LINEARNA TRANSFORMACIJA RAVANSKOG EMT U MAGNETIZOVANOJ PLAZMI PRI NAGLOM GAŠENJU STATIČKOG MAGNETNOG POLJA. TRANSVERZALNO PROSTIRANJE.

Zoran Trifković, *Mašinski fakultet*, Božidar Stanić, *Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu*

Sadržaj-*Pomoću perturbacione teorije I reda analizirana je linearna transformacija ravanskog, monohromatskog, elektromagnetnog talasa (EMT) eliptične polarizacije, koji se prostire u prostorno neograničenoj magnetizovanoj plazmi po pravcu koji je normalan na pravac spoljašnjeg statičkog magnetnog polja, kada se spoljašnje statičko magnetno polje naglo ukine. Pokazano je da se u okolini donje prekidne kružne frekvencije izvornog EMT značajan deo energije izvornog talasa transformiše u energiju stacionarnog tzv. wiggler talasa. Raspodele amplituda novo stvorenih modova u zavisnosti od kružne frekvencije izvornog talasa prikazane su na odgovarajućim dijagramima.*

1. UVOD

Izvorni EMT eliptične polarizacije, za t<0, prostire se po pravcu (pravac z ose) normalnom na pravac spoljašnjeg statičkog magnetnog polja indukcije B_0 (pravac y ose) u prostorno neograničenoj magnetizovanoj plazmi. Električno i magnetno polje EMT u anizotropnoj plazmi, vektor polja brzina elektronskog fluida i koncetracija elektrona u plazmi su sledećeg oblika:

$$\vec{e}_0(z,t) = E_{0x}\cos(\omega_0 t - k_p z)\vec{x} + E_{0z}\sin(\omega_0 t - k_p z)\vec{z}\,, \quad (1)$$

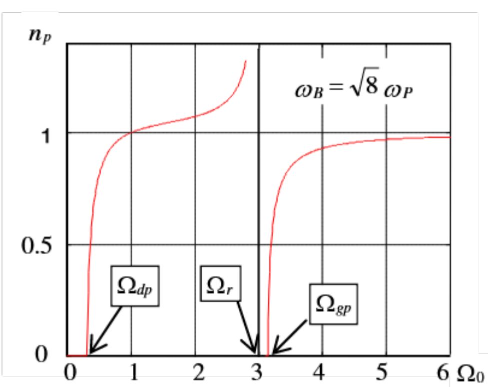
$$\vec{h}_0(z,t) = H_{0y}\cos(\omega_0 t - k_p z)\vec{y}\,, \quad (2)$$

$$\vec{v}_0(z,t) = V_{0x}\sin(\omega_0 t - k_p z)\vec{x} + V_{0z}\cos(\omega_0 t - k_p z)\vec{z}\,, \quad (3)$$

$$n_0(z,t) = N_m\cos(\omega_0 t - k_p z)\,, \quad (4)$$

gde je ω_0 ugaona frekvencija izvornog EMT u plazmi i

$$k_p = \omega_0 \frac{n_p}{c}\,, \qquad n_p = \sqrt{1 - \frac{\omega_P^2}{\omega_0^2\left(1 + \omega_B^2/(\omega_P^2 - \omega_0^2)\right)}}\,, \quad (5)$$



Sl.1. Zavisnost indeksa prelamanja n_p magnetizovane plazme od normalizovane kružne frekvencije izvornog talasa $\Omega_0 = \omega_0/\omega_P$.

$$E_{0x} = E_0\,, E_{0z} = \frac{\omega_B\,\omega_P^2}{\omega_0(\omega_P^2 + \omega_B^2 - \omega_0^2)}E_0\,, H_{0y} = \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_0}}\,n_p E_0\,, \quad (6)$$

$$V_{0x} = \frac{q}{m}\frac{\omega_0^2 - \omega_P^2}{\omega_0(\omega_P^2 + \omega_B^2 - \omega_0^2)}E_0\,, V_{0z} = \frac{q}{m}\frac{\omega_B}{\omega_P^2 + \omega_B^2 - \omega_0^2}E_0\,, \quad (7)$$

$$N_m = \frac{q N_0}{mc}\,n_p \frac{\omega_B}{\omega_B^2 + \omega_P^2 - \omega_0^2}E_0\,, \quad (8)$$

$$\Omega_{dp} = \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}\,, \Omega_r = \sqrt{2a - 1}\,, \Omega_{dp} = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}}\,, \quad (9)$$

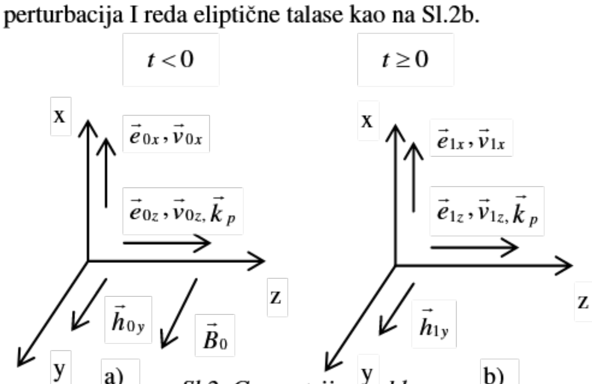
$$a = \frac{\Omega_B^2}{2} + 1\,, \quad (9a)$$

a q, m, ω_P, ω_B, N_0 su naelektrisanje i masa elektrona, elektronska plazmena i elektronska ciklotronska kružna frekvencija i koncetracija elektrona u plazmi, respektivno .

U trenutku t=0 u celom prostoru se ukida spoljašnje statičko magnetno polje i plazma postaje izotropna. Prema linearnoj teoriji u slučaju longitudinalnog prostiranja [1], u slučaju kada je frekvencija EMT daleko veća od jonske ciklotronske frekvencije i istovremeno daleko manja od elektronske ciklotronske frekvencije energija izvornog “whistler” talasa koji plazma tada podržava se konvertuje u energiju stacionarnog “wiggler” magnetnog polja nakon ukidanja spoljašnjeg statičkog magnetnog polja. Nelinearna transformacija izvornog EMT razmatrana je u [2].

2. FORMULACIJA PROBLEMA I RE[ENJE U ZATVORENOJ FORMI

Geometrija problema prikazana je na Sl.2. Za t<0 u magnetizovanoj plazmi normalno na pravac spoljašnjeg statičkog magnetnog polja indukcije $\vec{B}_0$, prostire se izvorni EMT eliptične polarizacije sa kružnom frekvencijom nešto većom od donje prekidne kružne frekvencije (vidi Sl.1. i Sl.2a.). U trenutku t=0 naglo se gasi spoljašnje statičko magnetno polje i plazma podržava, u linearnoj aproksimaciji perturbacija I reda eliptične talase kao na Sl.2b.



Sl.2. Geometrija problema

Za $t \geq 0$ vektori električnog i magnetnog polja EMT i polja brzina elektronskog fluida kao i koncetracija elektrona u izotropnoj hladnoj plazmi ($\vec{e}(z,t), \vec{h}(z,t), \vec{v}(z,t), n(z,t)$) se određuju pomoću jednačine kontinuiteta, Maksvelovih jednačina i jednačine kretanja za elektronski fluid :

$$\frac{dn(z,t)}{dt} + div(n(z,t)\vec{v}(z,t)) = 0\,, \tag{10}$$

$$rot\,\vec{e}(z,t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}(z,t)}{\partial t}\,, \tag{11}$$

$$rot\,\vec{h}(z,t) = -n(z,t)q\vec{v}(z,t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}(z,t)}{\partial t}\,, \tag{12}$$

$$\frac{d(n(z,t)\vec{v}(z,t))}{dt} = -\frac{q}{m} n(z,t)(\vec{e}(z,t) + \mu_0 \vec{v}(z,t) \times \vec{h}(z,t))\,, \tag{13}$$

Sistem jednačina (10)-(13) je nelinearan. Rešenja se traže u obliku:

$$n(z,t) = N_0 + n_1(z,t) + \ldots\,, \tag{14}$$

$$\vec{e}(z,t) = \vec{e}_1(z,t) + \vec{e}_2(z,t) + \ldots\,, \tag{15}$$

$$\vec{h}(z,t) = \vec{h}_1(z,t) + \vec{h}_2(z,t) + \ldots\,, \tag{16}$$

$$\vec{v}(z,t) = \vec{v}_1(z,t) + \vec{v}_2(z,t) + \ldots\,. \tag{17}$$

Ograničavamo se na perturbacionu teoriju I reda pretpostavljajući da se amplitude članova višeg reda mogu zanemariti. Zamenom (14)-(17) u sistem jednačina (10)-(13) dobija se sledeći sistem jednačina za perturbovana polja I reda:

$$\frac{\partial n_1(z,t)}{\partial t} + N_0 \frac{\partial v_{1z}}{\partial z} = 0\,, \tag{10a}$$

$$rot\,\vec{e}_1(z,t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_1(z,t)}{\partial t} = 0\,, \tag{11a}$$

$$rot\,\vec{h}_1(z,t) + q\,N_0\,\vec{v}_1(z,t) - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_1(z,t)}{\partial t} = 0\,, \tag{12a}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m}\vec{e}_1(z,t) = 0\,, \tag{13a}$$

Primenom Laplasove transformacije po vremenskoj koordinati $G(z,s) = L\{g(z,t)\} = \int_0^\infty g(z,t)\,e^{-st}\,dt$ i Furijeove transformacije po prostornoj koordinati $F(k,z) = F\{g(z,s)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} g(z,s)\,e^{-jkz} dz$ na sistem jednačina (10a)-(12a) dobija se sledeći sistem linearnih algebarskih jednačina:

$$E_{1x}(z,s) = \frac{s - jkc\,n_p}{s^2 + \omega_P^2 + k^2c^2} E_{1x}(k,t=0^+) + \frac{\omega_0^2 - \omega_P^2}{\omega_B} \cdot \frac{1}{s^2 + \omega_P^2 + k^2c^2} E_{1z}(k,t=0^-)\,, \tag{18}$$

$$E_{1z}(z,s) = \frac{1}{s^2 + \omega_P^2} \cdot \frac{\omega_B \omega_P^2}{\omega_P^2 + \omega_B^2 - \omega_0^2} E_{1x}(k,t=0^+) + \frac{s}{s^2 + \omega_P^2} E_{1z}(k,t=0^+)\,, \tag{19}$$

$$H_{1y}(k,s) = -\frac{jk}{\mu_0 s} E_{1x}(k,s) + \frac{1}{s}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, n_p\, E_{1x}(k,t=0^+)\,, \tag{20}$$

$$V_{1x}(k,s) = \frac{\varepsilon_0}{N_0 q}\left(s + \frac{k^2c^2}{s}\right) E_{1x}(k,s) - \frac{\varepsilon_0}{N_0 q}\left(1 - \frac{jkc}{s} n_p\right) E_{1x}(k,t=0^+)\,, \tag{21}$$

$$V_{1z}(k,s) = \frac{\varepsilon_0}{N_0 q}\, s\, E_{1z}(k,s) - \frac{\varepsilon_0}{N_0 q} E_{1z}(k,t=0^+)\,, \tag{22}$$

gde su

$$E_{1x}(k,t=0^+) = F\{e_{0x}(z,t=0^-)\} = E_0 \pi\big(\delta(k-k_p) + \delta(k+k_p)\big)\,, \tag{23}$$

$$E_{1z}(k,t=0^+) = F\{e_{0z}(z,t=0^-)\} = E_z\, j\pi\big(\delta(k-k_p) - \delta(k+k_p)\big)\,, \tag{24}$$

$s = j\omega$ i δ - Dirac-ova funkcija.

Rešavanjem sistema jednačina (18)-(22), uz početne uslove definisane (23)-(24) i primenom inverzne Laplasove i Furijeove transformacije dobijaju se u zatvorenoj formi izrazi za komponente vektora električnog i magnetnog polja EMT i polja brzina elektronskog fluida:

$$e_{1x}(z,t) = E_{1x}^+ \cos(\omega_e t - k_p z) + E_{1x}^- \cos(\omega_e t + k_p z)\,, \tag{25}$$

$$e_{1z}(z,t) = E_{1z}^+ \sin(\omega_p t - k_p z) - E_{1z}^- \sin(\omega_p t + k_p z)\,, \tag{26}$$

$$h_{1y}(z,t) = H_{1y}^+ \cos(\omega_e t - k_p z) - H_{1y}^- \cos(\omega_e t + k_p z) + H_{1z}^w \cos(k_p z)\,, \tag{27}$$

$$v_{1x}(z,t) = -V_{1x}^+ \sin(\omega_e t - k_p z) - V_{1x}^- \sin(\omega_e t + k_p z) - V_{1x}^w \sin(k_p z)\,, \tag{28}$$

$$v_{1z}(z,t) = V_{1z}^+ \cos(\omega_e t - k_p z) - V_{1z}^- \cos(\omega_e t + k_p z)\,. \tag{29}$$

Iz jednačina (10a) i (29) dobija se izraz za koncetraciju elektrona u izotropnoj plazmi

$$n_1(z,t) = N_1^+ \cos(\omega_P t - k_p z) + N_1^- \cos(\omega_P t + k_p z)\,. \tag{30}$$

Amplitude novo stvorenih polja u izotropnoj plazmi su :

$$E_{1x}^+ = \frac{E_0}{2}\left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_e}\right),\; E_{1x}^- = \frac{E_0}{2}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_e}\right)\,, \tag{31}$$

$$E_{1z}^+ = \frac{E_z}{2}\left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_P}\right),\; E_{1x}^- = \frac{E_z}{2}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_P}\right)\,, \tag{32}$$

$$H_{1z}^+ = \frac{H_0}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_e}\left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_e}\right),\; H_{1z}^- = \frac{H_0}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_e}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_e}\right)\,, \tag{33}$$

$$H_{1z}^w = H_0\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_e^2}\right)\,, \tag{33a}$$

$$V_{1x}^+ = \frac{q\,E_0}{2m\,\omega_e}\left(1 + \frac{\omega_0}{\omega_e}\right),\; V_{1x}^- = \frac{qE_0}{2m\,\omega_e}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_e}\right)\,, \tag{34}$$

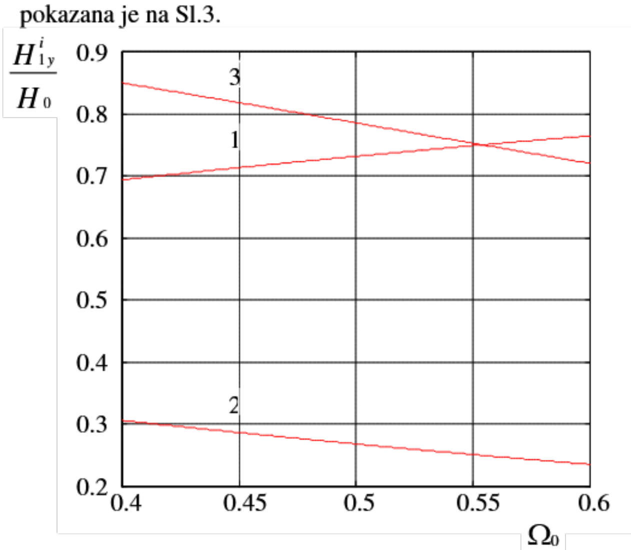
$$V_{1x}^{w} = \frac{q\,\omega_0\,E_0}{m\,\omega_e^2}\left[1+(n_p^2-1)\,\frac{\omega_e^2}{\omega_p^2}\right], \tag{34a}$$

$$N_1^{+} = \frac{k_p V_{1z}^{+}}{\omega_P}\cdot N_0\,, N_1^{-} = \frac{k_p V_{1z}^{-}}{\omega_P}\cdot N_0\,. \tag{35}$$

Kružna frekvencije novo stvorenih talasnih modova (25-29) je ω_e :

$$\omega_e = \sqrt{\omega_P^2 + n_p^2\,\omega_0^2}\,. \tag{36}$$

Zavisnost normalizovanih (na $H_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,n_p\,E_0$) amplituda magnetnog polja novo stvorenih magnetnih modova od normalizovane kružne frekvencije izvornog talasa Ω_0 u anizotropnoj plazmi, za vrednost parametra $\Omega_B = \sqrt{8}$ pokazana je na Sl.3.



Sl.3. Zavisnost normalizovanih apmlituda magnetnog polja EMT, transmitovanog moda (i=1), refkelktovanog moda (i=2) i wiggler moda (i=3) od normalizovane kružne frekvencije izvornog talasa za vrednost parametra $\Omega_B = \sqrt{8}$.

Analiza dobijenih rezultata pokazuje da kada je kružna frekvencija izvornog talasa u oblasti oko donje prekidne frekvencije $\Omega_0 \in (0.4 - 0{,}55)$ za vrednost parametra $\Omega_B = \sqrt{8}$ amplituda stacinarnog moda novo stvorenog magnetnog polja je reda veličine i veća od aplitude transmitovanog moda. Amplituda magnetnog polja reflektovanog EMT je znatno manja od odgovarajućih amplituda transmitovanog EMT i stacionarnog moda.

3. ZAKLJUČAK

U radu je rešen problem linearne transformacije elektromagnetnog talasa (EMT), eliptične polarizacije, koji se prostire kroz prostorno neograničenu magnetizovanu plazmu, kada se spoljašnje statičko magnetno polje naglo ukine. Pokazano je da se u slučaju transferzalnog prostiranja (pravac prostiranja EMT i spoljašnjeg statičkog magnetnog polja su normalni) rešenja za novo stvorene modove mogu dobiti u zatvorenoj formi, odnosno da se rezultujuća polja mogu predstaviti u vidu zbira novo stvornih modova. Kružne frekvencije eksitovanih modova dobijenih perturbacionom teorijom I reda su za longitudinalne elektronske talase ω_P i za transverzalne EMT ω_e , gde su

$$\omega_P = \sqrt{\frac{q^2 N}{\varepsilon_0 m}}\,, \qquad \omega_e = \sqrt{\omega_P^2 + n_p^2\,\omega_0^2}\,,$$

$$n_p = \sqrt{1 - \frac{\omega_P^2}{\omega_0^2(1+\omega_B^2/(\omega_P^2-\omega_0^2))}}\,.$$

ω_0 i ω_B su ugaona frekvencija izvornog EMT u plazmi i elektronska ciklotronska ugaona frekvencija, respektivno.

Efikasnost eksitacije novo stvorenih modova zavisi od kružne frekvencije izvornog talasa i inteziteta spoljašnjeg statičkog magnetnog polja.

LITERATURA

[1] D. K. Kalluri, “Conversion of a Whistler Wave into a Controllable Helical Wiggler Magnetic Field”, *Journal of Applied Physic, May 1996*.

[2] Z.M. Trifković, B. V. Stanić , ‘’Nelinearna transformacija EMT u magnetizovanoj plazmi pri naglom gašenju statičkog magnetnog polja’’, XLIII ETRAN, Zlatibor 20-22. Sep. 1999., Zbornik radova, Sveska II , str. 159-162.

ABSTRACT: By the use of perturbation theory of first order the linear transformation of plane monohromatic electromagnetic wave (EMW) with eliptic polarization, assumed to be propagating in direction perpendicular to the external static magnetic field in spatially unbounded magnetoplasma medium, is analyzed when external static magnetic field is suddenly switched off. It was shown that, when angular frequency of the source wave is near lower cut off angular frequency , a significant amount of energy of the source wave was transformed to the energy of new static (so colled) wiggler mode. Excitation efficiency of new created fields depends on angular frequncy of the source wave and magnitude of the external static magnetic field.

LINEAR TRANSFORMATION OF PLANE EMW IN MAGNETIZED PLASMA WHEN EXTERNAL STATIC MAGNETIC FIELD IS SUDDENLY SWITCHED OFF. TRANSVERSAL PROPAGATION.

Z.M. Trifković, B.V. Stanić