

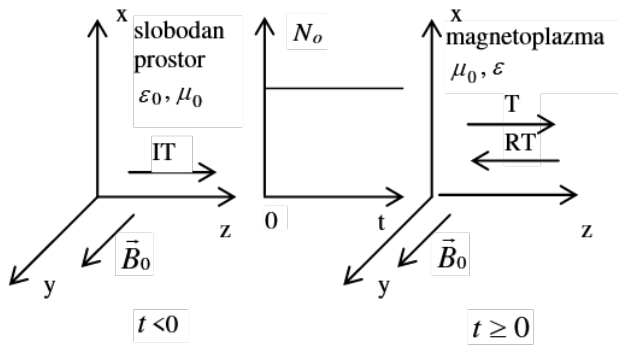
PROMENA FREKVENCIJE IZVORNOG EMT USLED NAGLE PROMENE MAGNETIZOVANE PLAZME. TRANSVERZALNO PROSTIRANJE

Zoran Trifković, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Božidar Stanić, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beograd

Sadržaj- Pomoću perturbacione teorije I i II reda analiziran je uticaj, u radio aproksimaciji, naglog stvaranja hladne, beskoliziona, magnetizovane, slabo nelinearne plazme na promenu frekvencije izvornog linearnog polarizovanog elektromagnetskog talasa (EMT), koji se prostire u pravcu normalnom na pravac spoljašnjeg statičkog magnetskog polja. Kao rezultat ovih interakcija generišu se sem talasnih i stacionarni modovi kako jednosmerni tako i prostorno promenljivi.

1. UVOD

Usled velike brzine prostiranja EMT-i se mnogo češće susreću sa prostornim nego sa vremenskim varijacijama medijuma kroz koji se prostiru. Zbog toga fenomeni vezani za prostiranje talasa u prostorno promenljivim homogenim plazmama, kao što su refleksija, prelamanje i rasejanje sa nepromenjenom frekvencijom, uz promenu talasnog vektora, dominiraju u odnosu na fenomene vezane za prostiranje talasa u vremenski promenljivim homogenim plazmama. Međutim, u slučaju kada se parametri neograničenog medijuma menjaju veoma brzo u vremenu, u znatnim dimenzijama (u odnosu na talasnu dužinu), dolazi do promene frekvencije izvornog EMT-a dok talasni broj u linearnoj teoriji ostaje nepromenjen [1], [2]. Kao posledica dualnosti prostor-vreme mogu se izvesti neke analogije između fenomena koji su karakteristični za svaki tip varijacije plazma medijuma ponaosob. Međutim, u vremenski promenljivoj plazmi javljaju se i fenomeni koji se ne mogu predvideti pomoću principa dualnosti kao što je naprimer generacija stacionarnih električnih i magnetskih polja.



Sl.1 Geometrija problema.

IT – izvorni talas, TT – transmitovani talas,

RT – reflektovani talas,

B_0 – magnetska indukcija statičkog magnetskog polja,

N_0 – koncentracija novo stvorenih elektrona.

U kojim slučajevima se plazma može smatrati naglo stvorenom? U literature je usvojeno da je ova aproksimacija opravdana kada je recipročna vrednost vremena stvaranja plazme T_r daleko veća od frekvencije izvornog EMT-a, tj.

$1/T_r \gg \omega_0$. Ovaj uslov je ispunjen kod nekih impulsnih gasnih pražnjenja, zatim kada plazma nastaje usled nuklearne eksplozije ili prilikom dejstva kratkih (pikosekundnih ili femtosekundnih) laserskih impulsa na čvrste mete. U tom slučaju promena koncentracije elektrona u trenutku nastajanja plazme ($t=0$) može se predstaviti Heaviside-ovom step funkcijom kao na Sl.1.

Izvorni, linearno polarizovan EMT, za $t < 0$, prostire se u slobodnom prostoru u pravcu z ose, $\vec{k}_0 = k_0 \cdot \hat{z}$ normalno na pravac spoljašnjeg statičkog magnetskog polja, indukcije $\vec{B}_0 = B_0 \cdot \hat{y}$. Vektori električnog i magnetskog polja izvornog EMT su:

$$\vec{e}_0(z, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{x}, \quad (1)$$

$$\vec{h}_0(z, t) = H_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \hat{y}, \quad (2)$$

$$H_0 = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} E_0, \quad (3)$$

gde su $\epsilon_0, \mu_0, \hat{y}, \hat{z}$ permitivnost i permeabilnost slobodnog prostora, jedinični vektori duž pozitivnog pravca y i z-ose, respektivno.

U trenutku $t=0$ u celom prostoru se naglo stvara hladna beskoliziona plazma sa koncentracijom elektrona N_0 . Za elektrone se pretpostavlja da se stvaraju sa zanemarljivo malim početnim brzinama. Na taj način se ostvaruje vremenski diskontinuitet u dielektričnim osobinama medijuma kroz koji se talas prostire. Vektori električnog i magnetskog polja EMT u anizotropnoj plazmi, vektor polja brzine elektronskog fluida i skalarno polje koncentracije elektronskog fluida određuju se pomoću jednačine kontinuiteta, Maksvelovih jednačina i jednačine kretanja za elektronski fluid i odgovarajućih početnih uslova o kontinuitetu vektora električnog i magnetskog polja u trenutku $t=0$ na bilo kom mestu u prostoru, kao i to da su stvoreni elektroni bez početne brzine. U linearnoj teoriji te jednačine su oblika:

$$\frac{\partial m_1(z, t)}{\partial t} + N_0 \frac{\partial u_1(z, t)}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\text{rot} \vec{e}_1(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

$$\text{rot} \vec{h}_1(z, t) + q N_0 \vec{u}_1(z, t) - \epsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_1(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_1(z, t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_1(z, t) + \frac{q}{m} \vec{u}_1(z, t) \times \vec{B}_0 = 0, \quad (7)$$

a u nelinearnoj (ograničavamo se na perturbacionu teoriju II reda):

$$\text{rot} \vec{e}_2(z, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_2(z, t)}{\partial t} = 0, \quad (5a)$$

$$\text{rot } \vec{h}_2(z,t) + q N_0 \vec{u}_2(z,t) - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_2(z,t)}{\partial t} = -q n_1(z,t) \vec{u}_1(z,t), \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}_2(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_2(z,t) + \\ + \frac{q}{m} \vec{u}_2(z,t) \times \vec{B}_0 = -\frac{q}{m} \vec{u}_1(z,t) \times \left(\mu_0 \vec{h}_1(z,t) + \frac{n_1(z,t)}{N_0} \vec{B}_0 \right) \\ - (\vec{u}_1(z,t) \nabla) \vec{u}_1(z,t) - \frac{n_1(z,t)}{N_0} \cdot \frac{\partial \vec{u}_1(z,t)}{\partial t} \\ - \frac{q n_1(z,t)}{m N_0} \vec{e}_1(z,t). \end{aligned} \quad (7a)$$

Iz sistema jednačina (4)-(7) dobija se izraz za disperzionu relaciju

$$\omega^4 - (2\omega_p^2 + \omega_B^2 + k^2 c^2) \omega^2 + k^2 c^2 (\omega_p^2 + \omega_B^2) + \omega_p^4 = 0, \quad (8)$$

iz koje sledi izraz za dielektrilnu konstantu

$$\varepsilon = 1 - \omega_p^2 / \omega^2 \left(1 + \frac{\omega_B^2}{\omega_p^2 - \omega^2} \right). \quad (9)$$

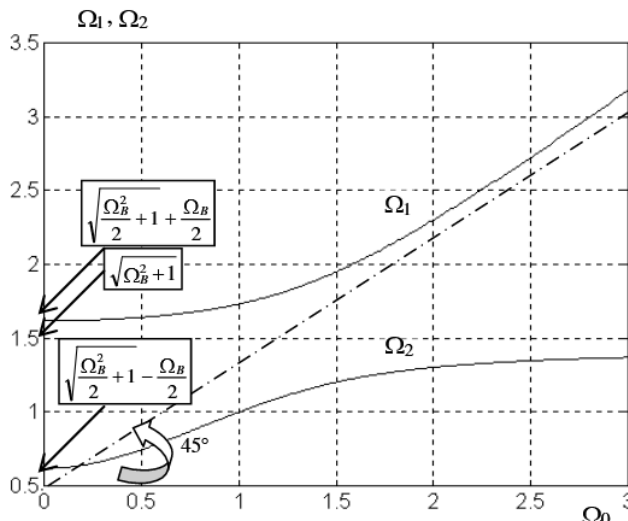
Kružne frekvencije novo stvorenih transmitovanih i reflektovanih transverzalnih talasnih modova u anizotropnoj plazmi su

$$\omega_{1,2} = \sqrt{a \pm \sqrt{a^2 - b}}, \quad (10)$$

gde su

$$a = \omega_p^2 + (\omega_p^2 + \omega_B^2)/2, \quad b = \omega_p^4 + (\omega_p^2 + \omega_B^2) \cdot \omega_0^2, \quad (10a)$$

a njihove promene u zavisnosti od frekvencije izvornog talasa prikazane su na Sl.1. U gornjim izrazima $\omega_p = \sqrt{q N_0 / \varepsilon_0 m}$ i $\omega_B = q B_0 / m$ su elektronska plazmena i elektronska ciklotronska kružna frekvencija, respektivno.



Sl.2 Zavisnost normiranih vrednosti kružnih frekvencija novo stvorenih transmitovanih talasa, od normiranih vrednosti kružne frekvencije izvornog talasa $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_p$, za vrednost normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\Omega_B = \omega_B / \omega_p = 1$. (Goteti, Kalluri, [3]).

Na osnovu izraza za relativnu dielektričnu konstantu zaključuje se da je rezonancija moguća za $\omega_2^{T,R} = \pm \sqrt{\omega_B^2 + \omega_p^2}$ (indeks T se odnosi na transmitovani, a R na reflektovani talas) tj. na gornjoj hibridnoj frekvenciji. Negativna vrednost kružne frekvencije odgovara reflektovanom talasu. Ovaj tip propagacije izvornog talasa daje dva transmitovana i dva reflektovana talasa. Kružne frekvencije reflektovanih talasa jednake su po apsolutnoj vrednosti kružnim frekvencijama transmitovanih talasa, u plazmi.

Rešavanjem sistema jednačina (5a)-(7a) dobijaju se izrazi za kružne frekvencije eksitovanih nelinearnih električnih (transverzalnih i longitudinalnih) i magnetskih (transverzalnih) modova: talasnih

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \omega_1; \varphi_2 = \omega_2; \varphi_3 = \omega_1 - \omega_2; \varphi_4 = \omega_1 + \omega_2; \\ \varphi_5 = 2\omega_1; \varphi_6 = 2\omega_2; \omega_{i\beta} = \omega_i (\omega_0 \rightarrow 2\omega_0); \quad i = 1,2, \end{aligned} \quad (11)$$

i oscilatornih

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \omega_1; \varphi_2 = \omega_2; \varphi_3 = \omega_1 - \omega_2; \varphi_4 = \omega_1 + \omega_2; \\ \varphi_5 = 2\omega_1; \varphi_6 = 2\omega_2; \omega_{i\alpha} = \omega_i (\omega_0 \rightarrow 0); \quad i = 1,2, \end{aligned} \quad (12)$$

pri čemu su kružne frekvencije ω_i zadate jednačinom (10), a oznake $\omega_0 \rightarrow 0$ i $\omega_0 \rightarrow 2\omega_0$ znače da u naznačenim izrazima treba zameniti ω_0 sa 0 i $2\omega_0$, respektivno.

Rešavanje sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina (4)-(7) i (5a)-(7a) se vrši po sledećem postupku:

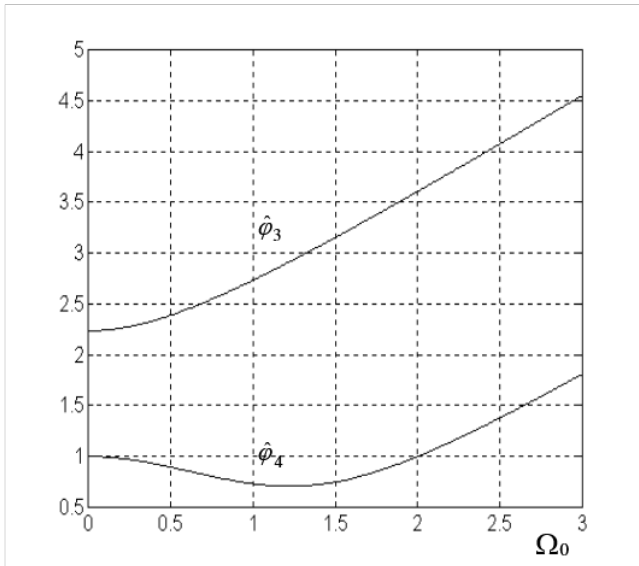
- Primenom Laplace-ove transformacije po vremenskoj koordinati t , uzimajući u obzir početne uslove, i Fourier-ove transformacije po prostornoj koordinati z , pošto plazmu posmatramo kao neograničeni medijum, ovi linearizovani sistemi jednačina se prevode u linearne sisteme algebarskih jednačina u prostoru kompleksne učestanosti $s = j\omega$ i talasnog broja k .

- Rešavanjem dobijenog sistema linearnih algebarskih jednačina i primenom inverznih, gore navedenih, transformacija dobijaju se izrazi za amplitude i frekvencije novo stvorenih modova.

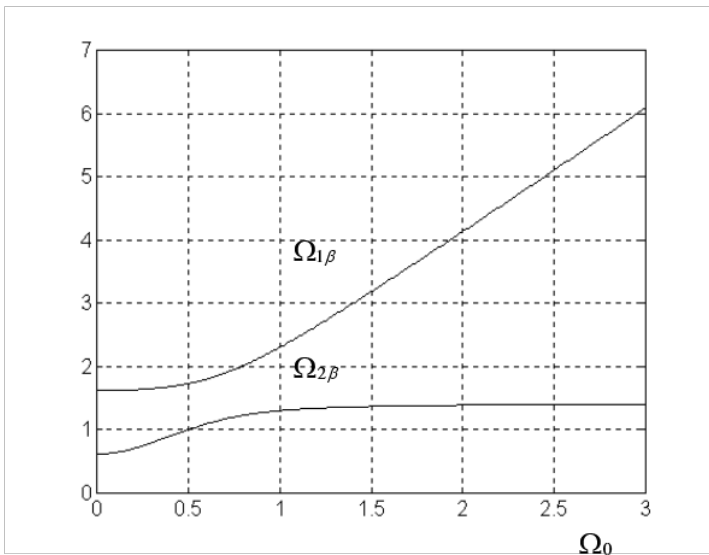
Kružne frekvencije svih eksitovanih modova izuzev oscilatornih modova kružnih frekvencija $\omega_{i\alpha}$, $i = 1,2$ zavise kako od kružne frekvencije izvornog EMT tako i od vrednosti elektronske ciklotronske kružne frekvencije odnosno od vrednosti indukcije spoljašnjeg statičkog magnetskog polja B_0 .

Pored oscilatornih i talasnih modova dolazi i do eksitacije stacionarnih prostorno promenljivih modova longitudinalnog električnog i transverzalnog magnetskog polja, talasnog broja $\vec{k} = 2k_0 \cdot \hat{z}$, kao i rektifikacionog trasverzalnog električnog polja.

Na Sl. 3 i 4 prikazana je zavisnost pojedinih kružnih frekvencija eksitovanih modova u anizotropnoj plazmi od kružne frekvencije izvornog EMT za vrednost elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\omega_B = \omega_p$.



SI.3 Zavisnost normiranih vrednosti kružnih frekvencija $\hat{\phi}_3 = \phi_3 / \omega_P$ i $\hat{\phi}_4 = \phi_4 / \omega_P$ od normiranih vrednosti kružne frekvencije izvornog talasa $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_P$, za vrednost normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 1$.



SI.4 Zavisnost normiranih vrednosti kružnih frekvencija $\Omega_{1\beta} = \omega_{1\beta} / \omega_P$ i $\Omega_{2\beta} = \omega_{2\beta} / \omega_P$ od normiranih vrednosti kružne frekvencije izvornog talasa $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_P$, za vrednost normirane elektronske ciklotronske kružne frekvencije $\Omega_B = \omega_B / \omega_P = 1$.

Sa SI.4 možemo zaključiti da eksitovani modovi u anizotropnoj plazmi kružne učestanosti $\omega_{2\beta}$ imaju rezonantan karakter kada je $\omega_{2\beta} \approx 1.5 \omega_P$.

ZAKLJUČAK

Kao posledica vremenskih diskontinuiteta u pogledu promene dielektričnih osobina medijuma kroz koji se EMT prostire dolazi do promene frekvencije talasa. Talasni broj eksitovanih modova u plazmi, u linearnoj teoriji je isti kao i talasni broj izvornog talasa. Konzervacija talasnog broja je po principu dualnosti analogna konzervaciji frekvencije u slučaju prostornog diskontinuiteta. Uzimajući u obzir nelinearne efekte određeni su talasni modovi dvostruko većeg talasnog broja. Utvrđeno je generisanje stacionarnih modova električnog i magnetskog polja kako jednosmernih tako i prostorno promenljivih što nije bilo moguće predvideti iz principa dualnosti prostor-vreme.

LITERATURA

- [1] Jiang, C.L., *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-23**, 83 (1975).
- [2] Fante, R.L., *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-19**, (1975).
- [3] Goteti, V.R., and D.K. Kalluri, *Rad. Sci.* 25, 61 (1990).

Abstract – Frequency shift of linearly polarized source electromagnetic wave (EMW) in suddenly created anisotropic cold plasma as result of weak nonlinear interaction of EMW and electrons has been considered. By the use of standard perturbation method the problem is solved in closed form. As the result of this type of interaction oscillating and traveling wave modes with shifted frequencies as well as the stationary modes were generated.

FREQUENCY SHIFT OF SOURCE EMW DUE TO SUDDEN CHANGES OF MAGNETIZED PLASMA. TRANSVERSE PROPAGATION

Zoran Trifković and Božidar Stanić

