

NELINEARNA TRANSFORMACIJA EMT U NAGLO STVORENOJ PLAZMI. TRANSVERZALNO PROSTIRANJE.

Z.M. Trifković¹⁾, B.V. Stanić²⁾

¹⁾Mašinski fakultet, Beograd
²⁾Elektrotehnički fakultet, Beograd

SADRŽAJ- Pomoću perturbacione teorije II reda analizirana je nelinearna transformacija ravanskog, monohromatskog elektromagnetnog talasa (EMT) u naglo stvorenoj magnetizovanoj plazmi. Pravac spoljašnjeg statičkog magnetnog poqa je normalan na pravac prostirawa talasa. Pokazano je da se usled nelinearnih efekata u plazmi javljaju transverzalni jednosmerni i longitudinalni naizmenični stacionarni modovi, oscilatorni i talasni modovi, sa ugaonim frekvencijama koje se razlikuju od ugaone frekvencije izvornog EMT. Raspodela amplituda ovih modova u zavisnosti od ugaone frekvencije izvornog EMT i jačine spoljašnjeg magnetnog polja prikazane su na odgovarajućim dijagramima.

1. UVOD

Linearna transformacija EMT u naglo stvorenoj plazmi analizirana je, u radio aproksimaciji, za slučajeve longitudinalnog i transverzalnog prostirawa u [1] i [2], a u slučaju kada se uticaj jona uzme u razmatrawe u [3]. Nelinearna transformacija za slučaj longitudinalnog prostiranja, u izotropnoj plazmi analizirana je u [4], a u anizotropnoj plazmi u [5] i [6].

Izvorni EMT, linearne polarizacije, za $t < 0$ prostire se u slobodnom prostoru u pravcu pozitivnog smera z ose. Vektori električnog i magnetnog polja EMT-a su:

$$\vec{e}_0(z, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \vec{x}, \quad \vec{h}_0(z, t) = H_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \vec{y}, \quad H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0, \quad (1)$$

gde su: ω_0 -ugaona frekvencija izvornog EMT, k_0 -talasni broj, ϵ_0, μ_0 -permitivnost i magnetna permeabilnost slobodnog prostora, respektivno, \vec{x}, \vec{y} jedini~ni vektori u pozitivnom smeru x i y ose. U trenutku $t=0$ y celom prostoru se uspostavqa magnetizovana, hladna plazma bez gubitaka sa koncentracijom elektrona N_0 .

2. FORMULACIJA PROBLEMA I REŠENJE U ZATVORENOJ FORMI.

Za $t \geq 0$ elektromagnetno polje, poqa brzina elektronskog fluida i koncentracije elektrona moraju zadovoljiti jednačinu kontinuiteta, Maksvelove jednačine i jednačinu kretanja za elektronski fluid.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\vec{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot } \vec{e}(z, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{h}(z, t)}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\text{rot } \vec{h}(z,t) = -nq\vec{v}(z,t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}(z,t)}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\frac{d(nm\vec{v})}{dt} = -qn\vec{e} - qn\vec{v} \times (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{h}), \quad (5)$$

gde su: n -koncentracija elektrona y plazmi i $\vec{B}_0 = B_0 \cdot \vec{y}$ -vektor spoljašnjeg statičkog magnetnog polja.

Sistem jednačina (2)-(5) je nelinearan. U slučaju slabo nelinearne plazme mogu se polja prikazati u obliku:

$$\vec{e}(z,t) = \vec{e}_1(z,t) + \vec{e}_2(z,t) + \dots, \quad (6)$$

$$\vec{h}(z,t) = \vec{h}_1(z,t) + \vec{h}_2(z,t) + \dots, \quad (7)$$

$$\vec{v}(z,t) = \vec{v}_1(z,t) + \vec{v}_2(z,t) + \dots, \quad (8)$$

$$n(z,t) = N_0 + n_1(z,t) + \dots, \quad (9)$$

Zamenom (6)-(9) u sistem jednačina (2)-(5) dobija se:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + N_0 \text{div } \vec{v}_1 = 0, \quad (2a)$$

$$\text{rot } \vec{e}_1(z,t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_1(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (3a)$$

$$\text{rot } \vec{h}_1(z,t) + N_0 q \vec{v}_1(z,t) - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_1(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_1(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_1(z,t) + \frac{q}{m} \vec{v}_1 \times \vec{B}_0 = 0, \quad (5a)$$

$$\text{rot } \vec{e}_2(z,t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{h}_2(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (3b)$$

$$\text{rot } \vec{h}_2(z,t) + N_0 q \vec{v}_2(z,t) - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{e}_2(z,t)}{\partial t} = -q n_1(z,t) \vec{v}_1(z,t), \quad (4b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}_2(z,t)}{\partial t} + \frac{q}{m} \vec{e}_2(z,t) + \frac{q}{m} \mu_0 \vec{v}_2 \times \vec{B}_0 = & -(\vec{v}_1(z,t) \vec{\nabla}) \vec{v}_1(z,t) - \frac{n_1(z,t)}{N_0} \cdot \frac{\partial \vec{v}_1(z,t)}{\partial t} \\ & - \frac{\partial n_1(z,t)}{\partial t} \cdot \frac{\vec{v}_1(z,t)}{N_0} - \frac{q}{m N_0} n_1(z,t) \vec{e}_1(z,t) - \frac{q}{m} \vec{v}_1(z,t) \times \left(\frac{n_1(z,t)}{N_0} \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{h}_1(z,t) \right). \end{aligned} \quad (5b)$$

Vektori polja $\vec{e}_1(z,t)$, $\vec{h}_1(z,t)$, $\vec{v}_1(z,t)$, određeni su u [1]. Rešavanjem jednačine (2a) za perturbaciju koncentracije elektrona I reda se dobija

$$n_1(z,t) = -N_{1z}^0 \cos(k_0 z) + \sum_{i=1}^4 N_{1z}^i \cos(\omega_i t - k_0 z), N_{1z}^0 = -\sum_{i=1}^4 N_{1z}^i, N_{1z}^i = -\frac{N_0 \omega_0}{c \omega_i} V_{1z}^i, \quad (6)$$

gde su V_{1z}^i -amplitude z komponente vektora poqa brzina elektronskog fluida date u [1]. Ugaone frekvencije ω_i , $i = (1,2,3,4)$ transverzalnih talasnih modova su:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{a \pm \sqrt{a^2 - b}}, \quad \omega_{3,4} = -\omega_{1,2}, \quad a = \omega_p^2 + \frac{1}{2}(\omega_0^2 + \omega_B^2), \quad b = \omega_p^4 + \omega_0^2(\omega_p^2 + \omega_B^2), \quad (7)$$

gde su $q, m, \omega_p = \sqrt{\frac{q^2 N_0}{\epsilon_0 m}}$ i $\omega_B = \frac{q B_0}{m}$, naelektrisanje i masa elektrona, elektronska plazmena i elektronska ciklotronska ugaona frekvencija, respektivno.

Primenom Laplasove transformacije u vremenu $L\{f(z, t)\} = \int_0^\infty f(z, t) \exp(-st) dt = L(z, s)$ i Furijeove transformacije u prostoru $F\{f(z, s)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty f(z, s) \exp(-jkz) dz = F(k, s)$ na (3b)-(5b) dobija se sledeći sistem algebarskih jednačina:

$$jk E_{2x}(k, s) + \mu_0 H_{2y}(z, s) = 0, \quad (8)$$

$$jk H_{2y}(k, s) + N_0 q V_{2x}(k, s) - \epsilon_0 E_{2x}(k, s) = F(k, s), \quad (9)$$

$$N_0 q V_{2z}(k, s) - \epsilon_0 E_{2z}(k, s) = G(k, s), \quad (10)$$

$$s V_{2x}(k, s) + \frac{q}{m} E_{2x}(k, s) - \omega_B V_{2z}(k, s) = H(k, s), \quad (11)$$

$$s V_{2z}(k, s) + \frac{q}{m} E_{2z}(k, s) + \omega_B V_{2x}(k, s) = L(k, s), \quad (12)$$

gde su:

$$F(k, s) = LF\{-q n_1 v_{1x}\}, \quad G(k, s) = LF\{-q n_1 v_{1z}\}, \quad (13)$$

$$H(k, s) = -LF\left\{v_{1z} \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} + \frac{1}{N_0} (n_1 \frac{\partial v_{1x}}{\partial t} + \frac{\partial n_1}{\partial t} v_{1x} + \frac{q}{m} n_1 e_{1x} - \omega_B n_1 v_{1x})\right\}, \quad (14)$$

$$L(k, s) = -LF\left\{v_{1z} \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} + \frac{1}{N_0} (n_1 \frac{\partial v_{1z}}{\partial t} + \frac{\partial n_1}{\partial t} v_{1z} + \frac{q}{m} n_1 e_{1z} - \omega_B n_1 v_{1x})\right\}, \quad (15)$$

Rešavajući sistem jednačina (8)-(12) i primenom inverzne Laplasove i Furijeove transformacije, za projekcije vektora električnih polja se dobija:

$$e_{2x}(z, t) = E_{2x}^0 + \sum_{i=1}^2 E_{2x}^i \cos(\omega_{i\alpha} t) + \sum_{i=1}^6 E_{2x}^i \cos(\varphi_i t) + \sum_{i=1}^2 E_{2x}^{3i} \cos(\omega_{i\beta} t - 2k_0 z) \quad (16)$$

$$+ \sum_{i=1}^2 E_{2x}^{4i} \cos(\omega_{i\beta} t + 2k_0 z) + \sum_{i=1}^6 E_{2x}^{5i} \cos(\varphi_i t - 2k_0 z) + \sum_{i=1}^6 E_{2x}^{6i} \cos(\varphi_i t + 2k_0 z)$$

$$e_{2z}(z, t) = -E_{2z}^0 \sin(2k_0 z) + \sum_{i=1}^2 E_{2z}^{1i} \sin(\omega_{i\alpha} t) + \sum_{i=1}^6 E_{2z}^{2i} \sin(\varphi_i t) + \sum_{i=1}^2 E_{2z}^{3i} \sin(\omega_{i\beta} t - 2k_0 z) \quad (17)$$

$$+ \sum_{i=1}^2 E_{2z}^{4i} \sin(\omega_{i\beta} t + 2k_0 z) + \sum_{i=1}^6 E_{2z}^{5i} \sin(\varphi_i t - 2k_0 z) + \sum_{i=1}^6 E_{2z}^{6i} \sin(\varphi_i t + 2k_0 z)$$

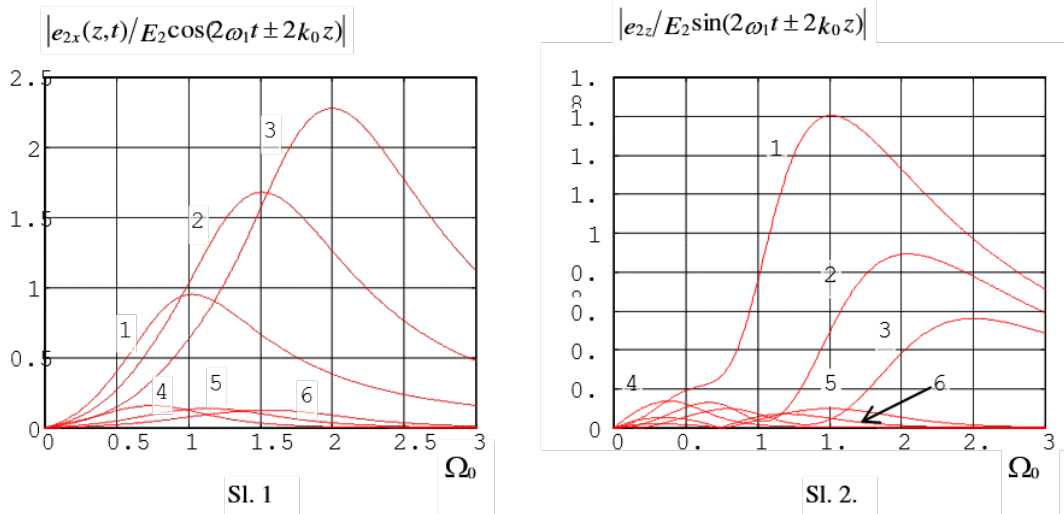
gde su:

$$\varphi_1 = \omega_1, \varphi_2 = \omega_2, \varphi_3 = \omega_1 - \omega_2, \varphi_4 = \omega_1 + \omega_2, \varphi_5 = 2\omega_1, \varphi_6 = 2\omega_2, \quad (18)$$

$$\omega_{i\alpha} = \omega_i (\omega_0 = 0), \quad \omega_{i\beta} = \omega_i (\omega_0 = 4\omega_0^2), \quad i = 1, 2, \quad (18a)$$

ugaone frekvencije novo stvorenih modova, koji su rezultat nelinearnih efekata.

Zavisnost normalizovanih (na $E_2 = q E_0^2 / 32mc\omega_p$) novo stvorenih transmitovanih i reflektovanih električnih polja (transverzalna i longitudinalna komponenta) talasnih modova ugaone frekvencije $2\omega_1$ od normalizovane ugaone frekvencije izvornog talasa u anizotropnoj plazmi Ω_0 ($\Omega_0 = \omega_0/\omega_p$) za različite vrednosti normalizovane elektronske ciklotronske ugaone frekvencije Ω_B $\Omega_B = \omega_B/\omega_p$ data je na slikama 1 i 2.



Zavisnost normalizovanih amplituda x (Sl.1.) i y (Sl.2.) komponente vektora električnog poqa transmitovanog (1,2,3) i reflektovanog (4,5,6) talasnog moda ugaone frekvencije $2\omega_1$ od normalizovane ugaone frekvencije Ω_0 izvornog talasa za vrednosti parametra $\Omega_B=0.5(1,4), 1(2,5), 1.5(3,6)$ respektivno.

3. ZAKLJUČAK

Problem nelinearne transformacije EMT u naglo stvorenoj magnetizovanoj plazmi rešen je u zatvorenoj formi pri transverzalnom prostirawu. Nelinearni efekti potiču od interakcije između modova polja brzina elektronskog fluida i promenljivog magnetnog polja talasa u plazmi i od perturbacija koncentracije elektrona u pravcu prostiranja talasa. Pokazano je da se rezultujuća polja mogu predstaviti u vidu konačne sume novo stvorenih modova. Kao posledica nelinearnih efekata u plazmi se generišu transverzalni jednosmerni stacionarni mod, longitudinalni naizmenični stacionarni mod, transverzalni i longitudinalni oscilatorni i talasni modovi ugaonih frekvencija (18).

Pokazano je da se efikasnost eksitacije novo stvorenih transverzalnih i longitudinalnih talasnih modova može kontrolisati promenom ugaone frekvencije izvornog EMT i promenom inteziteta spoljašnjeg statičkog magnetnog poqa.

LITERATURA

- [1] D.K. Kalluri, *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 37, No. 12., Dec. 1989.
- [2] V.R. Goteti and D. K. Kalluri, *Radio Science*, Vol. 25, Jan.-Feb. 1990.
- [3] M.M. Dimitrijević and B.V. Stanić, *IEEE Trans. And Plasma Science*, Vol. 23, No. 3, June 1995.
- [4] B.V. Stanić, P.M. Drljača, B.O. Bošković, *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, Aug. 1998.

- [5] Z.M. Trifković i B.V. Stanić, *XLII Etran, Zbornik radova*, Sveska II, str. 245, V. Banja, Jun 1998.
- [6] Z.M. Trifković and B.V. Stanić, *19th Spig, Contributed Papers*, p 737, Zlatibor, 1998.