr Vladimir Vladičić, Filozofski fakultet Pale
18. Mr Nataša Pavlović, Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo
19. Mr Valentina Konjokrad, Filozofski fakultet Pale
20. Mr Marko Ćitić, Filozofski fakultet Pale
21. Marina Zirojević, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
22. Rade Ćuk, studentska organizacija Fakulteta za proizvodnju i menadžment Trebinje

## PROGRAM RADA KONFERENCIJE

*Petak, 7. juni 2013. godine*

11:00-14:00 - Registracija učesnika u holu Fakulteta za proizvodnju i menadžment Trebinje

14:00 - Otvaranje konferencije i promocija Zbornika sa Druge matematičke konferencije Republike Srpske

### PLENARNA SJEDNICA

Radno predsjedništvo

Rade Ivanković, Milanka Babić, Stevan Trbojević, Dušan Jokanović

### PLENARNO PREDAVANJE

15:00 - **Kosta Došen** - Algebre dedukcija u teoriji kategorija

16:00 - Koktel u holu Fakulteta za proizvodnju i menadžment Trebinje

17:00-20:00 - Rad po sekcijama

21:00 - Svečana večera (hotel Leotar)

*Subota, 8. juni 2013. godine*

09:00-12:00 - Rad po sekcijama

12:30 - Završna plenarna sjednica

### ZAVRŠNA RIJEČ

13:00 - Posjeta Hercegovačkoj Gračanici

**SEKCIJA ZA ALGEBRU I GEOMETRIJU**

*Petak, 7. juni 2013. godine*

17:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, amfiteatar

Predsjedava: Slobodan Vujošević

Sekretar: Vladimir Vladičić

*Svjetlana Terzić* - Geometrijska formalnost racionalno eliptičkih mnogostrukosti malih dimenzija

*Zoran Petrić* - O raspetljavanju klasifikacijskih prostora monoidalnih kategorija

*Vučić Dašić* - Jedno uopštenje skoro-prstena sa dijeljenjem

*Slobodan Vujošević* - The logic of Gödel's ontological argument

*Đorđe Baralić* - Kombinatorika kvazitorusnih mnogostrukosti

*Milan Janjić, Boris Petković* - Enumerativna funkcija

*Sanja Jančić-Rašović, Vučić Dašić* - O hiperprstenima polinoma

*Milenko Mosurović* - Tablo algoritam za ALCr

*Alija Mandak* - A construction weighted projective plane of order 11 and (2, 11-1) quasigroup

*Ljubiša Kočinac* - On some difference sequence spaces

**SEKCIJA ZA ALGEBRU I GEOMETRIJU**

*Subota, 8. juni 2013. godine*

09:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, amfiteatar

Predsjedava: Alija Mandak

Sekretar: Marko Ćitić

*Đorđe Žikelić, Đorđe Baralić, Branko Grbić* - Softver "Cinderella"  
četverouglovi i konike

*Mičo Miletić* - Asiomatsko zasnivanje geometrije u delima srpskih  
matematičara (Branislav Petronijević, Miloš Radojčić)

*Emil Ilić-Georgijević* - A note on a representation of a general graded  
ring

*Nenad Stojanović* - Jedna klasa trinomnih jednačina i polupravilni  
jednakostrani poligoni

*Dušan Jokanović, Ana Marija Alilović* - Some properties of skew  
polynomial rings of Laurent type

*Vidan Govedarica, Jovana Janković* - Potpuni kvadrati kvadratnih formi

*Gordana Jelić* - Grupe homologija i mogućnost njihovih izračunavanja

*Milan Živanović* - Aritmetičke operacije na Pitagorinoj klasi pravougljih  
trouglova

*Marko Ćitić* - Jedan kombinatorni način za određivanje suma nekih  
stepenih redova

**SEKCIJA ZA ANALIZU, VJEROVATNOĆU I STATISTIKU**

*Petak, 7. juni 2013. godine*

17:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, sala 1

Predsjedava: Milenko Pikula

Sekretar: Marina Zirojević

*Milenko Pikula, Vladimir Vladičić, Dragana Nedić* - Konstrukcija diferencijalnog operatora tipa Šturm-Liuvila sa homogenim kašnjenjem i razdijeljenim graničnim uslovima

*Harry Miller* - O dva rada iz sumabilnosti i mjere

*Milojica Jaćimović, Nevena Mijajlović* - Regularized Algorithms for Solving Quasi-variational Inequalities

*Ivan Arandžević, Vesna Mišić* - On a Fixed Point Theorem of Chatterjea

*Branko Sarić* - Fourier Series of Functions with Infinite Discontinuities

*Milan Merkle* - Statističke funkcije dubine i Jensenova nejednakost sa prostornim medijanima

*Zlatko Lazović* - Fredholmovi operatori nad  $S^*$  Hilbertovim modulima

*Dojčin Petković, Ivan Arandžević* - On Sets of  $\Phi$  type

*Berina Fatkić, Alem Čolaković, Huse Fatkić* - Dispersion under Iteration for Some Classes of Discrete Time Dynamical Systems

*Vesna Mišić, Ivan Arandžević* - Konusni metrični prostori

*Nebojša Elez* - Rapidno promjenjive funkcije

Milenko Pikula, Elmir Čatrinja - Određivanje svojstvenih vrijednosti Šturm-Liouvillovog problema sa konstantnim kašnjenjem

*Šefket Arslanagić* - Jedna interesantna metoda dokazivanja nejednakosti

*Tatjana Bajić* - Tabele kontigencije i maksimalna informacija



## SEKCIJA ZA ANALIZU, VJEROVATNOĆU I STATISTIKU

*Subota, 8. juni 2013. godine*

09:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, sala 1

Predsjedava: Radoje Šćepanović

Sekretar: Nataša Pavlović

*Božidar Jovanović, Vladimir Jovanović* - Integrability of Reeb flow on Brieskorn manifold

*Milenko Pikula, Ismet Kalčo* - Obrnuti problem tipa Šturma-Liuvila sa promjenjivim kašnjenjem na segmentu

*Mirko Jovanović* - Uopštena kontraktivna preslikavanja na kompaktnim metričkim prostorima

*Ljiljana Paunović* - A note on generalized operator quasicontractions in cone metric spaces

*Jelena Vujaković* - Nule rješenja kompleksnih diferencijalnih jednačina prvog reda

*Nataša Pavlović, Milenko Pikula* - Konstrukcija rješenja graničnog zadatka sa dva konstantna kašnjenja i asimptotika sopstvenih vrijesnosti

*Amina Šahović, Fikret Vajzović, Sead Peco* - Hilbertova transformacija na prostorima  $s(r)$  i  $lp(r)$ ,  $1 < p < \infty$

*Milenko Pikula, Olivera Marković, Ljubica Diković* - Inverzni spektralni zadaci tipa Šturma-Liuvila

*Nenad Cakić* - Explicite Formulas for Comet Numbers

*Vladimir Vladičić* - O spektru diferencijalnih operatora sa pomjerenim argumentom

*Atila Bezdan, Milica Vranešević, Boško Blagojević* - Stohastički generator oticaja i hidraulički modeli u optimizaciji crpnih stanica na sistemima za odvodnjavanje

*Ivan Budimir* - Vjerojatnost kockareve propasti u igri ruleta

*Nenad Cakić* - Generalized Stirling Numbers of the Second Kind  $S_r$ ,  $s(n, k)$

## SEKCIJA ZA PRIMIJENJENU MATEMATIKU

*Petak, 7. juni 2013. godine*

17:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, sala 2

Predsjedava: Vidan Govedarica

Sekretar: Budimirka Marinović

*Milan Tuba* - Hard Optimization Problems in Image Processing

*Hranislav Milošević, Dojčin Petković, Aleksandar Dmitrovich Rychkov, Nataša Kontrec* - Numerical Modeling of Inaccuracy Estimation of Thermocouple Measurements of Temperature Profile in Hard Solid Substances

*Radoje Šćepanović* - Primjena teorema o nepokretnoj tački u nastavi matematike

*Žana Kovijanić-Vukićević, Vladimir Božović, Srđan Kadić* - Orbits and Stabilizers of a  $k$ -sets of  $Z_n$

*Huse Fatkić, Mehmed Brkić, Hana Fatkić* - Recurrence Under Iteration of Some Classes of Measurability - Preserving Dynamical Systems

*Milan Rapaić, Tomislav Šekara* - Pravila frakcionog diferenciranja i integracije Laplasovog lika signala

*Dorđe Baralić, Veljko Vranić* - Cinderella, način da vidimo apstraktnu matematiku

*Mirko Stojčić, Milorad Banjanin, Emanuela Ćurić* - Digitalizacija prostornih podataka primjenom Nikvist-Šenonove teoreme uzorkovanja signala

*Aleksandar Stjepanović, Milorad Banjanin* - Algoritmi za razvoj multimodalno interaktivnih WEB aplikacija u inteligentnim transportnim sistemima

*Milorad Šuković, Zoran Lovren* - Metoda koordinata u nastavi matematike

*Saša Mujović, Slobodan Đukanović* - O upotrebi najmanjih kvadrata za modelovanje ključnih parametara kvaliteta električne energije

*Milan Dotlić, Mladen Ignjatović, Dragan Vidović, Boris Pokorni* - Nelinearna metoda konačnih zapremina

*Radoslav Milošević* - Logička formalizacija elemenata teorije brojeva

## SEKCIJA ZA PRIMIJENJENU MATEMATIKU

*Subota, 8. juni 2013. godine*

09:00 - Fakultet za proizvodnju i menadžment, sala 2

Predsjedava: Milorad Banjanin

Sekretar: Darko Drakulić

*Savo Tomović, Predrag Stanišić* - Parallels between Frequent Itemsets Mining Problems and Set Intersection Problem

*Blaz Zmazek, Igor Pesek, Darko Drakulić* - Design and Development of New Aged e-textbooks: i-textbooks

*Tomislav Šekara, Vidan Govedarica, Milan Rapaić* - Primjena Ermitovih polinoma na određivanje Furijeove transformacije

*Mladen Ignjatović, Milan Dotlić, Boško Jovanović* - O rješavanju paraboličkih diferencijalnih jednačina sa homogenim graničnim i integralnim početnim uslovom

*Boško Blagojević, Atila Bezdan, Milica Vranešević, Jovana Draginčić* - Meta-heuristički pristup u određivanju težina donosilaca odluka

*Matić Dragan, Katica Jozef, Filipović Vladimir* - Poboljšanje nastavnog plana optimizovanjem broja pokrivenih tematskih oblasti po semestrima

*Miroslav Marić, Aleksandar Takači, Darko Drakulić* - Poboljšanje MCLP modela fazifikacijom udaljenosti klijenata

*Vladan Mastilović, Zorana Banjanin* - Servisno orijentisana arhitektura informacionog sistema integrisanog univerziteta

*Marina Zirojević, Mirsada Đezić, Dušan Jokanović* - A note to Berlekamp's algorithm

*Miodrag M. Spalević* - Error Bounds of Gaussian Quadrature Formula for One Class of Bernstein-Szegő weights

*Radoslav Milošević, Vesna Miletić* - Analogoni nekih poznatih nejednakosti

*Emanuela Ćurić, Mirko Stojčić, Milorad Banjanin* - Segmentacija dvodimenzionalnog modela slike u računarskog grafici

*Petar Vuca* - Matematičko modeliranje u fizici

*Damjan Krstajić* - Primena statistike u personalizovanoj medicini



## PLENARNO PREDAVANJE

Kosta Došen

Matematički institut SANU  
Filozofski fakultet Beograd

### ALGEBRE DEDUKCIJA U TEORIJI KATEGORIJA

#### Apstrakt

U teoriji dokaza koristi se teorija kategorija da bi se došlo do kriterijuma identiteta za dedukcije. Pravila izvođenja, pomoću kojih prelazimo sa jednih dedukcija na druge, javljaju se kao parcijalne algebarske operacije. Algebra se tu ispoljava na dedukcijama, a ne na formulama. Tim putem se logika povezuje sa drugom vrstom algebri nego što su Bulovali, Hajtingovi i njima slične mrežne algebre izučavane u univerzalnoj algebri, koje nameće ekvivalencija između formula. Algebre dedukcija počivaju na kategorijama sa strukturom koju daju tako opšti i značajni matematički pojmovi kao što su proizvod, koproizvod, stepen, tenzorski proizvod, . . . . Ne radi se o tome da logika formalizuje druge oblasti matematike da bi ih ispitivala na svoj način, nego se sama logička materija poklapa sa nečim što se inače izučava u savremenoj algebri i drugim srodnim matematičkim oblastima.



**SEKCIJA ZA ALGEBRU I GEOMETRIJU**





Svjetlana Terzić

Prirodno-matematički fakultet Podgorica, Crnogorska akademija nauka i umjetnosti

## GEOMETRIJSKA FORMALNOST RACIONALNO ELIPTIČKIH MNOGOSTRUKOSTI MALIH DIMENZIJA

### Abstract

Geometrijska formalnost je pojam koji se odnosi na pitanje postojanja Rimanove metrike na glatkoj, kompaktnoj mnogostrukosti takve da harmonijske forme određene tom metrikom obrazuju algebru u odnosu na spoljašnji proizvod. Poznato je da su geometrijski formalne mnogostrukosti formalni prostori u smislu racionalne homotopske teorije. Obrnuto ne važi, dokazano je da neke važne klase homogenih prostora sa bogatom geometrijskom strukturom, kao što su flag-mnogostrukosti, nijesu geometrijski formalne mnogostrukosti. Opstrukcija za postojanje formalne metrike na ovim prostorima proizilazi iz njihove realne kohomološke strukture. Naime, na osnovu klasične teorije Hodža svaka realna kohomološka klasa glatke, kompaktne mnogostrukosti sadrži jedinstvenu, do na konstantu, harmonijsku formu fiksirane Rimanove metrike. To znači da, u slučaju geometrijski formalne mnogostrukosti, sve relacije koje postoje između klasa u realnom kohomološkom prstenu mnogostrukosti važe i za njihove harmonijske predstavnike, što sugeriše da nije obećavajuće da mnogostrukost sa složenim kohomološkim prstenom bude geometrijski formalna.

Poznato je da geometrijski formalne mnogostrukosti čija je dimenzija manja ili jednaka 4 imaju kohomološku strukturu simetričnih prostora. Iz tog razloga biće predstavljeni rezultati koji se odnose na pitanje geometrijske formalnosti racionalno eliptičkih mnogostrukosti dimenzije 5 i 6. U tom smislu dobijena je klasifikacija, sa stanovišta racionalne kohomološke strukture, svih takvih mnogostrukosti dimenzije 5 i onih dimenzije 6 sa malim Betijevim brojevima. Pokazuje se da sve one imaju racionalnu kohomološku strukturu simetričnih prostora. Osim toga, biće pokazano da je geometrijski formalna racionalno eliptička mnogostrukost dimenzije 6 čiji je drugi Betijev broj 2, racionalno kohomologna proizvodu  $S^2 \times \mathcal{C}P^2$ . Razmatra se i jedna beskonačna familija prosto povezanih bi-količnika dimenzije 6, čiji je drugi Betijev broj 3 i koji nijesu racionalno kohomoloni simetričnom prostoru, i pokazuje da nijedan od ovih bi-količnika nije geometrijski formalna mnogostrukost.

---

Zoran Petrić

Matematički institut SANU

## O RASPETLJAVANJU KLASIFIKACIJSKIH PROSTORA MONOIDALNIH KATEGORIJA

### Apstrakt

Odavno je poznato da su klasifikacijski prostori monoidalnih kategorija prostori petlji i da su u slučaju simetričnih monoidalnih kategorija to beskonačni prostori petlji. To je u osnovi posledica koherencijskih rezultata za ove tipove kategorija. U ovom radu ćemo pokazati kako se pravi prostor čiji je  $n$ -tostruki prostor petlji klasifikacijski prostor kategorije sa  $n$  monoidalnih struktura i daćemo neke primere kategorija tog tipa.

---

Ljubiša Kočinac

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy

## ON SOME DIFFERENCE SEQUENCE SPACES

### Abstract

A class of spaces of single difference sequences is defined by using a sequence of Orlicz functions without convexity condition. Several properties of these spaces are investigated. We also extend this idea to spaces of double sequences and propose a new matrix theoretic approach to their construction.

This is a joint work with H. Dutta.

---

Dorđe Baralić

Matematički institut SANU

Beograd, Srbija

## KOMBINATORIKA KVAZITORUSNIH MNOGOSTRUKOSTI

### Apstrakt

Kvazitorusne mnogostrukosti predstavljaju topološku generalizaciju torusnih varijeteta jednih od najznačajnijih objekata algebarske geometrije. Ova važna klasa mnogostrukosti je predmet proučavanja torusne topologije i intenzivno je proučavana u radovima V. Buhštibera, T. Panova, M. Masuda, N. Rej-a i dr. Izložićemo njihova kombinatorna svojstva koja dolazi iz strukture odgovarajućeg prostog politopa koji predstavlja prostor orbita dejstva torusa. Razumevanje ovih osobina je veoma važno za izučavanje topoloških invarijanti ovih mnogostrukosti: kohomološkog prstena, karakterističnih klasa, rodova i dr.

---

Nenad Stojanović

Visoka Medicinska Škola Prijedor

## JEDNA KLASA TRINOMNIH JEDNAČINA I POLUPRAVILNI POLIGONI

### Apstrakt

Kako geometrijska konstrukcija polupravnog poligona  $\mathcal{P}_N$  sa  $N$  stranica nije jedinstvena u radu je razmatrano određivanje broja geometrijskih konstrukcija polupravnih jednakostranih poligona. Posebno je razmatrana veza geometrijskih konstrukcija polupravnih poligona i jedne klase trinomnih jednačina oblika  $Ax^N + Bx^n + C = 0$  čija rješenja generišu vrhove polupravnog jednakostranog poligona sa  $N = n \cdot m$  stranica.

---

Emil Ilić-Georgijević

Faculty of Civil Engineering, University of Sarajevo

## A NOTE ON A REPRESENTATION OF A GENERAL GRADED RING

### Abstract

We know that the set  $\text{End}_{\mathbb{Z}}(M)$  of all endomorphisms of an abelian group  $M$  is a ring under pointwise addition and a composition as a multiplication. Then we may define a representation of a ring  $R$  as a ring homomorphism  $\varphi : R \rightarrow \text{End}_{\mathbb{Z}}(M)$ . Also, if a representation  $\varphi : R \rightarrow \text{End}_{\mathbb{Z}}(M)$  of a ring  $R$  is given, then we know how to make  $M$  a left  $R$ -module, and if a left  $R$ -module  $M$  is given, how to obtain a representation of a ring  $R$ . When it comes to general graded rings, the things are a bit different. First of all, a general graded ring is up to isomorphism determined by its homogeneous part which, with induced partial addition and induced multiplication, forms a structure called an anneid. Similarly, instead of modules, we consider moduloids. In case of moduloids, the set of all endomorphisms doesn't have to be an anneid. E. Halberstadt gave an answer when it is, and using that result, we prove theorem which relates the representation of an anneid and a left moduloid over an anneid.

---

Milenko Mosurović

Prirodno-matematički fakultet Podgorica, Univerzitet Crne Gore

## TABLO ALGORITAM ZA $ALCr$

### Apstrakt

Proširivanje deskriptivnih logika s kompozitnim objektima je jedan interesantan zadatak posebno imajući u vidu primjene takvih formalizama u semantičkom vebu. Kompozitni objekti se u deskriptivnim logikama modeliraju pomoću aksioma veza. U ovom radu je predloženo proširenje standardne deskriptivne logike  $ALC$  s regularnim skupom aksiomama veza. Dobijena logika je označena sa  $ALCr$ . Regularni skup aksioma veza dozvoljava one aksiome koje imaju samo jednu vezu sa lijeve strane a kompoziciju

veza sa desne strane. U radu je dat i tablo algoritam koji provjerava zadovoljivost  $ALCr$ -koncepta u odnosu na regularni skup aksioma veza.

Alija Mandak

Faculty of Teacher Training Prizren Leposavic, Serbia

## A CONSTRUCTION WEIGHTED PROJECTIVE PLANE OF ORDER 11 AND $(2, 11 - 1)$ - QUASIGROUP

### Abstract

We introduce a notion of weighted projective planes which is a generalization of usual projective planes. We prove that a Frobenius group  $G$  of order 24 operates on a projective plane  $P$  of order 11 as a colineation group. Using this operation the plane  $P$  may be constructed. A weighted projective plane  $P'$  of order 11 is equivalent to a totally symmetric  $(2, 111)$  - quasigroup

Vučić Dašić

Prirodno-matematički fakultet Podgorica

## JEDNO UOPŠTENJE SKORO PRSTENA SA DIJELJENJEM

### Apstrakt

Skoro-prsteni sa dijeljenjem su dosta izučavani u teoriji skoro-prstena i imaju slična svojstva kao i prsteni sa dijeljenjem (tijela). U ovom radu dajemo jedno uopštenje skoro-prstena sa dijeljenjem u klasu skoro-prstena sa defektom distributivnosti  $D$ . U tom smislu data su neka svojstva takvih skoro-prstena.

---

Milan Živanović

Visoka škola stukovnih studija za obrazovanje vaspitača, Kruševac

**ARITMETIČKE OPERACIJE NA PITAGORINOJ KLASI  
PRAVOUGLIH TROUGLOVA**

**Apstrakt**

U radu će biti posmatrana jednoparametarska parametrizacija Pitagorinih trojki kod kojih je hipotenuza za jedan veća od katete. Na toj klasi, pored osnovnih aditivnih i multiplikativnih operacija, biće uveden pojam deljivosti i dokazana teorema o jedinstvenosti deljenja sa ostatkom.

---

Marko Ćitić

Filozofski fakultet Pale

**JEDAN KOMBINATORNI NAČIN ZA ODREĐIVANJE  
SUMA NEKIH STEPENIH REDOVA**

**Apstrakt**

U radu se govori o jednom problemu kombinatornog tipa iz verovatnoće. Taj problem je rešen na dva načina. U prvom načinu na koji je problem rešen koristimo formulu potpune verovatnoće i kraće kombinatorno razmatranje. Drugi način na koji je ovaj problem rešen je složeniji, uključuje tehniku sličnu onoj kojom se određuje broj dobrih i loših nizova u kombinatorici, gde se kao konačan rezultat dobijaju dobro poznati Katalanovi brojevi. U ovom rešenju problema su se kao rezultat pojavili određeni stepeni redovi. Povezujući taj rezultat sa rešenjem koji je dobijen u prvom načinu, dobili smo sume tih redova.

---

Vidan Govedarica, Jovana Janković  
Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo  
Filozofski fakultet Pale

## POTPUNI KVADRATI KVADRATNIH FORMI

### Apstrakt

U radu se razmatraju familije kvadratnih formi od dvije cjelobrojne promjenljive i jednog prirodnog parametra. Ispituje se za koje vrijednosti parametra one imaju bar jedno cjelobrojno rješenje, a kada imaju beskonačno mnogo cjelobrojnih rješenja. Pokazuje se koje od njih imaju cjelobrojnih rješenja samo ako je vrijednost parametra potpun kvadrat. Takođe se razmatraju i sistemi od dvije kvadratne forme. Za ove sisteme se ispituje da li postoji par prirodnih brojeva za koje su obje kvadratne forme kvadrati nekih prirodnih brojeva.

---

Sanja Jančić Rašović, Vučić Dašić  
Univerzitet Crne Gore

## O HIPERPRSTENIMA POLINOMA

### Apstrakt

U ovom radu analiziramo hiperprsten polinoma  $R((x))$  nad komutativnim hiperprstenom  $R$ , pri čemu hipergrupa  $(R, +)$  nije obavezno regularna. Dajemo neophodan i dovoljan uslov da bi  $R(X)$  bio podhiperprsten hiperprstena  $R((x))$ . Na kraju dokazujemo da hiperprsten  $R((x))$  pod određenim uslovima zadovoljava teoremu analognu Hilbertovoj teoremi o bazi.

---

Gordana Jelić

Fakultet tehničkih nauka Kosovska Mitrovica

## GRUPE HOMOLOGIJA I MOGUĆNOST NJIHOVIH IZRAČUNAVANJA

### Apstrakt

Jedna od važnijih geometrijskih invarijanti mnogostrukosti je njena grupa homologija. Postoji nekoliko načina njenih definisanja. U ovom radu dat je jedan od načina definisanja grupe homologija i to je grupa  $H^k(M^n; R)$ . Takođe su data i neka izračunavanja u toj grupi homologija.

---

Dušan Jokanović, Ana Marija Alilović

Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje

## SOME PROPERTIES OF SKEW POLYNOMIAL RINGS OF LAURENT TYPE

### Abstract

In this paper we consider polynomials in the skew polynomial ring  $R[x, \alpha]$ , for some ring endomorphism  $\alpha$ , which is generalization of polynomial ring  $R[x]$ . Basic properties of rings of Laurent type are observed and connections with Armendariz property. We also consider some examples of semicommutative and rigid matrix rings.



---

Milan Janjić, Boris Petković

Odsjek za matematiku i informatiku, Univerzitet u Banja Luci

## ENUMERATIVNA FUNKCIJA

### Apstrakt

U ovom radu definisali smo enumerativnu funkciju  $\binom{m,n}{k,Q}$  koja je usko povezana sa binomnim koeficijentima. Eksplicitna formula za ovu funkciju je dokazana. U nekoliko specijalnih slučajeva, izvedene su i jednostavnije eksplicitne formule.

Takođe, pokazali smo da ova funkcija zadovoljava nekoliko rekurzivnih relacija.

Zatim smo pokazali vezu naše funkcije sa nekoliko različitih klasa cijelih brojeva: različite vrste figurativnih brojeva, magične konstante, Katalanovi brojevi, Delonijevi brojevi, Sulankeovi brojevi, broj koordinatnih nizova, itd.

Na kraju, pokazali smo da se nekoliko različitih kombinatornih konfiguracija može prebrojavati pomoću naše funkcije. Neke od njih su: broj razapinjućih podgrafova kompletnog bipartitnog grafa, broj kvadrata sadržanih u kvadratu u cjelobrojnoj mreži, broj bojenja tačaka na pravoj, broj svih dijelova u kompozicijama prirodnog broja.

Rad završavamo sa prebrojavanjem svih mogućih pokreta topa, lovca i kraljice na šahovskoj tabli  $m \times n$ , i to sve pomoću naše funkcije.

Za većinu tvrđenja u ovom radu dali smo direktne bijektivne dokaze pomoću insetova, koji su definisani na samom početku rada. Na ovaj način smo pokazali kako se potpuno različite kombinatorne konfiguracije mogu brojati na isti način.

---

Dorđe Baralić, Branko Grbić, Đorđe Grbić

Matematička gimnazija Beograd

## SOFTVER "CINDERELLA", ČETVEROUGLOVI I KONIKE

### Apstrakt

U ovom radu proučavamo četvorouglove upisane i opisane oko konika. Naše istraživanje vođeno je eksperimentima u matematičkom softveru "Cinderella". Takođe, proširujemo već poznate rezultate projektivne geometrije konika i pokazujemo kako matematički softver može da donese nove ideje u teorijskoj i primenjenoj matematici.

Rad smo već okačili na arXiv i čekamo odgovor časopisa u koji smo ga poslali, tako da sam rad možete videti ovde <http://arxiv.org/abs/1303.5497>.

---

Slobodan Vujošević

University of Montenegro

## THE LOGIC OF GÖDEL'S ONTOLOGICAL ARGUMENT

### Abstract

In Gödel's ontological argument nothing is told about the underlying logic. It is accepted that this logic is the predicate S5 logic in the first-order or in a higher-order variant. However, there is a step of the argument in which Gödel himself used the necessitation rule the axioms of the argument. This was repeatedly used by his followers Dana Scott, Charles Hartshorn, Jordan Hovard Sobel, Peter Hayek and Melvin Fitting and others. Such an application of the necessitation rule seriously harms the consequence relation so that the logic of the ontological argument definitely is not S5. It seems that the only way to preserve S5 for the ontological argument is to assume some of its axioms in the necessitated form.

---

Miéo Miletić

Visoka škola za vaspitače strukovnih studija Aleksinac

**AKSIOMATSKO ZASNIVANJE GEOMETRIJE U DELIMA  
SRPSKIH MATEMATIČARA (BRANISLAV  
PETRONIJEVIĆ, MILOŠ RADOJČIĆ)**

**Apstrakt**

Branislav Petronijević je početkom 20. veka zasnovao novu ontološku, konačnu, diskretnu geometriju u okviru svog metafizičkog sistema. Naš matematičar Miloš Radojčić je u svom delu pokušao da zasnuje četvorodimenzionalnu geometriju prostor-vremena. I jedan i drugi pokušaj naših autora nije dovršen i nije imao naslednika.



**SEKCIJA ZA ANALIZU, VJEROVATNOĆU I  
STATISTIKU**



---

Milojica Jaćimović, Nevena Mijajlović

University of Montenegro

## REGULARIZED ALGORITHMS FOR SOLVING QUASI-VARIATIONAL INEQUALITIES

### Abstract

In our talk we will present one class of iterative processes for solving quasi-variational inequalities with monotone Lipschitz continuous operator and a nonexpansive mapping that defines the set of constraints. The iterative processes are based on gradient and extragradient methods. We will also present the regularized variants of these methods. Under suitable conditions, the sequences of regularized solution converge to a solution of the given quasi-variational inequality.

---

Branko Sarić

Internacionalni Univerzitet Travnik

Travnik, BiH

## FOURIER SERIES OF FUNCTIONS WITH INFINITE DISCONTINUITIES

### Abstract

Using the concept of the total *Kurzweil-Henstock* integral we shall try to show that functions, which can take not only finite but infinite values in the interval  $(-\pi, \pi)$ , can be expanded into a *Fourier* series over this interval.

---

Ivan D. Arandžević, Vesna Mišić

University of Belgrade - Faculty of Mechanical Engineering  
University of East Sarajevo - Faculty of Transport and Traffic Engineering

## ON FIXED POINT THEOREM OF CHATTERJEA

### Abstract

In this talk (paper) we present one common fixed point theorem with operator contractive condition which generalize some results obtained by S. Chatterjea, M. Abbas and G. Jungck, L.-G. Huang and X. Zhang, Sh. Reza-pour and R. Hambarani.

---

Milenko Pikula, Elmir Čatrnja

Filozofski fakultet Pale  
Nastavnički fakultet Mostar

## ODREĐIVANJE SVOJSTVENIH VRIJEDNOSTI STURM-LIOUVILLOVOG PROBLEMA SA KONSTANTNIM KAŠNJENJEM

### Apstrakt

Posljednjih godina objavljen je veliki broj radova koji se bave Sturm-Liouvillovim problemima sa kašnjenjem, kao i obrnutim Sturm-Liouvillovim problemima sa kašnjenjem, u kojima se mogu naći i rezultati vezani sa asimptotiku svojstvenih vrijednosti pripadajućeg diferencijalnog operatora. Međutim, određivanje svojstvenih vrijednosti kod klasičnog Sturm-Liouvilleovog problema nije nimalo trivijalan zadatak, pa samim time se postavlja pitanje kako odrediti svojstvene vrijednosti Sturm-Liouvilleovog problema sa kašnjenjem. U ovom radu navedeni su poznati rezultati za metode diskretizacije kod klasičnog problema, a zatim su izvršene potrebne modifikacije metoda konačnih razlika, te Numerovog algoritma u svrhu njihove primjene na približno određivanje prvih nekoliko svojstvenih vrijednosti Sturm-Liouvilleovog problema sa konstantnim kašnjenjem. Pri tome su navedeni i uslovi koje Sturm-Liouvilleova jednačina sa kašnjenjem treba ispunjavati. Na kraju smo za dvije Sturm-Liouvilleove jednačine sa



kašnjenjem približno odredili nekoliko svojstvenih vrijednosti, te izvršili poređenje sa ranije poznatim asimptotskim relacijama.

Zlatko Lazovic

Matematički fakultet Beograd

## FREDHOLMOVI OPERATORI NAD $C^*$ HILBERTOVIM MODULIMA

### Apstrakt

U radu se aksiomatski zasniva pojam Fredholmovog operatora nad Hilbertovim  $C^*$ -modulima, koji se razlikuje od definicije u smislu Mishchenka i Fomenka. Za takve Fredholmove operatore definiše se indeks operatora i dokazuje se Atkinsonova teorema nad standardnim  $W^*$ -Hilbertovim modulom  $H_{\mathbb{A}}$ .

Jelena Vujaković

PMF Kosovska Mitrovica

## ZERO SOLUTIONS OF COMPLEX DIFFERENTIAL EQUATIONS OF FIRST ORDER

### Abstract

The study of complex differential equations in recent years has open numerous questions regarding the determination of frequencies of zero solutions, dispositions of zero solutions, oscillatory of solutions, asymptotic behavior, growth rank and so on. This paper presents the result of research seeking for model of determination of location of zero solutions of complex homogenous differential equation of first order with analytic coefficients. Using the sequence-iteration method, which seemed to us better in applications, the new approach to problem solving has been developed and opened the perspectives in further research.

---

Harry Miller

IUS Sarajevo

## O DVA RADA IZ SUMABILNOSTI I MJERE

### Apstrakt

Izložit ćemo neke rezultate u vezi sa mojim radovima iz Transactions of the AMS iz 1995. godine (o sumabilnosti), kao i iz Journal of Mathematical Analysis and Applications od 2012. godine (o teoriji mjere).

---

Amina Šahović, Fikret Vajzović, Sead Peco

Univerzitet "Džemal Bijedić" Mostar

Univerzitet u Sarajevu

Univerzitet "Džemal Bijedić" Mostar

## HILBERTOVA TRANSFORMACIJA NA PROSTORIMA $S(R)$

I  $L^p(R)$ ,  $1 < p < \infty$

### Apstrakt

U ovom radu mi dajemo potrebne i dovoljne uslove za neprekidnost Hilbertove Transformacije na refleksivnom, striktno konveksnom prostoru sa Gâteaux-diferencijabilnom Normom.

---

Milenko Pikula, Olivera Marković, Ljubica Diković  
Filozofski fakultet Pale

## INVERZNI SPEKTRALNI ZADACI TIPA ŠTURMA-LIUVILA

### Apstrakt

U radu su prikazani najznačajniji rezultati iz oblasti inverznih problema tipa Šturma-Liuvila. Navedena su rješenja inverznih problema operatora sa kašnjenjem, kao i bez kašnjenja. Opisano je više metoda za rješavanje ovih problema, od kojih se ističe i najnovija metoda Pikula-Vladičić koja je izlagana na Drugoj matematičkoj konferenciji Republike Srpske.

---

Šefket Arslanagić

Prirodno-matematički fakultet Sarajevo

## JEDNA INTERESANTNA METODA DOKAZIVANJA NEJEDNAKOSTI

### Apstrakt

U ovom radu je data jedna interesantna metoda za dokazivanje algebarskih nejednakosti pomoću koje se data nejednakost dokazuje brže i jednostavnije nego na neki drugi način. Dato je više primjera ove metode i to od nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine za tri pozitivna broja, Nesbitove nejednakosti te dva primjera nešto težih i složenijih nejednakosti.

---

Ljiljana Paunović

Učiteljski fakultet Leposavić

**A NOTE ON GENERALIZED OPERATOR  
QUASICONTRACTIONS IN CONE METRIC SPACES**

**Abstract**

In a recent paper [Fixed point theorem for generalized operator quasi-contractive mappings in cone metric spaces, *Afrika Mat.*, DOI 10.1007/s13370-012-0105-7], X. Zhang has used bounded positive definite linear operators on the given Banach space in an attempt to obtain a more general fixed point result in a normal cone metric space. We will show in this paper that most of the conditions in his theorem are superfluous and that the proof can be obtained in a much easier way, by reducing it to a well known Ćirić's result on quasicontractions in standard metric spaces.

---

Milenko Pikula, Nataša Pavlović

Filozofski fakultet Pale

Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo

**KONSTRUKCIJA RJEŠENJA GRANIČNOG ZADATKA SA  
DVA KONSTANTNA KAŠENJA I ASIMPTOTIKA  
SOPSTVENIH VRIJEDNOSTI**

**Apstrakt**

Posmatramo granični zadatak

$$\begin{aligned} -y''(x) + q_1(x)y(x - \tau_1) + q_2(x)y(x - \tau_2) &= \lambda y(x) \\ y(x - \tau_1) &\equiv 0, x \in [0, \tau_1] \\ y(\pi) &= 0 \\ q_1, q_2 &\in L_2[0, \pi] \end{aligned}$$

U radu se metodom koraka konstruiše rješenje postavljenog graničnog zadatka na čitavom segmentu  $[0, \pi]$  za  $\tau_1 = 2\tau_2, 2\tau_1 < \pi < 5\tau_2$ . Potom konstruišemo asimptotiku sopstvenih vrijednosti posmatranog operatora.

---

Nebojša Elez

Filozofski fakultet Pale

## RAPIDNO PROMJENLJIVE FUNKCIJE

### Apstrakt

U ovom radu dolazimo do potrebnih i dovoljnih uslova za reprezentaciju rapidno promjenljivih funkcija.

---

Nenad P. Cakić

Elektrotehnički fakultet Beograd

## GENERALIZED STIRLING NUMBERS OF THE SECOND KIND $sR, S(N, K)$

### Abstract

In this paper we give a explicit formulas of the generalized Stirling numbers of the second kind  $Sr, s(n, k)$  and  $Sr, s(k)$ . These numbers were firstly defined by Carlitz and recently studied extensively by Blasiak. This approach depends on the previous results obtained by Carlitz, Toscano and Cakić. We show that Blasiaks results can be investigated from Carlitz and Cakićs results. Some interesting combinatorial identities are obtained.

---

Nenad P. Cakić

Elektrotehnički fakultet Beograd

## EXPLICITE FORMULAS FOR COMTET NUMBERS

### Abstract

The main objective of this paper is to define and study generalized Comtet numbers via differential operators. We find new explicit expressions of both kinds of Comtet numbers and some special cases. Also recurrence relations and explicit formulas of these numbers are obtained. Moreover, some interesting relations between those numbers and other types of Stirling numbers are found. Furthermore, some important special cases and combinatorial identities are derived.

---

Vesna Mišić, Ivan Arandžević

Saobraćajni fakultet Doboj, Mašinski fakultet Beograd

## KONUSNI METRIČKI PROSTORI

### Apstrakt

Rastojanje između dvije tačke je jedan od najstarijih matematičkih pojmova. Krajem 19. vijeka nastala je potreba za definisanjem konvergencije niza funkcija i neprekidne transformacije koja djeluje na datom skupu funkcija. To je dovelo do potrebe da se pojmovi konvergencije i neprekidnosti prenesu sa Euklidskih na apstraktne prostore. Tako se uvode i konusni metrički prostori. U ovom radu biće riječi o konvergenciji nizova u konusnim metričkim prostorima...

---

Milenko Pikula, Ismet Kalčo

Filozofski fakultet Pale, Politehnički fakultet Zenica

## OBRNUTI PROBLEM TIPA ŠTURM-LIUVILA SA PROMJENJIVIM KAŠNENJEM NA SEGMENTU

### Apstrakt

Ovaj rad predstavlja nastavak prošlogodišnjeg našeg rada pod nazivom "Svojstvene vrijednosti operatora tipa Šturm-Liuvila sa promjenjivim kašnjenjem tipa  $x - \tau(x)$  na segmentu". U ovom radu bavimo se konstrukcijom linearnog operatora, ako su poznate njegove spektralne karakteristike. Koristimo metodu Furijeovih koeficijenata koja se tek odnedavno koristi kod obrnutog zadatka tipa Šturm-Liuvila.

---

Vladimir Jovanović, Božidar Jovanović  
Prirodno-matematički fakultet Banja Luka

## INTEGRABILITY OF REEB FLOW ON BRIESKORN MANIFOLD

### Abstract

Here we show that the Reeb flow is integrable on the Brieskorn manifold in the contact non-commutative sense.

---

Dojčin S. Petković, Ivan D. Arandžević  
University of Priština, University of Belgrade

## ON SETS OF $\Phi$ -TYPE

### Abstract

There are many approaches to the theory of uniform spaces which are obtained by Tychonov, Kurepa, Weil, Efremovich, and many others. One of them is introduced by Antonovski, Boltjanski and Sarymsakov in 1960. They considered uniform spaces as "metric spaces" in which distance between points belongs to some topological semifield.

S. Kasahara in 1974, considered topological vector spaces over topological semifield, and introduced notion of  $\Phi$ -paranormed spaces.

The triplet  $(X, \|\cdot\|, \Phi)$  is a  $\Phi$ -paranormed space if and only if  $X$  is the Hausdorff topological vector space,  $\|\cdot\| : X \rightarrow \mathcal{P}_\Delta$ ,  $\Phi$  is a linear, positive mapping from  $\mathbb{R}_\Delta$  into  $\mathbb{R}_\Delta$  such that the following conditions are satisfied:

- 1)  $\|x\| = 0$  if and only if  $x = 0$ ;
- 2)  $\|tx\| = |t|\|x\|$ ;
- 3)  $\|x + y\| \leq \Phi(\|x\| + \|y\|)$ .

Then for mapping  $\|\cdot\|$  is said to be  $\Phi$  paranorm.

Kasahara's approach was applied in papers of O. Hadžić, Lj. Gajić and S. Nešić, in which were given some results in fixed point theory and related topics of nonlinear analysis.

O. Hadžić introduced the following definition:

Let  $(X, \|\cdot\|, \Phi)$  be a  $\Phi$ -paranormed space. Then  $K \subset X$  is set of  $\Phi$ -type if and only if for every  $n \in \mathbb{N}$ , every  $x_1, \dots, x_n \in K - K$  and every  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  such that  $\sum \lambda_i = 1$  we have:

$$\left\| \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \right\| \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i \Phi(\|x_i\|).$$

In this talk (paper) we shall prove following results:

**Theorem 1.** *Let  $(X, \|\cdot\|, \Phi)$  be a  $\Phi$ -paranormed space and  $K \subset X$ . If  $K$  is set of  $\Phi$ -type then it is set of Zima's type.*

**Corollary 1.** *Let  $(X, \|\cdot\|, \Phi)$  be a  $\Phi$ -paranormed space and  $K \subset X$ . If  $K$  is set of  $\Phi$ -type then it can be affinely embedded in a Hausdorff locally convex linear space.*

Vladimir Vladičić

Filozofski fakultet Pale

## O SPEKTRU DIFERENCIJALNIH OPERATORA SA POMJERENIM ARGUMENTOM

### Apstrakt

U ovom radu se istražuju osobine spektra diferencijalnih operatora sa pomjerenim argumentom. Određuje se kardinalnost spektra, kao i njegovo asimptotsko ponašanje više klasa operatora sa pomjerenim argumentom sa različitim oblastima definisanosti. Istražuju se klase operatora

$$\begin{aligned} L_y &= -y'' + q(x)y(x - \tau) \\ L_y &= -y'' + q(x)y(\alpha x) \\ L_y &= -y + q(x)y(\tau(x)), \end{aligned}$$

uz određene početne i granične uslove, kao i uz određene karakteristike funkcije  $q$  i  $\tau$ .



---

Milenko Pikula, Vladimir Vladičić, Dragana Nedić

Univerzitet u Istočnom Sarajevu

**KONSTRUKCIJA DIFERENCIJALNOG OPERATORA TIP  
ŠTURM-LIUVILA SA HOMOGENIM KAŠNENJEM I  
RAZDIJELJENIM GRANIČNIM USLOVIMA**

**Apstrakt**

Rad je posvećen odrađivanju identifikacionih komponenti operatora  $D_\alpha^{(2)}$  tipa Šturm-Liuvila, generisanog diferencijalnim izrazom

$$-y''(x) + q(x)y(\alpha x), \quad q \in L_2[0, \pi], \quad \alpha \in [0, 1]$$

sa graničnim uslovima

$$\begin{aligned} y'(0) - hy(0) &= 0 \\ y'(\pi) + Hy(\pi) &= 0. \end{aligned}$$

---

Mirko S. Jovanović

Elektrotehnički fakultet Beograd

**UOPŠTENA KONTRAKTIVNA PRESLIKAVANJA NA  
KOMPAKTNIM METRIČKIM PROSTORIMA**

**Apstrakt**

Uopštavaju se teoreme V. V. Nemytzkija i M. Edelsteina za kontraktivna preslikavanja kompaktnog metričkog prostora. Dokazuje se:

**Teorema 1.** Neka je  $T : X \rightarrow X$  neprekidno preslikavanje kompaktnog metričkog prostora  $(X, d)$ . Ako je

$$(1) \quad d(Tx, Ty) < \max \left\{ d(x, y), d(x, Tx), d(y, Ty), \frac{d(x, Ty) + d(y, Tx)}{2} \right\}$$

za svako  $x, y \in X, x \neq y$ , tada preslikavanje  $T$  ima jedinstvenu fiksnu tačku.

**Teorema 2.** Neka je  $(X, d)$  metrički prostor i  $T : X \rightarrow X$  orbitalno neprekidno preslikavanje koje zadovoljava uslov (1) iz Teoreme 1. Ako postoji tačka  $x_0 \in X$  tako da niz  $(T^n x_0)_{n=0,1,\dots}$  sadrži konvergentan podniz  $(T^{n_i} x_0)_{i=1,2,\dots}$ , onda je  $u = \lim_{i \rightarrow \infty} T^{n_i} x_0$  jedinstvena fiksna tačka preslikavanja  $T$ .

Ivan Budimir

Grafički fakultet Sveučilišta u Zagrebu

## VJEROJATNOST KOCKAREVE PROPASTI U IGRI RULETA

### Apstrakt

Slučajnost je obilježje velike većine pojava u svijetu u kojem živimo. Matematička disciplina koja se bavi slučajnim pojavama je teorija vjerojatnosti. Stoga se primjene teorije vjerojatnosti mogu se pronaći u gotovo svim aspektima "realnog života". Jedan od ciljeva nastave vjerojatnosti treba biti osposobljavanje polaznika za prepoznavanje realnih problema, te njihovo vjerojatnosno modeliranje. Nastavno gradivo iz vjerojatnosti treba biti obogaćeno što većim brojem primjera koji su razumljivi svim polaznicima. Danas se veoma aktualne igre na sreću poput ruleta. Veliki broj vjerojatnosnih principa može se demonstrirati na primjerima ove svima poznate igre na sreću. U radu je naveden primjer kockareve propasti kroz koji je moguće objasniti formulu potpune vjerojatnosti.

Milan Merkle

Elektrotehnički fakultet Beograd

## STATISTIČKE FUNKCIJE DUBINE I JENSENOVA NEJEDNAKOST SA PROSTORNIM MEDIJANAMA

### Apstrakt

Medijana skupa od  $2n + 1$  tačaka na realnoj pravoj je tačka  $m$  od koje je  $n$  od ostalih tačaka sa leve, i  $n$  sa desne strane. U tom smislu medijana je "najdublja" tačka posmatranog skupa. Medijana se analogno ovako može

interpretirati i u kontekstu proizvoljne verovatnosne mere na proizvoljnom skupu realnih brojeva. Pojam dubine se u više dimenzija može definisati na razne načine, što proizvodi različite koncepte medijane i uopšte, kvantila. U izlaganju će biti reči i o primenama prostornih dubina, konceptu slučajne dubine i verziji Jensenove nejednakosti za prostorne medijane.

---

Berina Fatkić, Alem Čolaković, Huse Fatkić

University of Sarajevo

## DISPERSION UNDER ITERATION FOR SOME CLASSES OF DISCRETE TIME DYNAMICAL SYSTEMS

### Abstract

In this paper, we investigate metric properties and dispersive effects of weakly mixing (WM) measure-preserving transformations on general metric spaces endowed with a probability measure; in particular, we investigate connections of WM discrete time dynamical systems with the theory of Čebyšev functions (as generalizations of Čebyšev polynomials) on general metric spaces. Further, continuing the work begun by B. Schweizer and A. Sklar [Z. Wahrsch. Verw. Geb. 26 (1973), 235-239], in [Huse Fatkić, Slobodan Sekulović, and Hana Fatkić, Probabilistic metric spaces determined by weakly mixing transformations, The Second Mathematical Conference of Republic of Srpska, BiH, June 8-9, 2012] is proven that if  $(S, d)$  is a separable metric space endowed with a probability measure  $P$  and if  $T$  is a transformation on  $S$  that is weakly mixing with respect to  $P$ , then for any  $\epsilon > 0$  and almost all pairs of points  $(p, q)$  in  $S^2$ , there is a distribution function  $F$  such that the average number of times in first  $(n-1)$  iterations of  $T$  that the distance between points  $T^n(p)$  and  $T^n(q)$  is less than  $\epsilon$  converges to  $F(\epsilon)$  as  $n$  goes to infinity. The collection of these distribution functions is almost an equilateral probabilistic pseudometric space and the transformation  $T$  is (probabilistic-) distance-preserving on this space. We apply this result to establish several facts, e.g. the fact that under iteration of WM transformation  $T$ ,  $k$ -tuples of distinct distances  $d(p, q)$  behave asymptotically as independent, identically distributed random variables.

---

Atila Bezdan, Vranešević Milica, Boško Blagojević  
Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet

**STOHAISTIČKI GENERATORI OTICAJA I HIDRAULIČKI  
MODELI U OPTIMIZACIJI CRPNIH STANICA NA  
SISTEMIMA ZA ODVODNJVANJE**

**Apstrakt**

Drenažni sistemi u poljoprivredi projektovani su da prikupljaju, sprovode i evakušu višak vode u cilju regulisanja vodno-vazdušnog režima zemljišta za poboljšanje poljoprivredne proizvodnje. Efikasnost sistema za odvodnjavanje u velikoj meri zavisi od stanja kanalske mreže, pre svega od stanja režima pumpanja. U radu se analiziraju efekti diskontinualnog i kontinualnog režima pumpanja na promene nivoa vode duž glavnog kanala na osnovu stohastičkog generatora padavine-oticaaj i hidrauličkog modeliranja. Istaživanja su sprovedena na sistemu za odvodnjavanje Plavna, koji se nalazi u severozapadnoj Srbiji, gde poljoprivredna proizvodnja u velikoj meri zavisi od efikasnosti sistema za odvodnjavanje. Zato što su podaci sa četiri padavinske stanice nepotpuni u dugoročnom nizu merenja morali su se generisati. Stohastički generatori padavina mogu doprineti prilikom izučavanja kada podaci nisu dostupni. Parametri su računati na osnovu sintetičkog hidrograma tako da se serije poklapaju. U ovom radu korišćen je nehomogeni Marvovljev model za generisanje dnevnih podataka o padavinama. Akaike i Bayesian kriterijumi su korišćeni za određivanje optimalnog reda Markovljevih lanaca. Hidraulički model, kreiran u programskom paketu HEC-RAS, korišćen je za simulaciju različitih režima pumpanja. Simulacije su pokazale da prekidni režim pumpanja, koji se u praksi najčešće primenjuje, ima nepovoljan uticaj na efikasnost odvoenja viška vode i povećava rizik od pojave geomehaničke nestabilnosti kosine kanala.

---

Tatjana B. Bajić

Visoka škola strukovnih studija za vaspitače, Šabac

## **TABELE KONTIGENCIJE I MAKSIMALNA INFORMACIJA**

### **Apstrakt**

U primenama se često susrećemo sa trodimenzionalnim tabelama kontigencije gde je jedno obeležje kontrolna promenljiva na čijim nivoima se razmatraju povezanosti ishoda druga dva obeležja. Budući da su obeležja, kao i ćelijske frekvencije, slučajne promenljive sa određenim raspodelama verovatnoća, pomoću pojmova entropije i informacije mogu se analizirati tabele kontigencije. U radu se razmatra pod kojim uslovima se na osnovu podataka iz trodimenzionalne tabele kontigencije mogu dobiti maksimalne uslovne informacije na svakom nivou kontrolnog obeležja, a odatle i maksimalne informacije posmatrane tabele kontigencije. Dobijeni rezultati se pod određenim okolnostima mogu primeniti prilikom planiranja tabele kontigencije.



**SEKCIJA ZA PRIMIJENJENU MATEMATIKU**





Žana Kovijanić Vukićević, Vlado Božović, Srđan Kadić

Prirodno-matematički fakultet Podgorica

## ORBITS AND STABILIZERS OF $k$ -SETS OF $\mathbb{Z}_n$

### Abstract

We consider the action of the automorphism group  $\mathcal{I}(n)$  of  $\mathbb{Z}_n$  on the set of  $k$ -sets of  $\mathbb{Z}_n$  in the natural way. Although elementary in its nature, it has not been fully analyzed and understood yet. The vast class of enumerative and computational problems is related to this action. For example, the number of orbits on the set of  $k$ -sets of  $\mathbb{Z}_n$  is one of them that we are interested in. Those enumerative problems are mainly resolved by application of Pólya's theory.

Another problem we are interested in is to find the stabilizer of a  $k$ -set  $A$  and answer on the question if a  $k$ -set  $B$  belongs to the same orbit as set  $A$ . We present new algorithms which enlightens a numerical structure of a stabilizer of a  $k$ -set in  $\mathbb{Z}_n$ . That relation involves so called  $(r, k)$ -coprime residue sets in  $\mathbb{Z}_n$ . We give the analysis of  $(r, k)$ -coprime residue sets in the algebraic and number theoretical sense.

Miodrag Spalević

Mašinski fakultet Beograd

## ERROR BOUNDS OF GAUSSIAN QUADRATURE FORMULAE FOR ONE CLASS OF BERNSTEIN-SZEG $\setminus H_0$ WEIGHTS

### Abstract

The kernels  $K_n(z)$  in the remainder terms  $R_n(f)$  of the Gaussian quadrature formulae for analytic functions  $f$  inside elliptical contours with foci at  $\mp 1$  and a sum of semi-axes  $\rho > 1$ , when the weight function  $w$  is of Bernstein-Szegő type

$$w(t) \equiv w_{\gamma}^{(-1/2, 1/2)}(t) = \sqrt{\frac{1+t}{1-t}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2} t^2},$$

$$t \in (-1, 1), \quad \gamma \in (-1, 0),$$

are studied. Sufficient conditions are found ensuring that the kernel attains its maximal absolute value at the intersection point of the contour with the positive real semi-axis. This leads to effective error bounds of the corresponding Gauss quadratures. The quality of the derived bounds is analyzed by a comparison with other error bounds intended for the same class of integrands. By part our analysis is based on using the well-known Cardano's formulas, which are not so popular between mathematicians.

Milan Dotlić, Mladen Ignjatović, Dragan Vidović, Boris Pokorni  
 Institut Jaroslav Černi, Beograd, Srbija  
 Tehnološki fakultet, Zvornik, Univerzitet u Istočnom Sarajevu

## NELINEARNA METODA KONAČNIH ZAPREMINA

### Apstrakt

U radu je predstavljena nelinearna metoda konačnih zapremina za diskretizaciju difuzionog terma, sa osvrtom na primene u modeliranju bunara u jednačini podzemnog strujanja. Metode konačnih zapremina predstavljaju familiju metoda za numeričko rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina zadatih u konzervativnoj formi. Metoda konačnih zapremina garantuje lokalno održanje što je od značaja u velikom broju problema dinamike fluida.

Klasična metoda konačnih zapremina, gde je numerički fluks aproksimiran konačnom razlikom, zadovoljava princip maksimuma, ali može biti najviše prvog reda tačnosti i to samo u izotropnom slučaju. Numerički primeri pokazuju da je nelinearna metoda prikazana u ovom radu drugog reda tačnosti i u anizotropnom, diskontinualnom slučaju na proizvoljnim mrežama. Predstavljena metoda ne zadovoljava princip maksimuma, ali garantuje pozitivnost rešenja. Diskretizacijom se dobija  $M$ -matrica, što garantuje egzistenciju i jedinstvenost numeričkog rešenja.

U okolini bunara rešenje se ponaša logaritamski sa singularitetom u centru bunara, što rezultuje velikom greškom u protoku kroz bunar. Predstavljena je metoda za diskretizaciju fluksa na bunarskim stranama koja značajno smanjuje ovu grešku.

---

Hranislav Milosević, Dojčin Petković, Aleksandar Dmitrovich Rychkov,  
Natasa Kontrec

PMF Kosovska Mitrovica, ICT SBRAN Novosibirsk, Russia

## NUMERICAL MODELING OF INACCURACY ESTIMATION OF THERMOCOUPLE MEASUREMENTS OF TEMPERATURE PROFILE IN HARD SOLID SUBSTANCES

### Abstract

The work considers interaction of thermocouple embedded in the hard solid substance by external heat source with heat wave propagating inside the substance from the. Numerical modeling has shown that significant difference in the values of thermal conductivity coefficients of solid substance and thermocouple material results in the heat flow along thermocouple wires inside the substance that substantially changes thermo junction temperature thus misrepresenting thermocouple data.

---

Đordje Baralić, Veljko Vranić

Matematički institut SANU

Prva kragujevačka gimnazija

## CINDERELLA – NAČIN DA VIDIMO APSTRAKTNU MATEMATIKU

### Apstrakt

Softver Cinderella pruža brojne mogućnosti za rad u brojnim disciplinama matematike: različitim vrstama geometrije, analizi, fraktalima, kompleksnoj i konveksnoj analizi, kao i u mehanici i fizici. Izložićemo neke od njegovih alatki i predstaviti naš dosadašnji rad na razvijanju njegovih opcija za rad sa algebarskim krivama višeg reda. Problem vizuelizacije apstraktnih objekata u matematici je jedan od prvih problema sa kojima se suočavamo, a pokazaćemo da nam dobar softver uz jaku matematičku osnovu može pomoći da ga uspešno prevaziđemo.

---

Huse Fatkić, Mehmed Brkić, Hana Fatkić

University of Sarajevo

**RECURRENCE UNDER ITERATION FOR SOME CLASSES  
OF MEASURABILITY-PRESERVING DYNAMICAL  
SYSTEMS**

**Abstract**

One of the central themes in ergodic theory and dynamical systems is that of recurrence, which is a circle of results concerning how points in measurable dynamical systems return close to themselves under iteration. In this paper, we consider four types of recurrent behavior (exact recurrence, Poincaré recurrence, coherent recurrence and strictly coherent recurrence) for some classes of measurability-preserving discrete time dynamical systems. The second of these, which is the type originally introduced by Jules Henri Poincaré (published in 1890) and is still by far the most widely discussed, especially in physics, holds for all weakly mixing (WM) transformations (and so for all classes of weakly/strongly mixing dynamical systems with discrete time) by virtue of the fact that they are measure-preserving. Poincaré had shown that almost all points in a space subject to a measure-preserving transformation return over and over again to positions arbitrarily close to their original position. However, P. Johnson and A. Sklar in [J. Math. Anal. Appl. 54 (1976), no. 3, 752-771] regard the third type ("coherent recurrence" for measurability-preserving transformations) as being of at least equal physical significance, and this type of recurrence fails for Čebyšev polynomials. They also found that there is considerable evidence to support a conjecture that no strongly mixing transformation can exhibit coherent recurrence. (This conjecture has been proved by R. E. Rice in [Aequationes Math. 17 (1978), no. 1, 104-108].)

In regard to this, effort is made to investigate various notions of recurrence for WM transformations, since WM transformations represent the "majority" of all measure-preserving transformations. Continuing the work begun by Johnson and A. Sklar, and R. E. Rice, we define the fourth type of recurrent behavior ("strictly coherent recurrence" for measurability-preserving dynamical systems) and prove that no weakly/strongly mixing

dynamical systems with discrete time can exhibit strictly coherent recurrence.

---

Tomislav B. Šekara, Vidan Lj. Govedarica, Milan R. Rapačić

Elektrotehnički fakultet Beograd  
Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo  
Fakultet tehničkih nauka Novi Sad

## **PRIMJENA ERMITOVIH POLINOMA NA ODREIVANJE FURIJEOVE TRANSFORMACIJE**

### **Apstrakt**

U radu su nevedene primjene Ermitovih polinoma na određivanje Furijeove transformacije. Takođe je naveden i jedan postupak određivanja fiksne tačke integralne transformacije, svođenjem na linearnu diferencijalnu jednačinu čije je rješenje tražena fiksna tačka.

---

Vladan Mastilović, Zorana Banjanin

Ministarstvo Odbrane, Sarajevo  
FFTS Beograd

## **SERVISNO ORIJENTISANA ARHITEKTURA INFORMACIONOG SISTEMA INTEGRISANOG UNIVERZITETA**

### **Apstrakt**

U naslovu ovog rada figurišu dva osnovna koncepta koji definišu problemsko polje i predmet istraživanja. To su servisno orijentisana arhitektura (SOA), i informacioni sistem za integrisanje funkcija univerziteta. Globalna informaciono-komunikaciona infrastruktura je osnova za trenutnu integraciju ekonomija, kultura i društava širom svijeta. Ogromne količine pisanih dokumenata ali i multimedijalnih aplikacija, cirkulišu izmeu fakulteta, isnstituta, laboratorija, katedri, studentskih tijela i drugih organizacionih entiteta univerziteta. Po paradigmi toka i paradigmi poruke u

računarskoj komunikaciji digitalni dokumenti generisani u jednoj inter-aguju sa entitetima u drugoj oreganizacionoj jedinici pa je kreiranje dokumenata u papirnoj formi, zatim slanje poštom ili faksom i na kraju ponovan unos u računar očigledno stvaranje nepotrebnih utrošaka vremena, energije, novca, mentalnih i fizičkih napora. Ovo istraživanje je ciljno orijentisano na dizajniranje i razvoj informacionog sistema sa web servisima za unificiran pristup bazama podataka, razmjenu i dijeljenje podataka u komunikaciji izmeu organizacionih jedinica integrisanog univerziteta. Razvijeno rešenje treba da omogući brže, konzistentnije, pouzdanije i kvalitetnije pružanje usluga zaposlenima, studentima i ostalim stejkholderima univerziteta.

---

Radoslav Milošević

Filozofski fakultet Pale

## **LOGIČKA FORMALIZACIJA ELEMENTARNE TEORIJE BROJEVA (FETB)**

### **Apstrakt**

Ovdje je riječ o logičkoj formalizaciji elementarne teorije brojeva u "stilu" izgradnje logike iskaza i logike predikata, kao primjer formalizacije neke konkretne matematičke teorije. Navešćemo osnovne definicije, teoreme (izraze), formule, aksiome i teoreme tako formalizovane elementarne teorije brojeva. Između ostalog, na kraju ćemo istaći konzistentnost, potpunost, odlučivost, te aksiomu izbora i hipotezu kontinuuma logički formalizovane elementarne teorije brojeva.

---

Mirko Stojčić, Milorad K. Banjanin, Emanuela Ćurić

Saobraćajni fakultet Doboj

**DIGITALIZACIJA PROSTORNIH PODATAKA  
PRIMJENOM NIKVIST-ŠENONOVE TEOREME  
UZORKOVANJA SIGNALA**

**Apstrakt**

Kontinualne veličine predstavljene analognim informacijama se ne mogu interpretirati od strane računara pa su skoro svi podaci u enormnoj količini dostupni na Internetu u digitalnom obliku. U radu se istražuju principi digitalizacije prostornih podataka i primjena Nikvist-Šenonove teoreme kod uzorkovanja signala. Izvođenje digitalizacije u tri koraka: uzorkovanje, kvantizacija i kodiranje kod dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih prostornih podataka podrazumijeva zadovoljavanje NSh teoreme. Kada ta teorema nije zadovoljena dolazi do negativnog efekta ili aliasing-a pa se u radu analiziraju i anti-aliasing metode za rekonstrukciju slike i videa nakon uzorkovanja.

---

Aleksandar Stjepanović, Milorad Banjanin

Saobraćajni fakultet Doboj

Filozofski fakultet Pale

**ALGORITMI ZA RAZVOJ MULTIMODALNO  
INTERAKTIVNIH WEB APLIKACIJA U INTELIGENTNIM  
TRANSPORTNIM SISTEMIMA**

**Apstrakt**

U radu su analizirani savremeni algoritmi za razvoj web aplikacija koje se primjenjuju u inteligentnim transportnim sistemima. Obuhvaćeni su i aktuelni algoritmi za razvoj interfejsa čiji je cilj da različite vidove korisničkih inputa pretvaraju u jasan i nedvosmislen korisnički output. Standardni HMI (Human Machine Interface) najčešće podržava modove dodira ili pokreta u komunikaciji sa mašinom dok je manje zastupljena komunikacija

govorom, gestikulacijom ili mimikom. Primjena multimodalno interaktivnih web aplikacija na bazi Android operativnog sistema, sa mogućnošću obrade događaja čiji je izvor korisnik (dodiri, pokreti), pruža mogućnost efikasnijeg korištenja dostupnih korisničkih servisa (planiranje putovanja, informacije o redu vožnje i drugi) kao dijela implementiranog inteligentnog transportnog sistema. U tu svrhu postoji potreba za razvojem user-friendly orjentisanog korisničkog interfejsa koji bi olakšao interakciju korisničke aplikacije sa invalidnim licima u lokalnom prevozu ili javnom transportu.

---

Saša Mujović, Slobodan Đukanović

Elektrotehnički fakultet Podgorica

## **O UPOTREBI METODE NAJMANJIH KVADRATA ZA MODELOVANJE KLJUČNIH PARAMETARA KVALITETA ELEKTRIČNE ENERGIJE**

### **Apstrakt**

Razvoj deregulisanog tržišta električne energije i pojava koncepta upravljivih mreža (smart grids) veoma utiču na aktualizaciju problema kvaliteta električne energije. Realnost savremenog elektroenergetskog sistema podrazumijeva intenzivno korišćenje sofisticiranih elektronskih uređaja i obnovljivih izvora električne energije, koje karakteriše naglašena sposobnost generisanja viših harmonika i intermitentnost pogona. Sve ovo može izazvati brojne nepravilnosti u radu elektroenergetskog sistema. Pomenuti elektronski uređaji uglavnom imaju nelinearnu strujno-naponsku karakteristiku i među njima su posebno važni računari. Njihovo grupisanje i jednovremeni rad generišu neparne harmonike, koji se mogu kvantifikovati faktorima strujne i naponske distorzije (THDI i THDU). Poznavanjem ovih parametara i njihovim poređenjem sa standardima definisanim limitima dobijaju se informacije o stepenu negativnog uticaja računara na kvalitet naponskih prilika u mreži. Cilj ovog rada je da se dobiju adekvatni matematički modeli za procjenu THDI i THDU faktora, koji bi bili uspješna alternativa direktnim (terenskim) mjerenjima, kao najpreciznijem, ali i najskupljem načinu procjene njihove vrijednosti. Kao osnova modela, korišćeni su rezultati sprovedenih mjerenja u računarskom centru sa 170 računara i simulacija u Matlab Simulink-u. Zaključeno je da faktori



THDI i THDU dominantno zavise od broja računara u grupi (klasteru), kapacitivnosti kondenzatora računara i od snage trofaznog kratkog spoja (krutosti) mreže. Kako bi dobijeni model bio što jednostavniji i što tačniji, razmatrana je polinomijalna zavisnost THDI i THDU faktora od navedenih uticajnih parametara. Parametri modela su dobijeni korišćenjem metode najmanjih kvadrata, pri čemu je red polinoma odabran tako da se zadovolji unaprijed definisana tačnost (prema standardima). Sprovedenim dodatnim mjerenjima je potvrđena adekvatnost predloženog modela.

Milorad Šuković, Zoran Lovren

OŠ "Sveti Sava" Arandjelovac

## METODA KOORDINATA

### Apstrakt

Metoda koordinata ili, slikovitije, upotreba pravouglog koordinatnog sistema je osnovna i prirodna metoda istraživanja i rešavanja problema u analitičkoj geometriji. Primenjuje se kako u nekim oblastima geometrije tako i u drugim matematičkim disciplinama. U nastavi matematike to su najčešće zadaci koji se mogu rešiti na više načina. Metodički razlog za rešavanjem zadataka na više načina je u tome da tada za rešavanje treba više teorijskih činjenica. Tako se jednim zadatkom povezuju pojmovi iz različitih oblasti, analizira se, aktivira i primenjuje veća količina stečenog znanja što povoljno utiče na potvrdu upotrebne vrednosti i trajnost znanja. Ilustrujemo primenu metode u planimetriji gde ona daje relativno jednostavnija rešenja dok i u nekim problemskim zadacima dolazimo do potpunijeg i sadržajnijeg rešenja, vodeći računa o sadržajima vezanim za oblast Pravougli koordinatni sistem koji su poznati učenicima osnovne škole (rastojanje tačaka, grafik linearne funkcije koji sadrži dve zadate tačke,...) ili odgovarajućim sadržajima kada je reč o zadacima koji su namenjeni učenicima srednjih škola. Osnovno pitanje je kako najpovoljnije postaviti koordinatni sistem. Obično se za centar koordinatnog sistema odabere neka istaknuta tačka posmatrane figure (teme, sredina stranice, težište, ortocentar, presek dijagonala). Za bar jednu koordinatnu osu bira se pravac na kojem leži neki istaknuti element figure tako da tačke figure dobiju jednostavne koordinate, što se odražava na jednačine pravih i jednostavnije izračunavanje tražene veličine ili dokazivanje postavljenog tvrđenja.

Sledi nekoliko zadataka koji se uglavnom rešavaju algebarskom ili analitičko-sintetičkom metodom, koristeći podudarnost, sličnost, uz korišćenje pomoćnih figura. Upotreba pravouglog koordinatnog sistema veoma retko se sreće u postupku rešenja iako je, ne retko, jednostavniji način od ponuđenih odgovora.

---

Emanuela Ćurić, Mirko Stojčić, Milorad Banjanin

Saobraćajni fakultet Doboj

## SEGMENTACIJA DVODIMENZIONALNOG MODELA SLIKE U RAČUNARSKOJ GRAFICI

### Apstrakt

Većina tradicionalnih fotografija danas se obrađuju i čuvaju u digitalnoj formi a primjena digitalnih slika u svim sferama ljudskog života se neprestano širi. Predmet istraživanja u ovom radu je segmentacija-metoda za odreivanje regiona od interesa u digitalnoj obradi slike. Analiziraju se tehnike pronalaženja ivica sa Sobel-ovim, Prewitt-ovim i Laplacian-ovim operatorima zasnovanim na gradijentima, segmentacije pomoću rasta regiona, segmentacija pomoću razdvajanja i spajanja regiona i segmentacija pomoću granica regiona. Za studiju slučaja izabran je problem pronalaženja ivica slike u medicinskoj dijagnostici i terapeutici primjenom računarskog programa Matlab. Niz algoritamskih koraka u rješenju ovoga problema objašnjava se kroz primjenu odgovarajućih programskih naredbi.

---

Radoje Šćepanović

Prirodno-matematički fakultet Podgorica

## **PRIMJENE TEOREME O NEPOKRETNOSTI TAČKI U NASTAVI MATEMATIKE**

### **Apstrakt**

U radu se razmatraju različite primjene Brauerove teoreme i teoreme o kontraktivnom preslikavanju u rješavanju zadataka iz analize i geometrije u nastavi matematike u srednjoj školi.

---

Boško Blagojević, Atila Bezdan, Milica Vranešević, Jovana Draginčić

Poljoprivredni fakultet Novi Sad

## **METAHEURISTIČKI PRISTUP ODREĐIVANJU TEŽINA DONOSILACA ODLUKA**

### **Apstrakt**

Analitički hijerarhijski proces (AHP) (Saaty, 1980) je metod za podršku procesa donošenja odluka koji se zasniva na formiranju hijerarhije problema i originalnoj proceduri za vrednovanje elemenata po nivoima hijerarhije. U toku vrednovanja određuju se lokalne težine elemenata odlučivanja, a sintezom na kraju određuju se težine alternativa na najnižem nivou u odnosu na element na najvišem nivou (globalni cilj). Donosilac odluka poredi u parovima elemente u datom nivou hijerarhije u odnosu na sve (nadređene) elemente u višem nivou. U standardnom AHP elementi se porede davanjem lingvističkih (semantičkih) ocena međusobnog značaja u odnosu na element na višem nivou hijerarhije i koristi se fundamentalna Satijeva skala. Kada donosilac odluka na datom nivou hijerarhije vrednuje  $n$  elemenata odlučivanja u odnosu na nadređeni element prema datoj skali, njegove semantičke ocene se numerički prikazuju vrednostima i unose u kvadratnu matricu. Matrica je pozitivna i recipročna (simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu); drugim rečima, elementi iz gornjeg su recipročni elementima iz donjeg trougla, a elementi na glavnoj dijagonali jednaki su 1 ( $a_{ij}=1/a_{ji}$ ,

za svako  $i$  i  $j$ ;  $a_{ii}=1$  za svako  $i$ ). Određivanje težina poređenih elemenata na osnovu numeričkih vrednosti iz matrice često se naziva prioritizacija. Ima više matričnih i optimizacionih metoda prioritizacije (Srdjevic, 2005), a ovde je korišćen logaritamski metod najmanjih kvadrata (LLS).

AHP ima veoma široku primenu u grupnom kontekstu, ali sinteza pojedinačnih rezultata primene AHP zahteva prethodno definisanje individualnih težina donosilaca odluka unutar grupe. To je problem za sebe koji je naročito težak ako ne postoji institucionalni okvir koji uređuje ovo pitanje. Ovde je predloženo da se težine donosilaca odluka u grupi određuju na osnovu minimizacije zbira euklidskih odstupanja individualnih odluka od grupne odluke pomoću algoritma simuliranog hlađenja, koji predstavlja stohastičku relaksacijsku tehniku, predloženu u (Kirkpatrick et al., 1983). Predložena metodologija je primenjena na Poljoprivrednom fakultetu u Novom Sadu gde su 5 studenata treće godine smera za Uređenje, korišćenje i zaštitu voda po AHP metodologiji vrednovali nastavne predmete.

---

Matić Dragan, Kratica Jozef, Filipović Vladimir

Prirodno-matematički fakultet Banja Luka

## **POBOLJŠANJE NASTAVNOG PLANA OPTIMIZOVANJEM BROJA POKRIVENIH TEMATSKIH OBLASTI PO SEMESTRIMA**

### **Apstrakt**

U ovom radu se ispituju mogućnosti unapređenja nastavnih planova matematičkih i računarskih kurseva, primjenom alata kombinatorne optimizacije. Analizirani pristup je zasnovan na metodičkom stavu da osnove, i ne samo osnove, svake tematske cjeline treba periodično obrađivati u što više različitih konteksta, kao i na rastućem nivou složenosti. Ako je cilj organizovati lekcije u dva vremenska perioda, tako da što veći broj tematskih cjelina bude obrađivan u oba perioda, pokazuje se da odgovarajući matematički model posmatranog problema odgovara postavci poznatog kombinatornog problema dijeljenja skupa (Set Splitting Problem). U radu je na primjeru kursa iz Uvoda u računarstvo predložena organizacija datog kursa prema opisanom pristupu. Navedene su i opisane neke

metode rješavanja odgovarajućeg matematičkog problema.

---

Dušan Jokanović, Mirsada Đezić, Marina Zirojević

Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje  
Filozofski fakultet Pale

## A NOTE TO BERLEKAMP'S ALGORITHM

### Abstract

In this paper we introduce an alternative algorithm, due to Berlekamp, for factoring a polynomial over the finite field  $F$ . We present the mathematical ideas underpinning the algorithm. The main idea of this paper is construction of Berlekamp algebra. This probabilistic procedure needs two stages. We will also give complete analysis of algorithm.

---

Savo Tomović, Predrag Stanišić

Prirodno-matematički fakultet Podgorica

## PARALLELS BETWEEN FREQUENT ITEMSETS MINING PROBLME AND SET INTERSECTION PROBLEM

### Apstrakt

In this paper we present novel mathematical model of the frequent itemset mining problem. The model is based on set intersection terminology and theory. We use linear algebra method in theorem proves. The idea comes from the definition of frequent itemset: frequent itemset is set of items that appear in sufficiently high number of transactions in given database. In set intersection terminology it means that sufficiently high number of transactions have to intersect on particular itemset if it is frequent. In this paper we adopted results from set intersection theory to estimate size of frequent itemsets with strictly defined properties. To illustrate the idea we use the modification of well known Apriori algorithm [1] for frequent itemset mining, called Apriori Multiple algorithm. Details of the Apriori Multiple algorithm are presented in [2].

---

Milan Tuba

Fakultet za kompjuterske nauke Beograd

## HARD OPTIMIZATION PROBLEMS IN IMAGE PROCESSING

### Abstract

Image processing is one of the most applicable scientific areas; it has been widely used in medicine, astronomy, quality control, security etc. Image processing is a large collection of very different techniques. The only common element is the digital image itself, while low level signal processing, medium level morphological processing and segmentation for feature detection and high level artificial intelligence algorithms for object recognition, information extraction, representation and understanding, belong to completely different areas. On these different stages of image processing some hard optimization problems occur. For example, multilevel image thresholding is a step in segmentation, but even though this problem at first sight seems to be simple, to determine optimal  $n$  numbers in the range 0-255 is NP-hard combinatorial problem. Other examples of such hard optimization problems that occur in image processing include SAR image denoising, edge detection in presence of noise, optic disc identification in retinal images, 3-D object segmentation, image classification, multi-circle detection etc. Such problems cannot be solved in reasonable time (actually it would usually require thousands of years on fast computers) by standard mathematical deterministic methods. Nature inspired metaheuristic algorithms have recently been successfully used for this type of hard optimization problems. They try to guide random Monte-Carlo search by simulating some successful systems from the nature. Swarm intelligence is an important branch of nature inspired algorithms where collective intelligence of different species like ants, bees, cuckoos, fireflies, bats, fish, birds, krill etc. is simulated. We have recently successfully modified and improved several swarm intelligence algorithms and applied them to various optimization problems including these arising from image processing. Here we present some of the possible techniques we used and the results of these modifications and improvements.

---

Mladen Ignjatović, Milan Dotlić, Boško Jovanović  
Tehnološki fakultet Zvornik, Institut Jaroslav Černi Beograd,  
Matematički fakultet Beograd

## O REŠAVANJU PARABOLIČKIH DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA SA HOMOGENIM GRANIČNIM I INTEGRALNIM POČETNIM USLOVOM

### Apstrakt

U radu se razmatra granični problem za parabolčku parcijalnu diferencijalnu jednačinu sa konstantnim koeficijentima, homogenim Dirihleovim graničnim uslovima i nelokalnim, integralnim, početnim uslovom. Predstavljani su načini za diskretizaciju nelokalnog početnog uslova prvog i drugog reda tačnosti. Kombinacijom diskretizovanog početnog uslova i implicitne, odnosno Krank-Nikolsonove metode konačnih razlika dobijene su diferencijalne sheme prvog, odnosno drugog reda tačnosti. Dokazana je stabilnost diferencijalne sheme drugog reda tačnosti. Na kraju je dat numerički primer koji potvrđuje teoretska razmatranja.

---

Blaž Zmazek, Igor Pesek, Darko Drakulić  
Filozofski fakultet Pale

## DESIGN AND DEVELOPMENT OF NEW AGED e-TEXTBOOKS: i-TEXTBOOKS

### Abstract

Overall popularity and widespread of e-learning resulted in waste collection of e-learning resources and e-learning environments of all kinds and technologies. Vague definitions and interpretations of these resources resulted in mixed understanding of e-textbooks pedagogical and technological aspects. Even latest commercial and non-commercial e-textbooks are mainly digitized versions of classical textbooks with only lower level of interactivity, or collection of semi-related e-contents with mostly fixed collection of exercises and similar lower level of interactivity in simulations. In the paper we present new aged textbooks, i-textbooks, which truly base

on the idea of mobile learning - using them anytime and anywhere, on all devices and are specifically designed for active learners and higher cognitive processes of all age groups and educational levels. While the pedagogical idea behind may seem to be straightforward, i-textbooks present a technological challenge from preparing content, authoring tools, to compilations of learning units in i-textbooks and using them for active learning. In the paper, the challenges we tackled when developing i-textbooks for natural science courses in primary and secondary school are discussed and solutions (technologies, strategies, processes and products) are proposed.

---

Miroslav Marić, Aleksandar Takači, Darko Drakulić  
Filozofski fakultet Pale

## **UNAPREENJE MCLP MODELA FAZIFIKACIJOM UDALJENOSTI KLIJENATA**

### **Apstrakt**

Maximum Covering Location Problem (MCLP) spada u klasu lokacijskih problema i proučava se više od trideset godina. U novije vrijeme, autori vrše unapređenje MCLP modela fazifikacijom radijusa pokrivenosti, a u ovom radu je prikazan jedan novi pristup njegovom unapređenju - fazifikacijom udaljenosti klijenata.

---

Damjan Krstajić

Istraživački centar za hemijsku informatiku, Beograd

## **PRIMENA STATISTIKE U PERSONALIZOVANOJ MEDICINI**

### **Apstrakt**

Mnogi veruju da će u budućnosti lečenje ljudi dosta zavisiti od njihove genetske strukture. Ova oblast istraživanja se popularno zove personalizovana medicina i bazirana je na novim tehnologijama, kao što je na primer majkroarej, koje generišu visoko dimenzionalne podatke. Cilj nam je da tokom predavanja prezentujemo naš rad u oblasti analize preživljavanja



baziran na genskim ekspresijama, kao i na izazove koji su još uvek aktuelni u ovoj oblasti.

---

Vesna Miletić, Milošević Radoslav

Filozofski fakultet Pale

## ANALOGONI NEKIH POZNATIH NEJEDNAKOSTI

### Apstrakt

U ovom radu daćemo i dokazati teoreme koje predstavljaju nejednakosti Koši Švarc Bunjakovski, Jensenovu, Helderovu, Minkovskog, Čibiševu i vidjeti kako se na jednostavan način pomoću ovih nejednakosti mogu dokazati mnoge nejednakosti.

---

Petar Vuca

Filozofski fakultet Pale

## MATEMATIČKO MODELIRANJE U FIZICI

### Apstrakt

Galilej je rekao: "Jezik fizike je matematika. Šta je dobro uzeti (ukrasti) od matematike?" Fizika ima zadatak da pomoću jasnog jezika matematike poveže rezultate empirijskog karaktera na nivou određene teorije i povezujući ih tako u zakone. Cilj ovog rada je da se ukaže na potrebe integrisanog pristupa u nastavi, koji će nastavu učiniti kvalitetnijom i interesantnijom, kako učenicima što je bitno, tako i profesorima. U radu bi se uradili određeni primeri primene matematike koja se izučava na časovima matematike ponekad bolje razumeli ukoliko se izučava na primerima iz fizike pri rešavanju fizičkih problema. Primena vektora u prvom razredu gimnazije, linearne i eksponencijalne funkcije prvi i drugi razred gimnazije, sistem jednačina sa dve nepoznate drugi razred gimnazije.

---

Milan Rapaić, Tomislav Šekara

Fakultet tehničkih nauka Novi Sad

## PRAVILA FRAKCIONOG DIFERENCIRANJA I INTEGRACIJE LAPLASOVOG LIKA SIGNALA

### Apstrakt

Laplasovom transformacijom realne funkcije  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  nazivamo kompleksnu funkciju kompleksne promjenljive  $s$ , u oznaci  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$ , definisanu nesvojstvenim integralom

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt . \quad (1)$$

S obzirom da su nam od prevashodnog interesa primene Laplasove transformacije u oblastima upravljanja i obrade signala, funkciju  $f$  ćemo najčešće nazivati signalom, njenu nezavisnu promjenljivu  $t$  ćemo interpretirati kao vreme, a samu Laplasovu transformaciju signala nazvaćemo njegovim kompleksnim likom. Smatraćemo da oblast definisanosti Laplasove transformacije čine sve one vrednosti kompleksne promjenljive  $s$  za koju definicioni integral konvergira apsolutno i uniformno.

U okviru ovog rada bavićemo se uopštenjem sledećih dobro poznatih tvrđenja

$$\mathcal{L}\{tf(t)\}(s) = -\frac{d}{ds}\mathcal{L}\{f(t)\}(s) , \quad (2)$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{1}{t}f(t)\right\}(s) = \int_s^{\infty} F(u)du . \quad (3)$$

Dakle, množenje signala stepenim signalom u vremenskom domenu ekvivalentno je diferenciranju (sa negativnim predznakom) u kompleksnom domenu. Slično, množenje signala recipročnim stepenim signalom preslikava se u integraciju njegovog kompleksnog lika, pri čemu  $s$  integracija vrši nad intervalom  $(s, \infty)$ . Poznato je da se gornje osobine neposredno uopštavaju na slučaj kada je diferenciranje višestruko, a integracija ponovljenja.

U okviru ovog rada razmatramo slučaj koji nastaje kada se signal u vremenskom domenu množi ili deli stepenim signalom necelog reda. Posmatramo dakle, Laplasove transformacije signala  $t^{\pm\alpha}f(t)$ , gde je  $\alpha > 0$ .

Razumno je pretpostaviti da se u ovom slučaju na kompleksne likove signala moraju primeniti operacija frakcionog diferenciranja i integracije. Pri tome, predznak u izrazu (2), te granice integracije u izrazu (3) sugerišu da diferenciranje i integraciju treba shvatiti u desnom smislu.

**Theorem 2.** *Neka je  $f$  dati signal i neka njegov kompleksni lik  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$  postoji za svako  $s \in \mathbb{C}$  takvo da je  $\Re(s) > \gamma \in \mathbb{R}$ . Tada nad istim domenom važe sljedeća tvrđenja:*

1. *Laplasova transformacija signala  $t^{-\alpha}f(t)$  jednaka je desnom Riman-Ljuvilovom frakcionom integralu reda  $\alpha$  kompleksnog lika signala  $f(t)$ ,*

$$\mathcal{L}\{t^{-\alpha}f(t)\} = {}_s\mathcal{I}_{\infty}^{\alpha}\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_s^{\infty} F(u)(u-s)^{\alpha-1}du. \quad (4)$$

2. *Laplasova transformacija signala  $t^{\alpha}f(t)$  jednaka je desnom Riman-Ljuvilovom frakcionom izvodu reda  $\alpha$  kompleksnog lika signala  $f(t)$ ,*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{t^{\alpha}f(t)\} &= {}_s\mathcal{D}_{\infty}^{\alpha}\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \left(-\frac{d}{ds}\right)^n {}_s\mathcal{I}_{\infty}^{n-\alpha}\mathcal{L}\{f(t)\}(s) \\ &= (-1)^n \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{ds}\right)^n \int_s^{\infty} F(u)(u-s)^{n-\alpha-1}du, \quad (5) \end{aligned}$$

gde je  $n$  najmanji prirodan broj veći ili jednak redu diferenciranja,  $n-1 < \alpha \leq n$ .