

FORMIRANJE STACIONARNIH EM POLJA PRI INTERAKCIJI EMT SA HLADNOM BESKOLIZIONOM PLAZMOM (LONGITUDINALNO PROSTIRANJE)

Zoran Trifković, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Božidar Stanić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Sadržaj- Analiziran je uticaj naglog uspostavljanja hladne beskolizione plazme i naglog gašenja spoljašnjeg statičkog magnetskog polja na transformaciju ravanskog linearno polarizovanog izvornog elektromagnetskog talasa pomoću perturbacione teorije I i II reda. Pokazano je da, za određene vrednosti kružne frekvencije izvornog EMT, magnetske indukcije spoljašnjeg statičkog magnetskog polja i vremena trajanja tog polja u plazmi, amplitude novo formiranih stacionarnih modova mogu imati znatne vrednosti.

1. UVOD

Izvorni, linearno polarizovan EMT, za $t < 0$, prostire se u slobodnom prostoru u pravcu z ose duž spoljašnjeg statičkog magnetskog polja, indukcije B_0 . Vektori električnog i magnetskog polja izvornog EMT su:

$$\vec{e}_0(z, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{x}, \quad (1)$$

$$\vec{h}_0(z, t) = H_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{y}, \quad (2)$$

$$H_0 = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0, \quad (3)$$

gde su ϵ_0, μ_0 permitivnost i permeabilnost slobodnog prostora.

U trenutku $t=0$ u celom prostoru se naglo stvara hladna beskoliziona plazma s koncentracijom elektrona N_0 . Za elektrone se pretpostavlja da se stvaraju sa zanemarljivo malim početnim brzinama. Na taj način se ostvaruje vremenski diskontinuitet u dielektričnim osobinama medijuma kroz koji se talas prostire. Vektori električnog i magnetskog polja EMT u anizotropnoj plazmi, i vektor polja brzine elektronskog fluida određuju se pomoću Maksvelovih jednačina (4) i (5) i jednačine kretanja za elektronski fluid (6):

$$\text{rot } \vec{e}(z, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}(z, t)}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\text{rot } \vec{h}(z, t) = -q N_0 \vec{u}(z, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}(z, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{u}(z, t)}{dt} = -\frac{q}{m} \vec{e}(z, t) - \frac{q}{m} \vec{u}(z, t) \times (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{h}(z, t)), \quad (6)$$

i odgovarajućih početnih uslova o kontinuitetu vektora električnog i magnetskog polja u trenutku $t=0$ na bilo kom mestu u prostoru, kao i to da su stvoreni elektroni bez početne brzine.

Linearizacija sistema jednačina (4)-(6) postiže se primenom perturbacione teorije I i II reda. Rešenja za polja u plazmi tražimo u obliku:

$$\vec{e}(z, t) = \vec{e}_1(z, t) + \vec{e}_2(z, t), \quad (7)$$

$$\vec{h}(z, t) = \vec{h}_1(z, t) + \vec{h}_2(z, t), \quad (8)$$

$$\vec{v}(z, t) = \vec{v}_1(z, t) + \vec{v}_2(z, t). \quad (9)$$

Zamenom (7)-(9) u (4)-(6) dobijaju se sistemi jednačina za perturbaciona polja I reda:

$$\text{rot } \vec{e}_1(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (10)$$

$$\text{rot } \vec{h}_1(z, t) + q N_0 \vec{u}_1(z, t) - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_1(z, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_1(z, t) + \frac{q}{m} \vec{u}_1(z, t) \times \vec{B}_0 = 0, \quad (12)$$

i perturbaciona polja II reda:

$$\text{rot } \vec{e}_2(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (13)$$

$$\text{rot } \vec{h}_2(z, t) + q N_0 \vec{u}_2(z, t) - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_2(z, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_2(z, t) + \frac{q}{m} \vec{u}_2(z, t) \times \vec{B}_0 = -\frac{q \mu_0}{m} \vec{u}_1(z, t) \times \vec{h}_1(z, t). \quad (15)$$

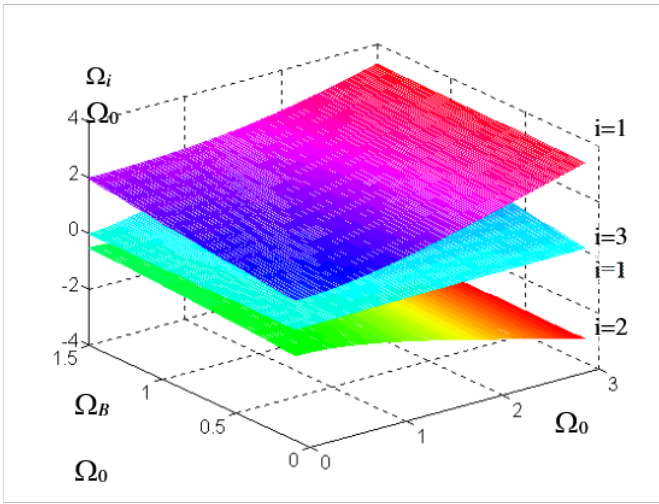
Primenom Laplasove transformacije po vremenskoj koordinati t

$$F(z, s) = L\{f(z, t)\} = \int_0^{\infty} f(z, t) e^{-st} dt, \quad (16)$$

i Furijeove transformacije po prostornoj koordinati z

$$F(k, s) = F\{F(z, s)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(z, s) e^{-jkz} dz, \quad (17)$$

sistemi parcijalnih diferencijalnih jednačina (10)-(15) iz (z, t) prostora prevode se na sisteme algebarskih jednačina u (k, s) prostoru. Rešavanjem ovih sistema algebarskih jednačina i primenom inverzne Laplasove i Furijeove transformacije mogu se odrediti izrazi za amplitude i kružne frekvencije novo formiranih stacionarnih, oscilatornih i talasnih modova (videti reference [1] i [2]). Zavisnost kružnih frekvencija novo stvorenih talasnih modova u plazmi, od normirane kružne frekvencije izvornog EMT $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_P$ i elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\Omega_B = \omega_B / \omega_P$, normiranih na elektronsku plazmenu kružnu frekvenciju $\omega_P = \sqrt{N_0 q^2 / \epsilon_0 m}$ prikazana je na Sl.1.



Sl.1. Zavisnost normiranih kružnih frekvencija transmitovanih (Ω_1, Ω_3) i reflektovanih (Ω_2) novo storenih talasa u naglo stvorenoj plazmi od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije Ω_B .

Normirane kružne frekvencije talasnih modova dobijenih u nelinearnoj analizi su:

$$\Omega_{12} = \Omega_1 - \Omega_2, \Omega_{13} = \Omega_1 - \Omega_3, \Omega_{32} = \Omega_3 - \Omega_2.$$

2. NAGLO GAŠENJE SPOLJA[NJEG STAT^KOG MAGNETSKOG POLJA

Nakon vremena τ od uspostavljanja plazme naglo se gasi spoljašnje statičko polje indukcije Bo. Električno polje $\vec{e}'(z,t)$ i magnetsko polje $\vec{h}'(z,t)$ EMT u izotropnoj plazmi, i vektor polja brzine elektronskog fluida $\vec{u}'(z,t)$ određuju se iz Maksvelovih jednačina (18) i (19) i jednačine kretanja elektronskog fluida (20):

$$\text{rot } \vec{e}'(z,t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}'(z,t)}{\partial t}, \quad (18)$$

$$\text{rot } \vec{h}'(z,t) = -q N_0 \vec{u}'(z,t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}'(z,t)}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\frac{d\vec{u}'(z,t)}{dt} = -\frac{q}{m} \vec{e}'(z,t) - \frac{q\mu_0}{m} \vec{u}'(z,t) \times \mu_0 \vec{h}'(z,t). \quad (20)$$

Početni uslovi su isti kao kod naglog stvaranja plazme s tim što je polje brzine elektrona u trenutku $t = \tau$ različito od nule.

Linearizacija sistema jednačina (18)-(20) se izvodi kao u prethodnom slučaju (za $0 \leq t < \tau$) s tom razlikom što se polja posmatraju za $t \geq \tau$ pa se iz tog razloga prilikom Laplasove transformacije koristi teorema :

$$L(f(t+\tau)) = \exp(\tau s) \cdot (F(s) - \int_0^\tau f(t) \exp(-st) dt), \quad (21)$$

Rešavanjem dobijenog sistema linearnih algebarskih jednačina za komponente vektora električnog polja u (k,s) domenu dobijaju se sledeći izrazi:

$$E'_{1x,y}(k,s) = \frac{1}{D_1(k,s)} \left(s \cdot E_{1x,y}(k,\tau) \mp \frac{jk}{\epsilon_0} \cdot H_{1y,x}(k,\tau) + \right. \\ \left. + \frac{N_0 q}{\epsilon_0} \cdot (V_{1x,y}(k,\tau) \pm \omega_B J_{y,x}(k,s)) \right) \quad (22)$$

gde je

$$J_{y,x}(k,s) = \int_{t_1=0}^{\tau} V_{1y,x}(k,t_1) e^{-st_1} dt_1, \quad t_1 = t - \tau, \quad (23)$$

i

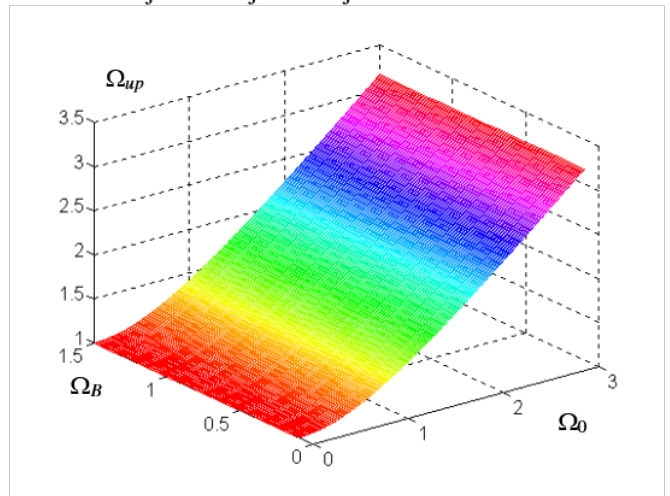
$$E'_{2z}(k,s) = \frac{1}{D_2(k,s)} \left(-\omega_0^2 \mu_0 \cdot I'_2(k,\tau) + s \cdot E_{2z}(k,\tau) \right. \\ \left. + \frac{\partial E_{2z}(k,\tau)}{\partial t} \right), \quad (24)$$

$$D_1(k,s) = s^2 + \omega_p^2 + k^2 c^2, \quad D_2(k,s) = s^2 + \omega_p^2, \quad (25)$$

$$I'_2(k,s) = LF \{ u_{1x}(z,t_1) h_{1y}(z,t_1) - u_{1y}(z,t_1) h_{1x}(z,t_1) \}. \quad (26)$$

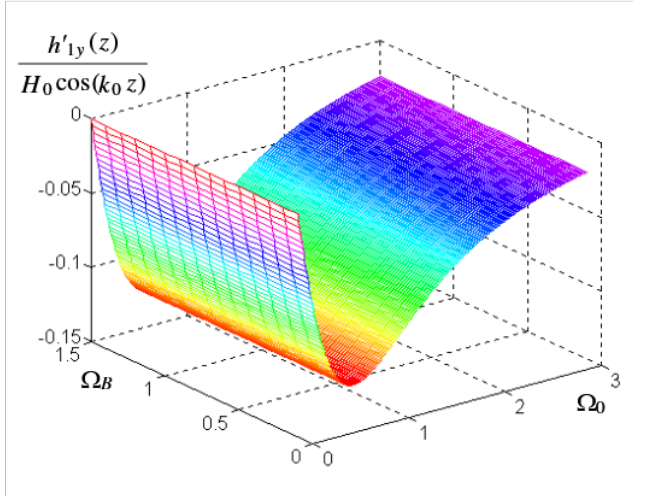
Polja označena sa gornjim indeksom prim su polja nakon gašenja statičkog magnetskog polja, a polja bez gornjeg indeksa su polja pre gašenja statičkog magnetskog polja. Indeksi 1 i 2 se odnose na linearne i nelinearne komponente polja respektivno.

Primenom inverzne Laplasove i Furijeove transformacije dobijamo izraze za amplitude novo storenih modova električnog polja. Izrazi za magnetske modove se dobijaju iz jednačine (18). Zbog glomaznosti dobijeni izrazi nisu navedeni u ovom radu. U linearnoj analizi se dobijaju stacionarne, prostorno promenljive transverzalne komponente vektora magnetskog polja, dok se u nelinearnoj analizi dobija longitudinalna komponenta jednosmernog stacionarnog električnog polja. Magnetsko polje u nelinearnoj analizi jednako je nuli. Zavisnost normiranih

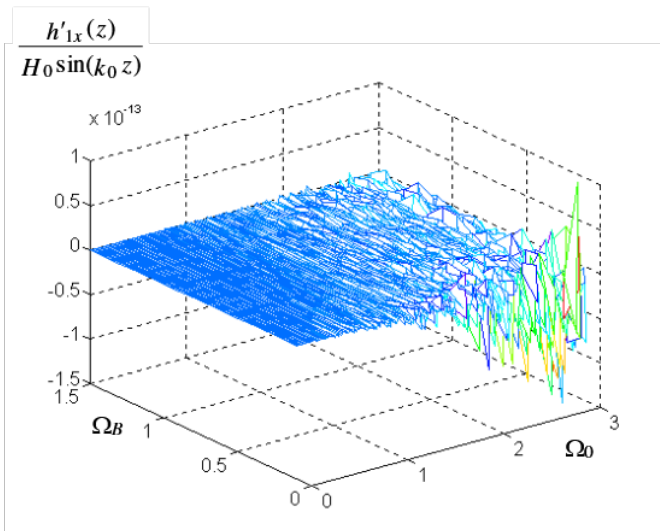


Sl.2. Zavisnost normirane kružne frekvencije transmitovanog novo storenog talasa Ω_{up} pri naglom gašenju statičkog magnetskog polja od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije Ω_B .

Grafičkom analizom dobijenih rezultata za stacionarne prostorno promenljive transverzalne komponente vektora magnetskog polja u izotropnoj plazmi (Sl.3 i Sl.4) zaključujemo da je x komponenta polja zanemarljiva u odnosu na amplitudu magnetskog polja izvornog EMT. Y komponenta zavisi od spoljašnjeg statičkog magnetskog polja ali slabo zavisi od njegove veličine. Najveće vrednosti za y komponentu se dobijaju za vrednost kružne frekvencije izvornog EMT $\omega_0 = \omega_p$, dok u oblasti visokih frekvencija $\omega_0 > 3 \cdot \omega_p$ amplituda ovog moda brzo pada na nulu. Analizom dobijenih izraza zaključuje se da amplitude obe komponente ne zavise od vremena trajanja spoljašnjeg statičkog magnetskog polja u plazmi τ .



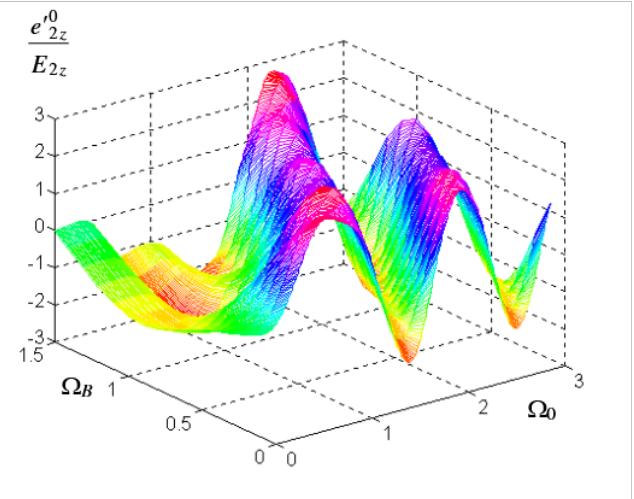
Sl.3. Zavisnost transverzalne y komponente stacionarnog prostorno promenljivog linearnog magnetskog polja od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije Ω_B .



Sl.4. Zavisnost transverzalne x komponente stacionarnog prostorno promenljivog linearnog magnetskog polja od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije Ω_B .

Nelinearna analiza ukazuje na egzistenciju čisto elektronskih talasa (magnetsko polje je jednako nuli) sa longitudinalnom komponentom vektora električnog polja. Amplituda

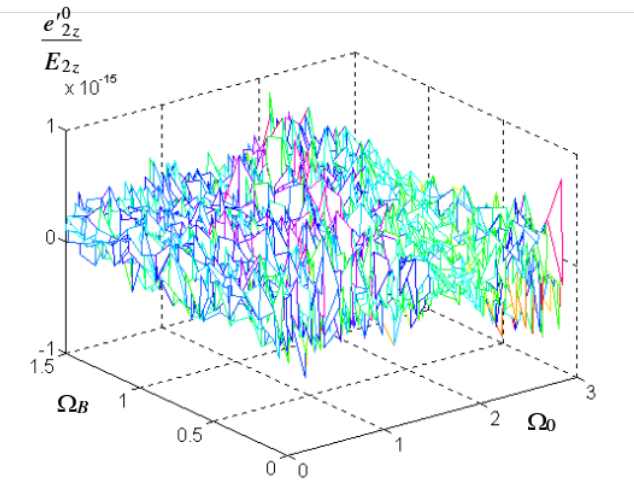
stacionarne komponente ovog polja zavisi od trajanja spoljašnjeg statičkog magnetskog polja u plazmi. Maksimalna amplituda se dobija za vrednosti $\tau = n \cdot 2\pi / \omega_p$, a minimalna za vrednosti $\tau = (2n+1) \cdot \pi / (2\omega_p)$, $n=0,1,2,\dots$ (videti Sl.5 i Sl.6 respektivno).



Sl.5. Zavisnost longitudinalne z komponente stacionarnog jednosmernog nelinearnog električnog polja od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije Ω_B za vrednosti

$$\tau = \frac{n2\pi}{\omega_p}$$

Sa Sl.5 se može zaključiti da longitudinalna komponenta stacionarnog električnog polja, koja je dobijena u nelinearnoj analizi, zavisi od veličine spoljašnjeg statičkog magnetskog polja. Amplituda stacionarnog električnog polja je normirana na $E_{2z} = q E_0^2 / (mc \omega_p) \approx 586 \cdot E_0^2 / \omega_p$.



Sl.6. Zavisnost longitudinalne z komponente stacionarnog jednosmernog nelinearnog električnog polja od normirane kružne frekvencije izvornog EMT Ω_0 i normirane elektronske ciklotronske frekvencije Ω_B za vrednosti $\tau = (2n+1)\pi / 2\omega_p$.

Pogodnim izborom vremena trajanja statičkog magnetskog polja u plazmi može se nelinearna komponenta vektora električnog polja svesti na beznačajnu vrednost.

3. ZAKLJUČAK

U radu je rešen problem linearne i nelinearne transformacije ravanskog elektromagnetskog talasa (EMT), linearne polarizacije, prilikom interakcije sa naglom stvorenom hladnom beskolizionom plazmom kada se nakon izvesnog vremena nakon stvaranja plazme naglo gasi spoljašnje statičko magnetsko polje, koje je postojalo i pre nego što je stvorena plazma. Primenom perturbacione teorije I i II reda, Laplasove transformacije po vremenskoj koordinati i Furijeove transformacije po prostornoj koordinati, pošto je posmatrana plazma kao neograničeni medijum, izvršena je linearizacija problema. Kao posledica vremenskih diskontinuiteta, u pogledu promena dielektričkih osobina medijuma kroz koji se EMT prostire, dolazi do stvaranja stacionarnih transverzalnih magnetskih i longitudinalnih električnih modova. Pokazano je da se promenom parametara kao što su: kružne frekvencija EMT, magnetska indukcija spoljašnjeg statičkog magnetskog polja, vreme trajanja spoljašnjeg statičkog magnetskog polja u plazmi može uticati na efikasnost eksitacije gore navedenih modova.

LITERATURA

[1] D.K. Kalluri, "Effect of Switching a Magnetoplasma Medium on a Travelling Mode: Longitudinal Propagation", *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 37, No. 12, Dec. 1989.

[2] Z.M. Trifković, *Nelinearna transformacija EMT u naglo stvorenoj magnetizovanoj plazmi*, Magistarski teza, ETF Beograd, jul 1998.

ABSTRACT-It is analyzed the influence of sudden switching-on of plasma medium and sudden switching-off of static magnetic field on transformatin of linear polarized plane source EMW. As the consequence of these temporal discontinuities the stationary tranverse magnetic and longitudinal electric modes are created. The efficiency of excitation of these modes can be controlled by varying either the frequency of source EMW or the magnitude of static magnetic field as well as the time of existing of static magnetic field in the plasma medium.

GENERATION OF STATIONARY EM FIELDS DURING INTERACTION BETWEEN EMW AND COLD COLLISIONLESS PLASMA (LONGITUDINAL PROPAGATION)

Z.M Trifković, B.V. Stanić