

ZAKONI RASPODELE MASE PARČADI RAZORNIH PROJEKTILA

mr Predrag Elek¹
dr Slobodan Jaramaz¹

U radu je, prvenstveno sa statističkog aspekta, razmatrana raspodela mase parčadi razornih projektila. Prikazani su relevantni teorijski modeli raspodele broja, odnosno mase parčadi projektila: osnovni Mottov model, uopšteni Mottov model, modifikacija Stromsoe-Ingebrigtsena, eksponencijalna raspodela, uopštena eksponencijalna (Weibullova) raspodela i Heldov model raspodele. Korišćenjem dostupne baze eksperimentalnih podataka o fragmentaciji 26 različitih projektila, uz primenu metode najmanjih kvadrata, određene su optimalne vrednosti nepoznatih parametara u šest razmatranih modela raspodele parčadi za svaki od eksperimenata. Upoređivanjem teorijskih i eksperimentalnih rezultata pokazano je da svi teorijski modeli imaju visok stepen podudaranja sa rezultatima opita, kao i da analiza favorizuje tri dvoparametarska modela – uopštenu Mottovu, Weibullovu i Heldovu raspodelu. Daljim razmatranjem zaključeno je da Heldova raspodela predstavlja teorijski model koji je u najboljoj saglasnosti sa rezultatima eksperimenata.

Ključne reči: *Fragmentacija, Zakoni raspodele mase parčadi, Statistička analiza, Eksperimentalno istraživanje*

Uvod. Fizički procesi pri fragmentaciji

Fragmentacija je pojava koja karakteriše veliki broj fizičkih procesa: sudari različitih objekata (od elementarnih čestica, udara projektila u prepreku, pa do kosmičkih tela), kontrolisani procesi drobljenja/mlevenja materijala, procesi indukovani eksplozijom i sl. Ovde će biti razmotrena fragmentacija košuljice razornih projektila, kao fenomen od posebnog značaja pri projektovanju, redizajniranju i oceni efikasnosti projektila parčadnog dejstva.

Detonacijom eksploziva u košuljici projektila formiraju se gasoviti produkti čiji pritisak iznosi nekoliko stotina hiljada bara. Ovaj pritisak izaziva izuzetno snažna impulsna naprezanja i deformacije materijala košuljice i konačno dovodi do gubitka strukturne celovitosti košuljice, tj. do njene fragmentacije. Sam proces traje veoma kratko – od trenutka inicijacije detonacije do formiranja

¹ Mašinski fakultet u Beogradu, Katedra za vojno mašinstvo,
27. marta 80, 11120 Beograd

parčadi prođe vreme kreće od jedne milisekunde. Usled dejstva pritiska košuljica se najpre plastično deformiše, pri čemu se prečnik košuljice značajno povećava (približno se udvostručava). Ovi procesi imaju kompleksnu talasnu prirodu i dovode do stvaranja složenog, prostorno nehomogenog naponsko-deformacionog polja u materijalu košuljice. Pri ostvarivanju kritičnih uslova vezanih za realizaciju kritičnih napona, odnosno deformacija materijala košuljice, dolazi do stvaranja prskotina na košuljici. Raspored i broj prskotina na košuljici određuju oblik, veličinu i masu formiranih fragmenata. Uz brzinu razletanja parčadi (reda 1000 m/s), koju dobijaju usled dejstva pritiska gasova pre nego što počne njihovo isticanje iz košuljice, to su parametri koji u osnovi determinišu efikasnost projektila parčadnog dejstva.

Modeliranje fragmenatacije košuljice projektila podrazumeva utvrđivanje raspodele mase (odnosno veličine) i oblika parčadi, kao i određivanje brzine razletanja fragmenata. Rešavanju ovog problema moguće je pristupiti uz primenu numeričkih metoda ili statističkih modela. S obzirom na složenost opisanih pojava koje prate fragmentaciju, analiziranje statističkih zakonomernosti raspodele mase fragmenata dobijenih na osnovu velikog broja izvršenih eksperimenata, pokazalo se kao veoma racionalan pristup.

Modeli koji definišu raspodelu mase parčadi

Uobičajeno je da se raspodela mase fragmenata košuljice projektila parčadnog dejstva opisuje preko funkcije raspodele, odnosno tzv. kumulativnog broja parčadi $N(m)=N(>m)$, koji definiše ukupan broj parčadi čija je masa veća od m . Alternativno, distribuciju parčadi moguće je opisati i preko kumulativne mase parčadi $M(m)=M(>m)$, koja definiše ukupnu masu svih parčadi čija je pojeđinčna masa veća od m .

Postoji veliki broj teorijskih modela kojima se može aproksimirati realna raspodela mase fragmenata košuljice. U klasičnom radu *Mott* [1] je, koristeći kombinaciju teorijske mehanike loma i eksperimentalne statistike, došao do poznatog izraza za raspodelu kumulativnog broja parčadi

$$N(m) = \frac{M_0}{2\mu} \exp \left[- \left(\frac{m}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (1)$$

gde je M_0 ukupna masa parčadi, dok je μ parametar raspodele koji zavisi od karakteristika projektila. Lako se proverava da raspodela zadovoljava uslov normiranosti, tj. zbir mase parčadi po masenim grupama mora biti jednak ukupnoj masi M_0

$$\int_0^{\infty} N(m) dm = M_0 \quad (2).$$

Takođe, s obzirom da je $N(0)=N_0$, može se odrediti srednja masa parčadi

$$m_{sr} = \frac{M_0}{N_0} = 2\mu \quad (3).$$

Mott je koristio i modifikovanu varijantu izraza (1) koji definiše raspodelu mase parčadi, tako što je umesto eksponenta 1/2 računao i sa eksponentom 1/3, smatrajući da se prvi eksponent odnosi na dvodimenzionalni slučaj fragmentacije koji podrazumeva tanke košuljice, a drugi na trodimenzionalnu fragmentaciju koja karakteriše košuljice veće debljine. Moguće je zato generalizovati osnovni oblik *Mottove* raspodele (1), uvođenjem fleksibilnog ekponenta i vođenjem računa o uslovu normiranosti (2) [2]

$$N(m) = \frac{M_0}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\nu}\right)\mu} \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu}\right)^\nu\right] \quad (4).$$

Optimalne vrednosti parametara μ i ν određuju se na bazi poređenja sa eksperimentalnim podacima za određeni projektil. Poslednja jednačina predstavlja u stvari dvoparametarski oblik *Weibullove* raspodele.

Najvažniji nedostatak osnovne i uopštene *Mottove* raspodele je teorijska mogućnost postojanja parčadi sa baskonačno velikom masom m , dok je realno masa najtežeg parčeta konačna. Zbog toga postoji još jedna modifikacija *Mottove* raspodele autora *Stromsoe* i *Ingebrigtsena* [3]

$$N(m) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\mu_k} \left(1 - \sin \frac{\pi}{2} \frac{m}{m_{max}}\right) \exp\left[-\left(\frac{m}{\mu_k}\right)^{\frac{1}{2}}\right], & m \leq m_{max} \\ 0, & m > m_{max} \end{cases} \quad (5)$$

koju karakteriše konačna masa najtežeg parčeta. Parametri μ_0 - koji korespondira sa ukupnom masom parčadi M_0 , μ_k koji je analogan parametru μ i m_{max} koji definiše parče maksimalne mase, takođe se određuju upoređivanjem sa rezultatima eksperimenata.

Kao što je napomenuto, raspodelu mase parčadi moguće je definisati i na drugi način – preko kumulativne mase parčadi $M(m)$. Osnovni model predstavlja eksponencijalna raspodela – jednoparametarska distribucija koja je takođe specijalan slučaj *Weibullove* raspodele

$$M(m) = M_0 \exp(-am) \quad (6)$$

pri čemu je a – parametar eksponencijalne raspodele.

Uopštenje raspodele (6) je dvoparametarska *Weibulova* raspodela (poznata i kao *RRS* – *Rosin-Rammer-Sperrlingova* raspodela koja je izvorno formulisana za opisivanje raspodele veličine čestica pri pocesu drobljenja materijala)

$$M(m) = M_0 \exp[-(am)^b] \quad (7),$$

gde su a i b parametri raspodele.

Drugačiji pristup modeliranju raspodele mase parčadi definisao je *Held* [4] formulom

$$M(n) = M_0 [1 - \exp(-Bn^\lambda)], \quad n = 1, 2, \dots, N_0 \quad (8)$$

pri čemu je $M(n)$ – ukupna masa prvih n parčadi ako su sva parčad sortirana u opadajući niz od najtežeg prema najlakšem parčetu, n – kumulativni broj parčadi, dok su B i λ – parametri *Heldove* raspodele. *Heldov* pristup teorijski omogućava određivanje pojedinačne mase svakog parčeta na osnovu jednakosti

$$m_n = M(n) - M(n-1) \quad (9).$$

Navedene teorijske modele neophodno je verifikovati poređenjem sa rezultatima eksperimenata.

Analiza i poređenje modela raspodele mase parčadi

U radu su korišćeni eksperimentalni rezultati dati u [3] (tri projektila), [4] (tri projektila) i [7] (20 projektila). Sa stanovišta analize razmatranih modela i karakterizacije raspodele mase parčadi uopšte, bilo bi idealno da je poznata masa svakog parčeta, tj. da eksperimentalni rezultati budu dati u vidu npr. rastućeg niza masa fragmenata $m_k, k=1, 2, \dots, N_0$. U praksi je, međutim, uobičajeno da se zbog jednostavnijeg merenja i manipulisanja prikupljenim materijalom košuljice, eksperimentalni podaci predstavljaju u nešto grubljoj formi – u obliku tabela u kojima se daje broj parčadi i njihova ukupna masa u masenim grupama. Stoga je jasno da izbor suviše velikih raspona mase u masenim grupama može da u izvesnoj meri iskrivi sliku o stvarnom karakteru raspodele.

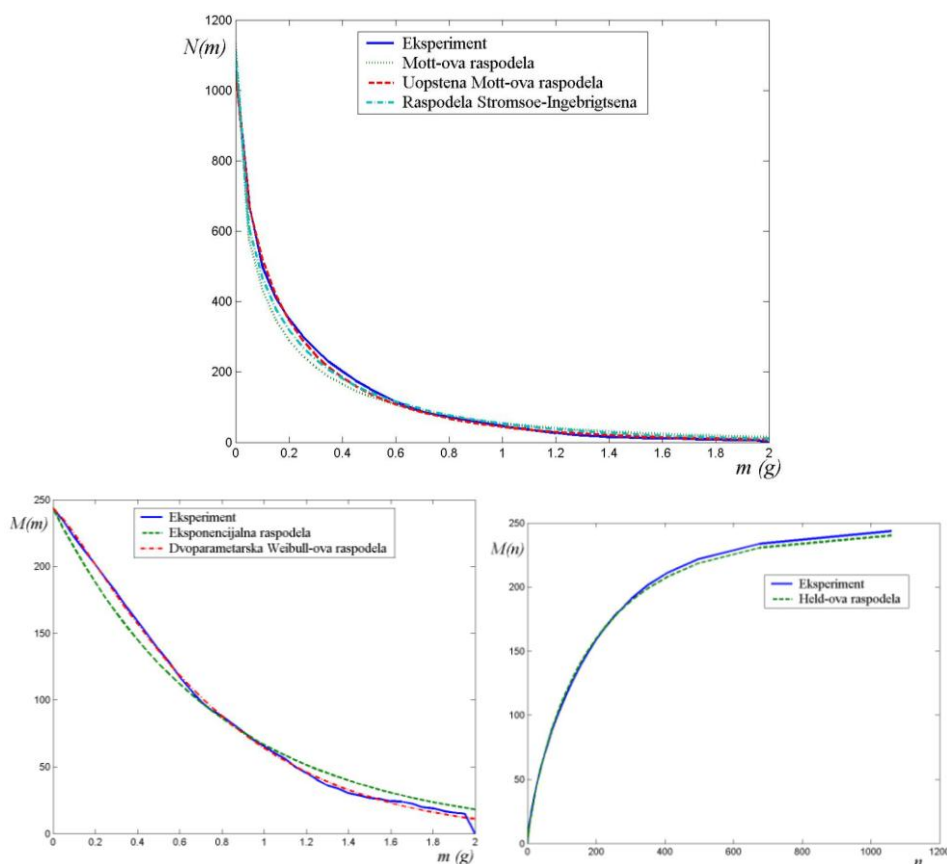
Parametri raspodele broja parčadi za svaki od teorijskih modela optimizuju se metodom najmanjih kvadrata, tj. određuje se minimum funkcije

$$\min \sum_{i=1}^n [F_i(m_i, p_1, p_2, \dots, p_k) - F_0(m_i)]^2 \quad (10)$$

gde je $F(m, p_1, p_2, \dots, p_k)$ – teorijska funkcija raspodele, p_i – parametri funkcija raspodele (zavisno od modela, funkcija može da ima jedan, dva ili tri “slobodna” parametra koji se optimizuju), dok je $F_0(m)$ – eksperimentalno dobijena funkcija raspodele. Optimalne vrednosti parametara p_i određuju se numeričkim putem.

Na sl. 1 predstavljeni su karakteristični dijagrami optimizovanih teorijskih zakona raspodele zajedno sa odgovarajućim eksperimentalno utvrđenim raspodelama.

Generalno, može se zaključiti da svi modeli daju dobru aproksimaciju eksperimentalnih rezultata. Da bi se oni mogli međusobno uporediti, potrebno je uvesti odgovarajući kriterijum koji definiše odstupanje modelskih od eksperimentalnih rezultata.



Sl. 1. Poređenje teorijskih modela i eksperimentalno određene raspodele parčadi: a) Mottova, uopštena Mottova i raspodela Stromsoe-Ingebrigtsena, b) eksponencijalna i dvoparametarska Weibullova raspodela, c) Heldova raspodela. Optimizacija parametara raspodela izvršena je na osnovu eksperimentalnih podataka za prvi projektil u [7]

U tom smislu, biće korišćen statistik \bar{R}^2 – tzv. podešena (korigovana) vrednost koeficijenta determinacije

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{S_D}{S_T} \frac{n-1}{n-k-1} \quad (11),$$

gde su

$$S_D = \sum_{i=1}^n (F_i(m_i) - F_0(m_i))^2, \quad S_T = \sum_{i=1}^n (F_i(m_i) - \bar{F}_0)^2 \quad (12)$$

pri čemu je \bar{F}_0 srednja vrednost eksperimentalno utvrđene raspodele, n je broj masenih grupa, dok je k broj parametara u teorijskom zakonu raspodele.

Statistik \bar{R}^2 u stvari je definisan odnosom regresijom objašnjenog varijabiliteta i ukupnog varijabiliteta zavisne promenljive, koji je uz to korigovan uticajem broja parametara koji se optimizuju. Vrednosti \bar{R}^2 pripadaju intervalu [0, 1], pri čemu veće vrednosti ukazuju na bolje podudaranje teorijskih i eksperimentalnih rezultata. U tabeli 1 dat je pregled statistika \bar{R}^2 za sve pomenute teorijske modele na dostupnom skupu eksperimentalnih rezultata.

Analizom rezultata u tabeli 1 može se uočiti sledeće:

- U pogledu vrednosti \bar{R}^2 moguće je međusobno porediti prve tri kolone – *Mottovu*, uopštenu *Mottovu* i raspodelu *Stromsoe-Ingebrigtsena* (koje definišu istu meru raspodele $N(m)$). Iz same definicije uopštene *Mottove* raspodele jasno je da ona predstavlja bolju aproksimaciju stvarne raspodele od klasičnog *Mottovog* zakona koji je njen specijalan slučaj. Ovo je naravno potvrđeno i rezultatima datim u tabeli 1.
- Raspodela *Stromsoe-Ingebrigtsena* generalno predstavlja bolju aproksimaciju od klasične, ali ne i od uopštene *Mottove* raspodele. Iako raspodela *Stromsoe-Ingebrigtsena* u sedam slučajeva (označenih u odgovarajućoj koloni znakom +) daje bolje rezultate od uopštene *Mottove* raspodele, primećuje se da razlike u odnosu na uopštenu *Mottovu* raspodelu nisu značajne i da u ovim slučajevima koeficijent determinacije prema oba modela ima veoma velike vrednosti (>0.99). Osim toga, vrednosti korigovanog koeficijenta determinacije za uopštenu *Mottovu* raspodelu su sistematski (osim u dva slučaja) veće od 0.99, što nije slučaj sa raspodelom *Stromsoe-Ingebrigtsena*. Može se stoga zaključiti da je uopšteni *Mottov* model fleksibilniji od modela *Stromsoe-Ingebrigtsena*.
- Poređenje ekponencijalne i *Weibullove* raspodele (definišu istu meru raspodele $M(m)$) očekivano sistematski daje prednost *Weibullovom* modelu s obzirom da ekponencijalna raspodela predstavlja njegov specijalan slučaj.
- Za *Heldovu* raspodelu sistematski se dobijaju izuzetno visoke vrednosti koeficijenta determinacije ($\bar{R}^2=0.9999$). To je, međutim, delimično i posledica karaktera funkcije raspodele $M(n)$, pa se zato ove vrednosti ne mogu direktno porediti sa vrednostima za ostale analizirane raspodele.

Dalju analizu trebalo bi, dakle, usmeriti u pravcu poređenja tri modela koja daju najbolje procene eksperimentalnih rezultata – to su uopšteni *Mottov* model, *Weibullova* raspodela i *Heldova* raspodela. S obzirom da ovi modeli definišu različite mere raspodele parčadi ($N(m)$, $M(m)$, odnosno $M(n)$), nije ih moguće međusobno porediti korišćenjem podataka iz tabele 1 ili primenom nekog sličnog statistika. Jedan od mogućih načina poređenja ovih modela zasnovan je na linearizaciji odgovarajućih funkcionalnih zavisnosti (4), (7) i (8) kojima su definisani uopšteni *Mottov*, *Weibullov* i *Heldov* model, respektivno. Dvostrukim logaritmovanjem pomenutih jednakosti lako se dobijaju zavisnosti

$$\ln\left(\ln\frac{N_0}{N(m)}\right) = \nu \ln m - \nu \ln \mu, \quad \ln\left(\ln\frac{M_0}{M(m)}\right) = b \ln m + b \ln a$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{M_0}{M_0 - M(n)}\right)\right) = \lambda \ln n + \ln B$$
(13).

Tabela 1. Vrednosti statistika \bar{R}^2 za različite teorijske modele raspodele parčadi

No.		Mera odstupanja teorijske raspodele – statistik \bar{R}^2					
		Mott-ova raspodela	Uopštena Mottova raspodela	Raspodela Stromsoe-Ingebrigtsena	Eksponencijalna raspodela	Weibullova raspodela	Heldova raspodela
1	Izvor [4]*	0.9721	0.9995	0.9775	0.9817	0.9879	0.9999
2		0.9852	0.9978	0.9947	0.9795	0.9989	0.9999
3		0.9774	0.9983	0.9870	0.9903	0.9964	0.9999
4	Izvor [3]**	0.9936	0.9960	0.9968 ⁺	0.9890	0.9896	0.9999
5		0.9984	0.9984	0.9988 ⁺	0.9979	0.9982	0.9999
6		0.9484	0.9836	0.9515	0.9771	0.9960	0.9999
7	Izvor [7]***	0.9735	0.9985	0.9898	0.9833	0.9987	0.9999
8		0.9868	0.9980	0.9970	0.9780	0.9997	0.9999
9		0.9861	0.9973	0.9951	0.9740	0.9985	0.9999
10		0.9940	0.9985	0.9968	0.9876	0.9991	0.9999
11		0.9920	0.9953	0.9969 ⁺	0.9703	0.9978	0.9999
12		0.8752	0.9986	0.9256	0.9599	0.9951	0.9999
13		0.9945	0.9972	0.9962	0.9278	0.9548	0.9999
14		0.5556	0.9678	0.7177	0.6256	0.9734	0.9999
15		0.9983	0.9983	0.9995 ⁺	0.9221	0.9605	0.9999
16		0.9894	0.9976	0.9899	0.9564	0.9738	0.9999
17		0.9923	0.9999	0.9974	0.9976	0.9993	0.9999
18		0.9887	0.9972	0.9895	0.8712	0.9034	0.9999
19		0.9555	0.9969	0.9743	0.9899	0.9993	0.9999
20		0.9713	0.9970	0.9820	0.9987	0.9996	0.9999
21		0.9972	0.9991	0.9978	0.9997	0.9997	0.9999
22		0.9936	0.9996	0.9940	0.9948	0.9996	0.9999
23	0.8267	0.9975	0.9028	0.9618	0.9946	0.9999	
24	0.9922	0.9935	0.9938 ⁺	0.8782	0.8783	0.9999	
25	0.9871	0.9906	0.9933 ⁺	0.9797	0.9914	0.9999	
26	0.9931	0.9941	0.9973 ⁺	0.9809	0.9921	0.9999	

Napomena:

*U radu [4] se razmatraju varijante sa odbacivanjem najtežih parčadi; ovde su uzeta su u obzir sva parčad.

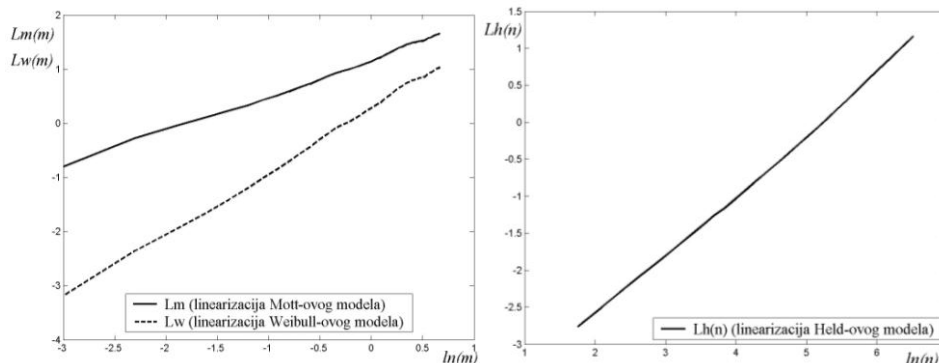
**Za razliku od izvornog rada [3] gde su podaci za parčad dati po ugaonim segmentima, ovde su tretirani kao jedna celina - zbirno.

***Podaci za jedan projektil predstavljaju aritmetičku sredinu većeg broja eksperimenata (uglavnom ne manje od pet) koji se odnose na istu populaciju parčadi.

Prema tome, za svaki od navedena tri modela moguće je na osnovu eksperimentalnih podataka odrediti empirijske zavisnosti karakterističnih logaritamskih funkcija raspodele (leve strane jednakosti (13)) od odgovarajućih nezavisnih promenljivih ($\ln m$, odnosno $\ln n$)

$$L_m(m) = f_m(\ln m), \quad L_w(m) = f_w(\ln m), \quad L_h(n) = f_h(\ln n) \quad (14)$$

U skladu sa teorijskim uslovima (13), funkcionalne zavisnosti (14) bi trebalo da imaju linearan karakter. Na sl. 2 dati su dijagrami sa karakterističnim empirijskim zavisnostima (14) parametara raspodele.



Sl. 2. Empirijska raspodela mase parčadi prema linearizovanom (a) Mottovom, Weibullovom i (b) Heldovom modelu. Eksperimentalni podaci se odnose na prvi projektil u [7]

Jasno je da koeficijent korelacije C između odgovarajućih parametara modelskih raspodele predstavlja meru valjanosti raspodele. Veće vrednosti ovog koeficijenta ukazuju na značajniji nivo linearne povezanosti parametara. U tabeli 2 date su vrednosti koeficijenta linearne korelacije za razmatrane teorijske modele a na osnovu iste baze eksperimetalnih podataka sadržane u [3], [4] i [7]. Na osnovu analize rezultata datih u tabeli 2 može se zaključiti:

- *Heldov* model najbolje korelira sa eksperimentalnim rezultatima, s obzirom da za samo tri od 26 analiziranih projektila ne daje najveći koeficijent korelacije.
- Uopšteni *Mottov* model i *Weibullova* raspodela takođe daju veoma visoke vrednosti koeficijenta korelacije i oba na približno istom nivou obezbeđuju podudaranje teorijskih i eksperimentalnih rezultata.

Zaključak

- U cilju analize raspodele mase fragmenata projektila parčadnog dejstva predstavljeni su različiti teorijski modeli raspodele broja, odnosno mase parčadi – osnovni *Mottov* model, uopšteni *Mottov* model, modifikacija *Stromsoe-Ingebrigtsena*, eksponencijalna raspodela, generalizovana eksponencijalna (*Weibullova*) raspodela i *Heldov* model raspodele.
- Na osnovu eksperimentalnih podataka o fragmentaciji 26 različitih projektila, korišćenjem metode najmanjih kvadrata optimizovane su vrednosti nepoznatih parametara u šest razmatranih statističkih modela raspodele parčadi.

Tabela 2. Vrednosti koeficijenta linearne korelacije C između linearizovanih parametara uopštene *Mottove*, *Weibullove* i *Heldove* raspodele. Za svaki projektil su rangirani dobijeni koeficijenti korelacije i ovi rangovi su dati u zagradama. Za analizirane uzorke važe iste napomene kao u tabeli 1

No	Koeficijent korelacije C		
	Uopštena <i>Mottova</i> raspodela	<i>Weibullova</i> raspodela	<i>Heldova</i> raspodela
1	0.9904 (3)	0.9953 (2)	0.9998 (1)
2	0.9965 (3)	0.9977 (2)	0.9987 (1)
3	0.9993 (2)	0.9977 (3)	0.9997 (1)
4	0.9970 (1)	0.9937 (3)	0.9951 (2)
5	0.9957 (3)	0.9971 (2)	0.9991 (1)
6	0.9694 (3)	0.9828 (2)	0.9980 (1)
7	0.9981 (3)	0.9994 (2)	0.9995 (1)
8	0.9902 (3)	0.9980 (2)	0.9997 (1)
9	0.9942 (3)	0.9982 (2)	0.9994 (1)
10	0.9962 (2)	0.9926 (3)	0.9996 (1)
11	0.9910 (3)	0.9974 (2)	0.9988 (1)
12	0.9980 (2)	0.9942 (3)	0.9994 (1)
13	0.9834 (2)	0.9655 (3)	0.9921 (1)
14	0.9571 (3)	0.9721 (2)	0.9953 (1)
15	0.9822 (2)	0.9725 (3)	0.9975 (1)
16	0.9793 (2)	0.9678 (3)	0.9984 (1)
17	0.9982 (2)	0.9971 (3)	0.9998 (1)
18	0.9317 (2)	0.8995 (3)	0.9915 (1)
19	0.9951 (3)	0.9979 (2)	0.9996 (1)
20	0.9982 (3)	0.9983 (2)	0.9999 (1)
21	0.9974 (3)	0.9980 (2)	0.9998 (1)
22	0.9961 (3)	0.9985 (2)	0.9996 (1)
23	0.9935 (2)	0.9893 (3)	0.9980 (1)
24	0.9957 (3)	0.9978 (2)	0.9993 (1)
25	0.9988 (1)	0.9958 (2)	0.9851 (3)
26	0.9980 (1)	0.9973 (2)	0.9860 (3)

- Upoređivanjem teorijskih i eksperimentalnih rezultata, pri čemu je korišćena korigovana vrednost koeficijenta determinacije, pokazano je da svi teorijski modeli imaju visok stepen podudaranja sa rezultatima opita, ali da jasnu prednost imaju tri dvoparametarska modela – uopštena *Mottova*, *Weibullova* i *Heldova* raspodela.
- Daljom analizom, na bazi poređenja koeficijenata korelacije za linearizovane oblike pomenuta tri modela, zaključeno je da *Heldova* raspodela predstavlja teorijski model koji je u najboljoj saglasnosti sa rezultatima eksperimenata.
- Dalja istraživanja mogla bi da budu usmerena u pravcu modeliranja parametara *Heldove* raspodele u cilju prelaska sa deskripcije eksperimentalnih rezultata na njihovu predikciju. Osim toga, posebnu pažnju zavređuje i modeliranje raspodele oblika parčadi. Time bi se ostvario značajan napredak u modeliranju fragmentacije, a time i parčadnog dejstva projektila.

Literatura:

- [1] Mott, N.F. *Fragmentation of Shell Cases*. Proc. Roy. Soc. London A 189, 300-308, 1947
- [2] Dehn, J. *Probability formulas for describing fragment size distribution*. Ballistic research laboratory, Abredeen Proving Ground, ARBRL-TR-02332, 1981
- [3] Stromsoe, E., Ingebrigtsen, K.O. *A Modification of the Mott Formula for Prediction of the Fragment Size Distribution*. Propellants, Explosives and Pyrotechnics, 12, 175-178, 1987
- [4] Held, M.: *Fragment Mass Distribution of HE Projectiles*. Propellants, Explosives, Pyrotechnics, 15, 254-260, 1990
- [5] Inaoka, H., Ohno, M. *New Universality Class of Impact Fragmentation*. Fractals, Vol. 11, No.4, 2003, 369-376
- [6] La Spina, A., Paolicchi, P. *Catastrophic fragmentation as a stochastic process: sizes and shapes of fragments*. Planet. Space Sci. Vol. 44, No.12, 1563-1578, 1996
- [7] Jovanović, R. *Ocena pravilnosti fragmentacije projektila parčadnog dejstva primenom statističkih testova*. Magistarska teza, Mašinski fakultet u Beogradu, 2002.
- [8] Vuković, N. *Statistička analiza*. Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [9] Jaramaz, S. *Warheads design and terminal ballistics*. Mechanical Engineering Faculty, Belgrade, 2000.
- [10] Vukašinović, M. *Prilog teoriji i praksi eksperimentalnog ispitivanja parčadnog dejstva razornih projektila*. Doktorska disertacija, Vojnotehnička akademija VJ, Beograd, 2000.

FRAGMENT MASS DISTRIBUTION LAWS FOR HE PROJECTILES

The paper considers fragment mass distribution for HE projectiles from a statistical aspect. The relevant theoretical fragment mass distribution laws are reviewed: Mott's law, generalized Mott's law, the modification of Stromsoe and Ingebrigtsen, exponential distribution, generalized exponential (Weibull) distribution and Held's distribution model. The optimal distribution parameters are determined for six considered models, using the least square method and the available experimental data for 26 different projectiles. The comparison of theoretical results and experimental data shows very good compatibility between experiments and the each of analyzed models. However, the analysis favors three two-dimensional models: generalized Mott's, Weibull, and Held's distribution. Further consideration yields to conclusion that Held's distribution has the best correlation with experiments.

Keywords: *Fragmentation, Fragment mass distribution laws, Statistical analysis, Experimental investigation*